

EXPOSITION
DES
DÉCOUVERTES
PHILOSOPHIQUES
DE M. LE CHEVALIER NEWTON.

PAR M. MACLAURIN, DE LA SOCIETE' ROYALE de Londres, &c.

Ouvrage traduit de l'Anglois par M. LAVIROTTE, Docteur en Médecine. D. L. F. D. M.



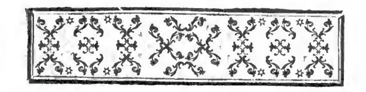
A PARIS,

Chez { DURAND, rue S. Jacques, au Griffon.
PISSOT, Quay des Augustins, à la Sagesse.

M. DCC. XLIX.

Avec Approbation & Privilege du Roi.





A

MONSIEUR

DE MAIRAN,

L'UN DES QUARANTE DE L'ACADÉMIE FRANÇOISE, Membre & ancien Secrétaire de l'Académie Royale des Sciences, de la Société Royale de Londres, de celles d'Edinbourg & d'Upsal, de l'Académie de Petersbourg, de celle de l'Institut de Bologne, &c.



ONSIEUR,

Il est si flateur de voir un nom célèbre à la tête de son Ouvrage, qu'on aura lieu

a ij

de croire que l'amour-propre a beaucoup de part à l'hommage que je vous rends ; j'y ſuis cependant porté par de bien plus puiſſans motifs. Auſſi jaloux de faire honneur à la mémoire de votre illuſtre Ami, que de contribuer de toute maniere au progrès de la Phyſique, vous m'avez encouragé à travailler à cet Ouvrage ; & même vous en avez applani les difficultes en m'aidant de vos conſeils. Toutes les bontés dont vous m'avez comblé m'ont trop pénétré de réconnoiſſance pour ne pas ſaiſir avec empreſſement l'occaſion de la rendre publique. Egalement habile à pénétrer ce que les Mathématiques ont de plus profond, à dévoiler ce que la Phyſique a de plus caché, & à faire jouer tous les reſſorts,

de l'Eloquence , vous faites admirer en vous des Qualités qui ne ſe trouvent preſque jamais réunies : je n'aurai pas cependant la témerité d'entreprendre un Eloge que vous deſaprouveriez, Eloge qui d'ailleurs n'ajouteroit rien à votre gloire. Mais ce que j'oſerai dire ſans que votre Modeſtie puiſſe s'en offenſer, c'eſt que tous ces Talens ſublimes ſont encore moins dignes de louanges que ce caractere doux & liant qui vous eſt particulier, & qui d'un Sçavant fait un Homme aimable. Il ſemble que vous n'ayez forcé la Nature à vous découvrir ſes ſecrets que pour en rendre aux autres l'accez plus facile. C'eſt en effet l'uſage le plus noble qu'on puiſſe faire de l'autorité qu'on s'eſt acquiſe ; mais

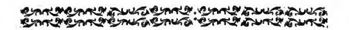
c'est un Mérite rare & qui n'est que le partage des Grands-Hommes.

J'ai l'honneur d'être avec respect,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéissant Serviteur,

LAVIROTTE.



AVERTISSEMENT

DU TRADUCTEUR.

QUOIQU'IL y ait un grand nombre de Traités de Physique & d'Astronomie, dans lesquels la Doctrine de M. NEWTON se trouve répandue, il semble cependant qu'il manquoit en France un Ouvrage qui exposât en particulier, avec autant de clarté que d'éxactitude, la Philosophie de ce Grand-Homme. Il l'a traitée d'une maniere si sublime dans son Livre des Principes, qu'il n'y a que le petit nombre de Sçavans pour qui les Mathématiques n'ont rien de trop élévé, qui puissent se flatter d'y atteindre. On conviendra donc aisément de l'utilité d'un Livre tel que celui-ci, pour procurer à la plupart de ceux qui s'addonnent aux Sciences l'avantage de connoître une si excellente Philosophie. Il est certain que de tous les Disciples de M. Newton il n'y en a eu aucun de plus propre à exécuter

cette entreprise que M. Maclaurin, qui par la ſupériorité de ſon génie & la profondeur de ſes connoiſſances a mérité un des premiers rangs parmi les Sçavans qui ont illuſtré les Mathématiques. Il a jugé que pour mieux faire ſentir l'importance des Découvertes de ſon illuſtre Maître, il étoit à propos de donner une Hiſtoire abregée du commencement & des progrès de la Philoſophie juſqu'à lui ; afin qu'en comparant les différens Etats de cette Science, on pût appercevoir combien il s'eſt élévé au-deſſus de tous ceux qui l'ont précédé. Après avoir expoſé en peu de mots les Opinions des anciens Philoſophes, il s'arrête principalement à réfuter le Syſtême de Deſcartes. On trouvera ſans doute que cet Illuſtre François n'y eſt pas traité avec tous les égards qu'il mérite: il paroît que M. Maclaurin, tout circonſpect qu'il étoit, n'a pu s'empêcher de marquer une certaine partialité Nationale dans les conſéquences qu'il a tirées de ce Syſtême. Il eſt ordinaire en effet à tous ceux qui embraſſent un Parti avec cha-

leur

leur de ne croire jamais déprimer aſſez les Opinions contraires.

Né avec un génie trop ſublime pour languir ſous le joug qui tenoit les hommes aſſervis depuis ſi long-tems, Deſcartes eut la hardieſſe de ſe frayer lui-même une nouvelle route, avec une ardeur que les plus grands obſtacles ne faiſoient que ranimer. Il vint à bout de diſſiper des erreurs qu'une Autorité, ſacrée pour tout autre, avoit accoutumé à regarder comme autant de vérités fondamentales. Si n'ayant de guide que ſon génie, il s'eſt quelquefois égaré, ne devons nous pas en accuſer la foibleſſe de l'Eſprit humain qui ne peut prendre un certain eſſor ſans courir le riſque de s'écarter à chaque inſtant du chemin qui conduit à la vérité? Juſqu'où n'a-t'on pas lieu de préſumer qu'il ſeroit parvenu, ſi après avoir porté la Géometrie au plus haut point d'élévation, il eut pu s'appuyer de toutes les Expériences dont tant d'habiles Phyſiciens ont enrichi notre Siecle. Mais ce n'eſt pas ici le lieu de faire une Apologie de



ce grand Philoſophe ; il a d'ailleurs été ſi ſouvent célébré que je ne pourrois que tomber dans d'ennuyeuſes répétitions.

M. Maclaurin s'eſt particuliement attaché dans le premier Livre à faire remarquer à combien d'erreurs on s'expoſe, lorſque perdant de vûe les Expériences, qui ſeules peuvent nous conduire dans les Labyrinthes de la Nature, on prétend dévoiler ſes ſecrets à l'aide de quelques Hypothèſes ou de certaines ſpéculations purement Métaphyſiques. Il ne pouvoit pas citer d'exemple plus propre à nous convaincre du danger qu'il y a, même avec l'eſprit le plus étendu, de ſe briſer contre cet écueil, que celui du fameux M. Leibnitz.

Après ce Préliminaire, qui met le Lecteur en état de mieux juger de la prééminence de la Philoſophie de M. Newton, il emploie les trois Livres ſuivans à en faire l'expoſition. Il étoit ſurtout à craindre qu'en voulant faciliter l'intelligence de cette Philoſophie M. Maclaurin n'en

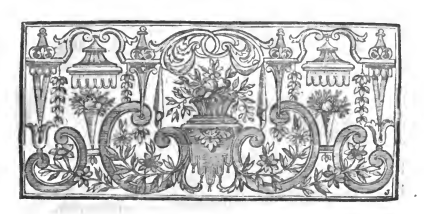
donna qu'une idée ſuperficielle; je laiſſe au Lecteur à décider s'il n'a pas gardé ce juſte milieu : on verra d'ailleurs qu'il y a ajouté pluſieurs démonſtrations ſur differens ſujets, qui lui étoient particulieres, & grand nombre de refléxions que le plan de cet Ouvrage ne lui a pas permis d'étendre plus au long ; mais qui ſe trouvent développées dans ſon excellent Traité des Fluxions, de maniere à ne laiſſer rien à déſirer aux plus profonds Mathématiciens.

M. Maclaurin étant mort en 1746, M. Murdoch de la Société Royale a été chargé du ſoin de publier ce Livre ſur les Manuſcripts de l'Auteur. Il n'a paru à Londres que l'Année derniere, où on l'attendoit avec tant d'empreſſement qu'il ſe trouve plus de deux mille Souſcripteurs dans le Catalogue qui eſt à la tête de cette Edition. J'ai cru me rendre utile au Public en travaillant à la Traduction que j'en donne aujourd'hui ; on peut la regarder comme très-exacte : j'ai eu ſoin de la faire auſſi littérale que le différent génie des

deux Langues pouvoit me le permettre; & je me suis flatté qu'on voudroit bien excuser les négligences de style qui pourront s'y rencontrer, convaincu que dans un Ouvrage Philosophique on cherche plutôt la clarté que l'élégance.

Il me resteroit maintenant à faire connoître plus particuliérement M. Maclaurin, si l'Editeur Anglois n'avoit pas recueilli l'Histoire de sa Vie qu'on voit ici traduite. Un simple détail des actions des Grands-Hommes fait mieux leur Eloge que tout ce qu'on pourroit en dire.





MEMOIRES
SUR LA VIE ET LES ÉCRITS
DE M. MACLAURIN.



OLIN MACLAURIN étoit d'une ancienne Famille, qui a été longtems en possession de l'Isle de Tirrie, sur les Côtes de la Province d'Argyle. Son Ayeul, Daniel, allant s'établir à Innerara, contribua beaucoup à réparer les dommages que cette Ville avoit soufferts, dans le tems des guerres civiles qui la ruinerent presque entiérement. Il paroît d'ailleurs par quelques Mémoires qu'il écrivit sur les affaires de son tems, que c'étoit un homme de mérite & doué de talens supé-

rieurs. Jean Maclaurin fils de Daniel, & Pere de notre Auteur, étoit Miniſtre de Glenderule ; où il s'eſt diſtingué non-ſeulement par toutes les vertus d'un Paſteur exact & vigilant, mais de plus il a laiſſé, dans les Regiſtres de ſon Synode Provincial, des monumens éternels de ſon habileté dans l'adminiſtration des affaires Publiques. Il fut auſſi employé par ce même Synode à finir la verſion des Pſeaumes en Irlandois, laquelle eſt encore en uſage dans tous les lieux de la Campagne où le Service divin ſe fait en cette langue. Il épouſa une Femme de la noble Famille de Cameron dont il eut trois fils; Jean qui eſt encore vivant Ecléſiaſtique auſſi, diſtingué par ſon ſçavoir que par ſa piété, l'un des Miniſtres de la Ville de Glaſgow ; Daniel, qui mourut jeune, après avoir donné des preuves d'un génie bien au-deſſus du commun ; & Colin, né à Kilmoddan au mois de Février 1698.

M. Maclaurin le Pere mourut ſix ſemaines après ; mais cette perte, toute conſidérable qu'elle étoit pour ces jeunes Orphélins, fut en grande partie réparée par les ſoins généreux de M. Daniel Maclaurin leur Oncle Miniſtre de Kilfinnan, & par la vertu & la prudente économie de Madame Maclaurin leur Mere Cette Dame, après s'être arrêtée quelque tems dans la Province d'Argyle, où conjointe

ment avec ſes ſœurs, elle avoit une petite Terre qui lui venoit de ſes Ancêtres, alla demeurer à Dumbarton, afin d'être plus à portée de donner une éducation convenable à ſes Enfans: mais par ſa mort qui arriva en 1707, leur Oncle ſe trouva ſeul chargé du ſoin de les élever.

En 1709 Colin fut envoyé à l'Univerſité de Glaſgow, où il reſta l'eſpace de cinq années, s'addonnant à ſes études avec tout le ſuccès que donnoient lieu d'attendre des talens tels que les ſiens, cultivés avec le plus grand ſoin & une application infatigable. On trouve parmi ſes plus anciens Manuſcripts, des fragmens d'un journal, où il tenoit chaque jour & preſque chaque heure, un compte exact du commencement & du progrès de chaque genre d'Etude auquel il s'appliquoit, & de toutes les recherches particulieres qu'il entreprenoit, de ſes converſations avec les Sçavans, des queſtions qui y étoient agitées, & des raiſons qu'on alléguoit de part & d'autre. On y trouve les noms des célébres MM. Robert Simſon, Johnſton & de pluſieurs autres Sçavans, qui concouroient tous à l'envi à encourager notre jeune Philoſophe, en lui ouvrant leurs Bibliotheques, & l'admettant à leurs entretiens les plus particuliers. Ses occupations ne lui laiſſerent pas aſſez de tems dans la ſuite pour continuer un Regiſtre ſi exact de ſa vie, mais il eſt certain que

ſa maniere de vivre ne changea point pour cela, & qu'il ne ſe paſſoit pas d'heure où il n'eut matiere à faire quelques remarques qu'il auroit pu revoir enſuite avec plaiſir.

Son génie pour les Mathématiques ſe manifeſta de ſi bonne heure, qu'à l'âge de douze ans, ayant rencontré, par hazard, un exemplaire d'Euclide dans la chambre d'un de ſes amis, il en comprit parfaitement en peu de jours les ſix premiers Livres ſans aucun ſecours: & delà, ſuivant ſon penchant naturel, il fit des progrès ſi ſurprenans, que nous le trouvons bientôt après engagé dans les Problêmes les plus curieux & les plus difficiles. Il eſt certain que dans ſa ſeiziéme année, il avoit déja trouvé pluſieurs des propoſitions qu'il publia dans la ſuite ſous le titre de *Geometria Organica.*

Il prit à l'âge de quinze ans ſes dégrés de Maître-ès-Arts, avec beaucoup d'applaudiſſement; & il compoſa & ſoutînt publiquement à cette occaſion une Theſe ſur la Péſanteur. Après avoir paſſé un an à l'étude de la Théologie, il quitta l'Univerſité, & vêcut la plûpart du tems retiré dans une agréable maiſon de Campagne de ſon Oncle, juſque vers la fin de l'année 1717. Dans cette retraite il continua ſes Etudes avec la même aſſiduité qu'il avoit fait à l'Univerſité, ſe livrant ſurtout à ſes recherches favorites en Mathématiques

tiques & en Philoſophie,& liſant à de certaines heures les meilleurs Auteurs claſſiques pour leſquels il avoit naturellement un goût particulier.

Dans les intervalles de ſes Etudes, les hautes Montagnes dont il étoit environné, l'excitoient ſouvent à conſidérer les curioſités naturelles qu'elles renferment, & la variété infinie des Plantes qui y croiſſent, ou à monter juſqu'à leurs ſommets pour y jouir du plaiſir de la vûe la plus étendue & la plus diverſifiée. Là ſon imagination étant échauffée par la grandeur & la magnificence des choſes qu'il découvroit,il compoſoit quelque fois tout-à-coup, dans la vivacité de ſon tranſport, quelques piéces de vers ſur la beauté de la Nature & ſur les perfections de ſon Auteur. Il reſte encore quelques fragmens de ces Poëſies , qui, tout imparfaits qu'ils ſont, annoncent cependant un génie capable d'aller beaucoup plus loin en ce genre. Il y a encore quelques autres productions de ſa jeuneſſe, qui, quoique peu dignes de paroître en public, ſont toujours très-précieuſes pour ſes amis; ne fut-ce que pour voir le progrès qu'il avoit fait alors dans les différentes parties des Sciences : que peut-il y avoir en effet de plus ſatisfaiſant que d'obſerver le développement & la marche d'un eſprit tel que celui de M. Maclaurin.

En 1717. il se présenta en qualité de Candidat pour la Chaire de Mathématiques, au College d'Aberdéen, qu'il obtint après l'avoir disputée pendant dix jours avec un très-habile Compétiteur. Etant fixé dans cette place, il y fit bientôt revivre le goût des Mathématiques, & il les porta à un période qu'elles n'avoient jamais atteint dans cette Université.

Pendant les vacances de 1719 & 1721, il alla à Londres, dans la vûe de se perfectionner & d'acquérir la connoissance des Sçavans les plus distingués de cette Ville. Dans son premier voyage, il fut non-seulement lié avec le Docteur Hoaldy alors Evêque de Bangor, le Docteur Samuel Charke & différentes autres personnages d'un mérite éminent; mais la connoissance dont il se sentit le plus honoré, fut celle du Chevalier Isaac Newton, dont il regardoit l'amitié comme le plus grand bonheur de sa vie. Il fut reçu membre de la Société Royale, & donna deux Mémoires qui ont été insérés dans les Transactions Philosophiques; son Livre intitulé *Geometria Organica* fut imprimé dans le même tems, avec l'Approbation du Président.

A son second voyage à Londres en 1721, il fit la connoissance de M. Martin Folkes, Ecuyer, actuellement Président de la Société Royale, avec lequel il fut toujours lié depuis

de l'amitié la plus intime, & entretint un frequent commerce de Lettres, lui communiquant toutes ſes vûes & toutes ſes Découvertes dans les Sciences.

En 1722. Milord Polwarth, Plénipotentiaire du Roi de la grande Bretagne au Congrès de Cambray, engagea M. Maclaurin à accompagner ſon Fils aîné dans ſes voyages en qualité de Gouverneur & d'Ami. Après avoir ſéjourné très-peu de tems à Paris & viſité quelques autres Villes de France, ils s'arrêterent en Lorraine; là outre l'avantage d'une Académie célébre, ils eurent celui de jouir des agrémens d'une des Cours les plus polies de l'Europe. M. Maclaurin s'y attira l'eſtime des perſonnes les plus diſtinguées de l'un & de l'autre ſexe, & en même tems il ajouta beaucoup aux manieres douces & affables qui lui étoient naturelles, tant par la diſpoſition de ſon eſprit, que par tous les avantages qui peuvent rendre une perſonne aimable. C'eſt là qu'il compoſa ſa Piéce ſur le Choc des Corps, qui remporta le Prix de l'Académie Royale des Sciences pour l'Année 1724; il a inſéré la ſubſtance de cette Diſſertation dans ſon Traité des Fluxions & au Livre II. Chap. II. du préſent Ouvrage.

M. Maclaurin & ſon Diſciple ayant quitté la Lorraine, avoient déja avançé leur voyage

jusqu'aux Provinces Méridionales de France ; lorsque M. Hume fut saisi d'une fievre dont il mourut à Montpellier. Un événement si triste auroit sûrement touché un cœur moins sensible & moins tendre que celui de M. Maclaurin : dans quelques Lettres qu'il écrivit à ce sujet il en paroît entiérement inconsolable. La douleur qu'il ressentoit en particulier d'avoir perdu son Disciple, son Compagnon & son Ami ; son attachement pour une famille à laquelle il avoit de grandes obligations, & qui venoit de faire une perte irréparable dans la mort de ce jeune Seigneur, dont elle avoit lieu de concevoir les plus belles espérances, l'accablerent de douleur. Ne trouvant plus alors que du dégoût & de l'ennui dans les voyages ni même partout ailleurs, il se livra, immédiatement après son retour, aux occupations de sa Chaire à Aberdéen.

Mais ayant acquis universellement la réputation d'un des plus grands Génies de son Siecle, quelques Directeurs de l'Université d'Edinbourg souhaiterent de l'engager à remplir les fonctions de M. Jacques Gregori, que l'âge & les infirmités avoient rendu incapable de professer. Plusieurs difficultés retarderent ce dessein pour quelque tems, surtout la concurrence d'un Mathématicien distingué par l'éminence de ses talens & favorisé d'une ma-

niere particuliere par les Chefs de l'Université, & d'ailleurs le manque d'un fonds surnuméraire pour le nouveau Professeur; mais tous ces obstacles furent levés à la reception de deux lettres de M. le Chevalier Newton: dans l'une, addressée à M. Maclaurin avec permission de la faire voir aux Directeurs de l'Université, M. Newton s'exprime ainsi: « » j'apprens avec beaucoup de satisfaction » que vous avez lieu d'espérer d'être associé à » M. Jacques Gregori, pour professer les Ma» thématiques à Edinbourg, non-seulement » parce que vous êtes mon Ami, mais encore » plus à cause de vos Talens, sçachant que les » nouvelles Découvertes qui ont été faites dans » les Mathématiques ne vous sont pas moins » connues que l'état primitif de ces Sciences. » Je vous souhaite de tout mon cœur un heu» reux succès, & j'apprendrai votre élection » avec un sensible plaisir; je suis avec toute la » sincerité possible votre fidel Ami & votre très» humble Serviteur. »

Dans une seconde Lettre addressée au Lord Prevôt d'Edinbourg, de laquelle M. Maclaurin n'eut aucune connoissance que quelques années après la mort du Chevalier Newton, ce dernier parle en ces termes: » je suis ravi d'ap» prendre que M. Maclaurin est parmi vous » dans une haute réputation pour son habileté

„ dans les Mathématiques, car je le crois très-
„ digne de l'eſtime qu'il s'eſt acquiſe : Pour
„ vous convaincre que je ne le flatte pas, &
„ le porter à accepter la place d'Aſſocié à M.
„ Gregori, afin de lui ſucceder, je ſuis prêt,
„ ſi vous voulez bien me le permettre, de con-
„ tribuer à ſes honoraires pour vingt livres
„ ſterling par an, juſqu'à ce que la place de
„ M. Gregori vienne à vacquer, ſi je vis aſ-
„ ſez long-tems; & je payerai cette ſomme à
„ ſon ordre à Londres. „

Il fut reçu dans l'Univerſité au mois de Novembre 1725, en même tems que ſon Sçavant Collégue & intime Ami le Docteur Alexandre Monro Profeſſeur d'Anatomie. L'Ecole de Mathématiques devint bientôt très-nombreuſe, car il y avoit d'ordinaire plus de cent Auditeurs qui ſuivoient exactement ſes Leçons chaque année. Ces Etudians étant de profeſſions & de capacités différentes, il fut obligé de diviſer ſon Ecole en quatre ou cinq Claſſes, à chacune deſquelles il donna tous les jours une heure entiere, depuis le premier de Novembre juſqu'au premier de Juin.

Dans la premiere ou la plus baſſe Claſſe, quelquefois diviſée en deux, il enſeignoit les ſix premiers Livres des Elemens d'Euclide, la Trigonométrie Rectiligne, la Géometrie Pratique, les Elémens de Fortification & une in-

troduction à l'Algébre. Dans la seconde Classe, on étudioit l'Algébre, l'onziéme & le douziéme Livre d'Euclide, la Trigonométrie Sphérique, les Sections Coniques & les Principes généraux d'Astronomie. Dans la troisiéme Classe il traitoit de l'Astronomie & de la Perspective, il y expliquoit une partie du Livre des Principes de M. Newton, & faisoit un cours d'Expériences pour les éclaircir: Il démontroit ensuite les Elémens des Fluxions. Ceux de la quatriéme Classe étudioient le Traité des Fluxions, la Doctrine des Hazards & le reste du Livre des Principes de M. le Chevalier Newton.

M. Maclaurin se servoit d'une Méthode si lumineuse en traitant tous ces differens sujets; & s'exprimoit avec tant de clarté que ses Démonstrations avoient rarement besoin d'être répetées : tel étoit cependant son zéle pour l'avancement de ses Ecoliers, que si quelquefois ils paroissoient ne l'avoir pas parfaitement entendu, ou si, en les examinant, il ne les trouvoit pas en état de démontrer promptement la proposition qu'il avoit prouvée, il étoit plus porté à soupçonner ses expressions d'obscurité, qu'à s'en prendre à leur manque de génie & d'attention; ensorte qu'il récommençoit sa Demonstration par quelque autre Méthode, afin d'essayer si, en l'exposant dans un different jour,

il la leur feroit comprendre plus clairement.

Malgré les travaux de ſa charge de Profeſſeur public, il ne laiſſoit pas d'être ſouvent détourné par pluſieurs autres occupations. Si le bruit ſe répandoit qu'on avoit fait quelque part une Expérience ſinguliere, les Curieux s'empreſſoient de la voir répéter par M. Maclaurin: s'il y avoit une Eclipſe ou une Comete à obſerver, ſes Teleſcopes étoient toujours prêts. Les Dames mêmes s'entretenoient quelquefois avec lui ſur ſes Expériences & ſes Obſervations; & elles s'étonnoient de la facilité avec laquelle il leur donnoit la ſolution des Queſtions qu'elles lui propoſoient. Il ne refuſoit jamais ſes avis ni ſon ſecours, ſurtout à ſes jeunes Eleves, il étoit toujours prêt à les écouter, à l'exception de ſes heures de Claſſes, qu'il regardoit comme ſacrées. Des perſonnes de tous rangs & d'un mérite diſtingué rechercherent ſa connoiſſance & ſon amitié; elles trouvoient tant de plaiſir dans ſa compagnie qu'elles lui enleverent une grande partie de ſon tems, enſorte qu'il n'en étoit pas maître, même dans ſa retraite à la Campagne. Malgré la multitude de ſes occupations & les frequens obſtacles qu'il rencontroit, il ne diſcontinua pas de ſuivre ſes Etudes particulieres avec la plus grande aſſiduité, liſant tout ce qui paroiſſoit de

nouveau

nouveau, dès qu'il pouvoit en attendre quelque avantage. Mais afin d'avoir le tems de ſe livrer à des travaux ſi ſuivis & de compoſer ſes Ouvrages, il fut obligé de prendre ſur les heures deſtinées au ſommeil l'équivalent de celles qu'il accordoit à ſes Amis & à ſes Ecoliers; & il n'eſt pas douteux qu'il n'ait par là conſidérablement alteré ſa ſanté.

M. Newton étant mort au commencement de l'année 1728, ſon Neveu M[r]. Conduitt ſe propoſa de donner une hiſtoire de ſa vie, & il déſira d'être aidé dans ce travail par M. Maclaurin, qui pénétré de la plus vive réconnoiſſance par ſon Illuſtre Bienfaiteur, entreprit avec ardeur, & finit en peu de tems l'hiſtoire des progrès de la Philoſophie juſqu'au tems du Chevalier Newton. Ce fut la premiere ébauche de l'Ouvrage ſuivant, & auſſi-tôt qu'elle parut à Londres, elle y reçut l'approbation de quelques-uns des meilleurs Juges. Le Docteur Rundle, depuis Evêque de Derry, fut en particulier ſi charmé de cet eſſai qu'il en par la au feu Roi. Sa Majeſté ſe donna la peine de le lire, & témoigna qu'elle deſiroit que cet Ecrit fut rendu public; mais la mort de M. Conduitt ayant prévenu l'exécution de la partie de l'Ouvrage dont il s'étoit chargé, M. Maclaurin retira ſon manuſcrit. Il y ajouta dans la ſuite les preuves & les exemples les plus récens qu'il trou-

va, ſur les ſujets traités par M. Newton, & il le laiſſa dans l'état où il paroît actuellement.

M. Maclaurin vécut dans le Célibat juſqu'à l'année 1733; mais n'étant pas moins formé pour la Société que pour la contemplation, & déſirant d'allier des plaiſirs plus délicats & plus touchans à ceux de la Philoſophie, il épouſa Anne, Fille de M^r. Walter Stewart Procureur général du feu Roi pour l'Ecoſſe; il en eut ſept enfans, dont cinq ſçavoir deux fils, Jean & Colin, & trois filles lui ont ſurvêcu.

Le Docteur Berkley Evêque de Cloyne, ayant pris occaſion, ſur quelques diſputes qui s'étoient élévées au ſujet des fondemens de la Méthode des Fluxions, de rejetter la Méthode elle-même dans un Traite intitulé l'*Analyſte* publié en 1734, & en même tems d'accuſer les Mathématiciens d'infidelité en matiere de Religion; M. Maclaurin jugea qu'il étoit néceſſaire de défendre ſon Etude favorite, & de répouſſer une accuſation dans laquelle il ſe trouvoit ſi injuſtement compris. Il commença une réponſe au Livre de l'Evêque; mais à meſure qu'il avançoit, il fit un ſi grand nombre de Découvertes, trouva tant de nouvelles Théories, & réſolut tant de Problêmes curieux, qu'au lieu d'une Piéce juſtificative, ſon Ouvrage s'accrut juſqu'à former un Traité complet des Fluxions, avec leur application

aux Problêmes les plus importans de Géometrie & de Physique.

Cet Ouvrage fut publié à Edinbourg en 1742, en deux volumes in quarto ; on ne sçait ce qu'on doit le plus y admirer, ou ses démonstrations solides & incontestables des fondemens de la Méthode elle-même, ou l'application qu'il en a faite à une si grande variété de Problêmes aussi curieux qu'utiles *.

Ses démonstrations furent communiquées, quelques années auparavant, au Docteur Berkley, & M. Maclaurin le traita avec tout le respect & tous les égards dus à sa dignité : malgré cela il ne laissa pas de revenir à la charge dans sa Dissertation sur l'Eau de Goudron, comme si on n'eut rien répondu ; par cette excellente raison que dfférentes personnes avoient conçu & exprimé la même chose de différentes manieres.

Une Société s'étant formée depuis quelques années à Edinbourg pour l'avancement de la Médecine, M. Maclaurin proposa aux Membres qui la composoient d'en rendre le Plan plus étendu ; ensorte qu'on y comprit toutes les Parties de la Physique & les Antiquités du Pays. Ce projet fut bientôt agréé, & à l'exemple de M. Maclaurin plusieurs personnes du premier rang & d'un mérite distingué, se

* Ce Traité des Fluxions paroîtra dans peu traduit en François.

joignirent, à cet effet, aux Membres de l'ancienne Société. Le Comte de Morton leur fit l'honneur d'accepter la Charge de Président; le Docteur Plummer Professeur de Chymie, & M. Maclaurin furent choisis pour Secrétaires, & plusieurs Sçavans de grande réputation, Anglois & Etrangers, désirerent d'être admis à cette Société. Aux assemblées qui se faisoient chaque mois, M. Maclaurin lisoit généralement quelque Mémoire ou quelque Observation dont il étoit l'Auteur, ou il leur communiquoit les Lettres qu'il avoit reçues des Sçavans étrangers; ensorte que la Société se trouvoit informée de toutes les nouvelles Découvertes dont les Sciences s'enrichissoient.

Plusieurs de ses Mémoires, lus à cette Société, se trouvent imprimés dans le cinquiéme & le sixiéme volumes des Essays de Médécine. Il y en a aussi eu quelques-uns de publiés dans les Transactions Philosophiques, & M. Maclaurin eut occasion d'en insérer un beaucoup plus grand nombre dans son Traité des Fluxions, & dans son Exposition de la Philosophie de M. le Chevalier Newton. C'est ce qui a retardé la publication d'un nouveau Volume des Ouvrages de cette Société : mais on a lieu d'esperer qu'elle ne laissera pas de continuer ses travaux avec succès, malgré la perte qu'elle a faite à la mort de M. Maclaurin.

Il propoſa auſſi de bâtir un Obſervatoire Aſtronomique & une Salle convenable pour faire des Expériences dans l'Univerſité ; il en dreſſa un Plan où la commodité étoit réunie avec l'Elégance : & comme cet Edifice devoit être conſtruit par le moyen des contributions particuliéres, il s'employa de tout ſon pouvoir pour ramaſſer la ſomme néceſſaire à ce deſſein; ce qu'il fit avec tant de ſuccès, que ſans ces malheureux déſordres qui ont affligé ce Pays, ce bâtiment pourroit être actuellement fort avancé. Les Comtes de Morton & d'Hoptoun donnerent des preuves de leur libéralité, & de leur amour pour les Sciences, à cette occaſion, ainſi que M. le Baron Clerk Vice-Préſident de la Société Philoſophique. Pluſieurs Perſonnes d'un rang diſtingué, qui avoient des inſtrumens d'une grandeur conſidérable, offrirent de les donner dès qu'on ſeroit en état de s'en ſervir à cet Obſervatoire.

Le Comte de Morton réſolu de partir pour les Orcades & le Shetland en 1739, afin d'y viſiter les Terres qu'il y poſſede, vouloit en même tems réformer la Géographie de ces Contrées, qui eſt très-fautive dans toutes nos Cartes, examiner l'Hiſtoire naturelle du Pays, meſurer les Côtes, & y déterminer la valeur d'un dégré du Méridien : dans cette vûe il ſouhaita d'être accompagné de M. Maclaurin.

Mais ses affaires de famille ne lui permettant pas d'entreprendre un pareil voyage, il ne put faire autre chose que de donner un Mémoire de ce qu'il jugeoit devoir être observé, de fournir les instrumens nécessaires, & de présenter en sa place M. Short fameux Opticien, comme très-capable de toutes ces entreprises. La rélation qu'il reçut de ce voyage le persuada encore plus de l'imperfection de la Géographie de cette Contrée, qui a été la cause de tant de naufrages ; c'est pourquoi il employa plusieurs de ses Ecoliers, alors établis dans les Provinces Septentrionales, à en mesurer les Côtes.

M. Bryce leva sur ces Observations une Carte de la Côte de Caithness & de Strathnaver, il y ajoûta des remarques sur l'Histoire naturelle & les raretés du Pays, avec des routes pour les Navigateurs. Cette Carte fut présentée à la Société Philosophique à Edimbourg & publiée par son Ordre. M. Bonnar a levé pareillement une Carte des trois Isles les plus Septentrionales du Shetland, qui se trouve parmi les papiers de M. Maclaurin, & nous attendons dans peu la Géographie des Orcades corrigée par M. Mackenzie. C'étoit sur de semblables Observations faites par des Personnes habiles, aidées des meilleurs instrumens, que M. Maclaurin s'attendoit à voir lever une bonne Car-

te d'Ecosse ; & non sur les copies serviles des Marchands de Cartes ni sur une pénible collection d'anciens Plans de très-peu d'autorité, qu'il croyoit plus propres à perpétuer les erreurs qu'à les rectifier.

M. Maclaurin avoit encore un projet plus étendu sur la perfection de la Géographie & de la Navigation ; après avoir lû toutes les Rélations qu'il put trouver des Voyages faits dans les Mers du Nord & du Sud, il imagina que l'Océan étoit ouvert dans le trajet du Groenland à la Mer du Sud par le Pole Septentrional. Il en étoit si persuadé qu'on lui a entendu dire que, si sa situation le lui permettoit, il entreprendroit ce voyage même à ses propres dépens. En 1744 on présenta au Parlement plusieurs Piéces à ce sujet, sur lesquelles M. Maclaurin fut consulté par des Personnes de grande autorité ; mais on se détermina à tenter la Découverte d'un passage au Nord-Ouest avant qu'il put finir le Mémoire qu'il se proposoit d'envoyer ; & il fut très-fâché de cette résolution, parce qu'il pensoit que ce passage, si on avoit à le trouver, ne devoit pas être éloigné du Pole. Tel étoit le zele de ce célébre Philosophe pour le bien Public dans toutes les occasions ; la derniere & la plus remarquable est celle dont nous allons maintenant parler.

Lorſqu'on fut aſſuré, en 1745, que les Rébelles, après s'être avancés entre Edimbourg & les Troupes du Roi, continuoient leur marche vers le Midy, M. Maclaurin fut des premiers à ranimer le zele des Perſonnes attachées à notre heureux Gouvernement, & à les tirer de la funeſte ſécurité où elles avoient perſiſté juſques alors. Quoiqu'il n'ignorât pas que la Ville d'Edimbourg étoit non-ſeulement hors d'état de ſoutenir l'attaque d'une Armée reguliere, mais même de réſiſter longtems aux Troupes en déſordre & mal-armées qui marchoient contre-elle ; cependant prévoyant combien il ſeroit avantageux aux Rébelles de s'emparer de cette Capitale, & ſçachant que les forces du Roi ſous les ordres du Chevalier Jean Cope étoient attendues chaque jour, il leva les Plans des Murs, propoſa pluſieurs Rétranchemens, des Barricades, des Batteries & diverſes autres défenſes, qu'il penſoit qu'on pourroit tenir prêtes avant l'arrivée des Rébelles, & au moyen deſquelles il eſperoit que la Ville ſeroit en état de réſiſter, juſqu'à ce que l'Armée du Roi fut arrivée à ſon ſecours. Tout le ſoin, non-ſeulement de donner le deſſein, mais auſſi de veiller à l'exécution de ces Fortifications, tomba en partage à M. Maclaurin; il fut occupé nuit & jour à lever des Plans & à courir de place en

place ; l'inquiétude, la fatigue, & le froid auquel il fut ainsi exposé, altérant sa constitution naturellement foible, furent la premiere cause de la maladie dont il mourut.

Ce n'est pas ici le lieu de rapporter pourquoi ce Plan fut négligé, & de quelle maniere les Rebelles se rendirent maîtres de la Ville. Ils s'en rendirent maîtres, dis-je, & leurs esprits animés par ce succès inattendu & par le secours d'armes & de provisions qu'ils en tirerent, il défirent bientôt après l'armée du Roi à Preston-Pans. La modération qu'ils avoient affectée avant cette malheureuse bataille s'évanouit alors, & il falloit obéir à toutes les proclamations & à tous les ordres qu'il leur plaisoit de donner, sous peine d'exécution militaire. Parmi ces ordres despotiques, il y en eut un qui obligeoit tous ceux qui avoient servi comme volontaires à la défense de la Ville, de se présenter avant un tems prescrit devant leur Secrétaire d'Etat, & de signer une rétractation de tout ce qui s'étoit passé & une promesse de soumission à leur prétendu Gouvernement, sous peine d'être punis & traités comme Rebelles. M. Maclaurin s'étoit trop distingué parmi ces généreux Défenseurs, pour penser qu'il put échapper au traitement le plus sévére, s'il venoit à tomber entre les mains des Ennemis, après avoir négligé, de faire la

foumiſſion qu'ils exigeoient: il ſe retira donc ſecréttement en Angleterre avant le dernier jour fixé pour recevoir les ſoumiſſions; mais il vint à bout auparavant de faire tranſporter un bon Teleſcope dans le Château, & trouva le moyen de fournir à la Garniſon les Proviſions dont elle avoit beſoin.

Auſſi-tôt que Milord Herring, Archevêque d'York fut informé que M. Maclaurin s'étoit retiré au Nord d'Angleterre, il l'invita de la maniere la plus polie & la plus engageante, à prendre un Appartement chez lui durant ſon ſéjour en cette Contrée. M. Maclaurin accepta cet offre avec plaiſir, & bientôt après il s'exprima ainſi dans une lettre à un de ſes Amis, " je „ vis ici (dit-il) auſſi heureuſement que peut „ le faire un homme qui ignore l'état de ſa „ Famille & qui voit la ruine de ſon Pays. „ Le Lord Archevêque, dont le mérite & les bontés reſterent toujours profondement gravés dans l'eſprit de M. Maclaurin, entretint dans la ſuite avec lui une correſpondance reguliere; & lorſqu'on ſoupçonnoit que les Rebelles reprendroient une ſeconde fois poſſeſſion d'Edinbourg, après leur retraite d'Angleterre, il invita ſon ancien Hôte à ſe réfugier de nouveau chez lui. On obſerva que durant ſon ſéjour à York il étoit plus maigre qu'à l'ordinaire, & qu'il avoit un air malade; ce-

pendant comme il ne ſentit pas qu'il y eut alors aucun danger, il ne fit point appeller de Médecins : mais ayant eu le malheur de tomber de cheval & ſe trouvant d'ailleurs exposé, pendant ſon retour chez lui, (tandis que les Rebelles s'avançoient en Angleterre) aux plus grandes rigueurs de la ſaiſon, il ſe plaignit à ſon arrivée d'être fort incommodé. On découvrit en peu de tems que ſa maladie étoit une Hydropiſie aſcite, & ce fut en vain qu'on employa tous les différens Remedes preſcrits par les plus célébres Médecins de Londres & d'Edinbourg, & qu'on lui fit trois fois la Ponction.

Il ſe comporta durant cette triſte & longue maladie, comme il convenoit à un Philoſophe & à un chrétien; toujours tranquille, joyeux & réſigné : ſes ſens & ſon jugement ſe ſoutinrent dans leur entiere vigueur juſqu'à peu d'heures avant ſa mort. Ce fut alors que ſon Secrétaire auquel il dictoit le dernier Chapitre de l'Ouvrage ſuivant, (où il prouve la Sageſſe, la Puiſſance, la Bonté & les autres Attributs de Dieu) s'apperçut pour la premiere fois qu'il héſitoit & tomboit dans des répétitions. On ne lui put trouver de Pouls, ſes mains & ſes pieds étoient déja froids ; cependant malgré l'état extremêment foible où il ſe trouvoit, il ſe tint ſur ſa chaiſe, & par-

la au Docteur Monro son Ami, avec sa sérénité & toute sa raison ordinaires, lui demandant l'explication d'un Phénomene qu'il observoit sur lui-même, sçavoir, que des traits de feu sembloient s'élancer de ses yeux, tandis que sa vûe s'affoiblissoit & qu'il pouvoit à peine distinguer les objets. Peu de tems après cette conversation il se fit mettre sur son lit, où, le Samedi quatorziéme Juin 1746, âgé de 48 ans & quatre mois, il passa de ce Monde à cet état de bonheur, dont il avoit les plus hautes idées, & qu'il souhaitoit ardemment de posseder.

La douleur que causa la perte de cet Homme Illustre parmi les Personnes de tous rangs, fut aussi générale que l'estime qu'il avoit acquise; mais ceux qui l'avoient connu particuliérement en furent les plus vivement affligés; le Docteur Monro, dans un Discours prononcé à la premiere assemblée de l'Université après ce funeste événement (dont on a tiré en substance ce qu'on vient de rapporter) fait surtout une peinture très-touchante de la douleur que ressentit à cette occasion le feu Lord Président Forbes. Une conformité parfaite de caractére & d'inclinations les avoit étroitement unis durant leur vie, & malheureusement leur mort ne se suivit que de trop près : le Président, s'étant comme lui consumé au servi-

ce de ſon Pays, devint bientôt le ſujet d'un regret univerſel.

Dans le même diſcours le Docteur fait voir, par un grand nombre d'exemples, que le génie ſublime & le profond ſçavoir ne faiſoient pas le principal mérite de M. Maclaurin ; mais qu'il étoit encore plus éminemment diſtingué du commun des hommes par les qualités du cœur ; ſa bienveillance univerſelle & ſa piété exempte de toute affectation, enfin une chaleur & une conſtance dans l'amitié qui lui étoient particulieres. Il aſſure auſſi, qu'après une liaiſon intime avec lui pendant un ſi grand nombre d'années, il n'avoit connu qu'à moitié ſon mérite; & qu'il ne ſe manifeſta dans tout ſon luſtre, que lorſqu'il ſe trouva dans cette terrible ſituation que tous les hommes doivent éprouver un jour, mais que les ſeules Ames preparées comme la ſienne, armées de la vertu & d'une eſpérance chrétienne, peuvent ſupporter dignement.

Les bornes qui nous ſont preſcrites ne nous permettent pas de ſuivre de célébre Profeſſeur dans toutes ces agréables recherches, & la modeſtie des Amis de M. Maclaurin ne ſouffriroit pas un détail ſi particulier. Nous devons nous contenter de le conſidérer du côté qu'il s'eſt fait univerſellement connoître, en donnant une courte Expoſition de ſes Ou-

vrages & de la maniere dont il a cultivé les Mathématiques, en ſuivant, avec une application infatigable, des Etudes qui paroiſſent à la plûpart du monde plus curieuſes qu'utiles.

Son premier Ouvrage fruit des travaux de ſa jeuneſſe fut la *Géométrie Organique*, où il traite de la deſcription des Courbes par un mouvement continu. La premiere & la plus ſimple des Lignes courbes ſe décrit par le mouvement d'une droite ſur un Plan, autour de l'une de ſes extrêmités. M. Newton avoit demontré que les Sections Coniques pouvoient toutes être décrites, en prenant deux Centres ou deux Poles dans un Plan, & mouvant autour de ces Points deux Angles donnés, en ſorte que l'interſection de deux jambes ſoit toujours dans une ligne droite, dont la poſition ſur ce même Plan eſt donnée; car de cette maniere l'interſection des deux autres jambes décrira quelque Section Conique. Il décrit de même les Courbes du troiſiéme genre qui ont un Point double, c'eſt-à-dire qui, rentrant en elles-mêmes, paſſent deux fois par le même Point ; mais M. Newton avoue que la Deſcription d'un très-grand nombre de Courbes, qui n'ont pas un pareil Point, eſt un Problême d'une toute autre difficulté. La ſolution en étoit reſervée à M. Maclaurin, qui non-ſeulement l'a donnée d'une maniere

complétte, mais qui de plus a fait de rapides progrès dans cette Méthode de décrire les Courbes. En prenant plus de Poles, ou en mouvant les Points Angulaires le long d'un plus grand nombre de lignes dont la position soit donnée, ou enfin en portant les interſections le long de quelques lignes Courbes au lieu de Droites, il a rendu cette Méthode auſſi générale qu'elle pouvoit l'être, ou du moins il a donné le moyen d'y parvenir. Et parce que ces Deſcriptions de Courbes s'exécutent par le mouvement des Angles, combiné ſuivant que le cas l'exige, il les appelle du nom général d'Organiques. Lorſqu'il écrivit ce Traité, il ſe trouvoit dans le premier feu de ſon imagination, & continuellement excité par l'ardeur qui l'emportoit à tenter d'autres Découvertes, enſorte qu'il ne prit pas le tems de finir chaque Démonſtration, d'une maniere auſſi élégante qu'il auroit pu le faire. Les pages, il faut l'avouer, ſont toutes chargées de Calculs algébriques, & les yeux délicats de quelques Critiques en ont été bleſſés ; mais on répondra que ce qui les offenſe peut être très-agréable à de jeunes Mathématiciens : & même nous n'aurions fait aucune mention de ce prétendu défaut dans un ſi grand Ouvrage, s'il n'en avoit lui-même parlé en pluſieurs occaſions. Dans une lettre à

un de ſes Amis, il témoigna qu'il avoit intention de reprendre, à ſon premier loiſir, toute cette Théorie & d'y ajouter un ſupplément ; dont la plus grande partie a été imprimée il y a pluſieurs années, mais il ne nous en reſte qu'un extrait dans les Tranſactions Philoſophiques, N°. 439. Dans le même Volume, il donne une nouvelle Théorie des Courbes qui peuvent être déduites, de quelque autre Courbe donnée, en concevant que des perpendiculaires aux Tangentes de cette derniere ſoient continuellement tirées par un point donné, & leurs interſections avec ces Tangentes formeront une nouvelle Courbe; de celle-ci, on peut en déduire une troiſiéme de la même maniere, & ainſi de ſuite à l'infini. Cette Théorie fournit pluſieurs Théorêmes curieux : il y a auſſi quelques Propoſitions ſur les Forces Centripetes & ſur d'autres ſujets, qui, avec les nombreuſes citations qu'on y trouve, font voir les grands progrés qu'il avoit déja faits dans chaque partie des Mathématiques, & combien il étoit verſé dans les Ecrits des meilleurs Auteurs.

Nous ne repeterons pas ici ce qui a déja été dit ſur ſa Piéce qui remporta le Prix de l'Académie Royale des Sciences en 1724. La même Académie lui adjugea en 1740 un Prix qui lui fait un honneur infini,
pour

pour avoir expliqué le Flux & Reflux de la Mer par la Théorie de la Gravité ; Question qui avoit été proposée l'année précédente sans qu'on y eut satisfait. Il n'eut que dix jours de tems pour travailler à ce Mémoire, & il ne put trouver le loisir de le transcrire avec exactitude, ensorte que l'Edition de Paris n'est pas correcte ; mais il revit cette Dissertation dans la suite & l'insera dans son Traité des Fluxions.

Il est inutile de rapporter à quelles occasions il composa différentes Piéces qu'il envoya à la Société Royale : on en verra les dates dans la liste suivante & les sujets qui y sont traités.

1. *De la Construction & de la Mesure des Courbes*. N°. 356.

2. *Nouvelle Méthode de décrire toutes sortes de Courbes*. N°. 359.

3. *Lettre à M. Martin Folkes Ecuyer, sur les Equations à Racines impossibles*. Mai 1726. N°. 394.

4. *Continuation de la même*. Mars 1729. N. 408.

5. Du 21 Décembre 1732. *Sur la Description des Courbes, avec l'Exposition des nouvelles Découvertes en ce genre, & un Mémoire daté de Nancy*, le 27 Novembre 1722. N°. 439.

6. *Plan du Traité des Fluxions*, le 27 Janvier 1742-3. N°. 467.

7. —— *Le même continué*, le 10 Mars 1742-3 N°. 469.

8. *Régle pour trouver les parties Méridionales d'un Sphéroïde avec la même exactitude que celles d'une Sphere.* Août 1741. N°. 461.

9. *Des Bases des Cellules où les Abeilles déposent leur Miel*, du 3 Novembre 1743. N°. 471.

Mais son grand Ouvrage, celui qui lui a coûté le plus de peine & qui le couvrira d'une gloire immortelle, est son *Traité des Fluxions*. On a déja dit plus haut l'occasion qui le lui fit entreprendre, sçavoir, les objections de quelques Personnes ingénieuses contre la Doctrine des Fluxions, fondées sur les diverses manieres de l'expliquer employées par differens Auteurs. On ne peut disconvenir que les termes *d'Infini* & *d'Infiniment petits* ne soient devenus trop familiers aux Mathématiciens, & qu'on n'en ait abusé en *Arithmétique* & en *Géométrie*, soit en introduisant & palliant des absurdités réelles, soit en donnant à ces Sciences un certain air mystérieux & affecté qu'elles ne doivent point avoir. Pour remédier à ce mal qui alloit tous les jours en croissant, & ne laisser à jamais aucune prise aux railleries qu'il avoit occasionnées, M. Maclaurin trouva qu'il étoit nécessaire, en démontrant

les Principes des Fluxions, de rejetter entiérement tous ces termes ſujets à diſpute, & de ne ſuppoſer que des Quantités finies déterminables, telles que celles dont traite Euclide dans ſa Géométrie; enfin de n'employer aucune autre ſorte de démonſtration que celle dont les Anciens ont fréquemment fait uſage, & qui a toujours été regardée comme très-rigoureuſe dès le commencement de cette Science : par là il a aſſuré cette admirable invention contre toutes les attaques des Siécles à venir, & en même tems il a rendu juſtice à l'exactitude de ſon illuſtre Auteur. Cet Ouvrage lui a coûté des peines infinies; mais il ne les régrettoit pas : car il penſoit qu'à proportion „ que les Méthodes générales ont „ des uſages importans, il eſt néceſſaire qu'el„ les ſoient établies avec la plus grande cer„ titude, & que puiſqu'elles nous épargnent „ tant de tems & de travail, on ne doit rien „ négliger pour éclaircir ces Méthodes elles„ mêmes „ *.

Non-ſeulement il a démontré la certitude de cette Doctrine, mais il l'a enrichie de Découvertes importantes, & il en a fait l'application avec beaucoup de ſuccès à un ſi grand nombre des recherches, auſſi curieuſes qu'utiles, que ſon Ouvrage peut être regardé com-

* Introduction aux Fluxions vers la fin.

me un Trésor de Sciences Mathématiques ; plutôt que comme un Traité de l'une de leurs branches. Il seroit inutile d'entrer ici dans le détail des choses qu'il renferme, puisqu'on en trouve une Exposition claire & méthodique dans les Transactions Philosophiques N°. 468, 469 ; où nous renvoyons le Lecteur.

Quoique cet Ouvrage ne soit pas également parfait en toutes ses Parties, à cause de l'étendue immense du Plan qu'il s'étoit proposé, on y remarque cependant partout un génie du premier ordre & une sagacité peu commune. Un Artiste ordinaire suit la premiere route qui se présente à lui & non pas ordinairement la meilleure ; il peut arriver à la solution de son Problême, mais elle sera probablement denuée d'élegance ou de clarté : on s'apperçoit aisément qu'elle n'est pas aussi parfaite qu'elle pourroit l'être, le résultat n'étant guéres plus scientifique que celui d'une opération arithmétique, où les nombres donnés & leurs rapports ont tous disparu. Il s'en falloit bien que M. Maclaurin fut dans le même cas ; il avoit une imagination vive & un discernement exquis, ensorte que, saisissant tout-à-coup toutes les différentes manieres de procéder, il étoit en état de choisir la plus propre à son dessein & d'en faire l'application avec un art & une méthode admirables. Cette faculté

n'eſt pas de celles qui s'acquerrent par l'exercice, elle tire plutôt ſon origine d'un certain goût préſent de la Nature, qui dans les Mathématiques, comme en toutes autres choſes, diſtingue l'excellence de la médiocrité.

Nous avons dans tous les derniers Ouvrages de M. Maclaurin, particulierement dans ſon Traité des Fluxions, des exemples ſans nombre de cette ſagacité ſinguliere; il n'en faudroit pas d'autre preuve que la maniere dont il a réduit tant de ſolutions, qu'on avoit coutume de traiter par les ordres les plus élevés des Fluxions, à ceux d'un ordre inférieur & pluſieurs des Queſtions *de Maximis & Minimis*, & même quelques-unes des plus difficiles, à la Géométrie plane. Ce ſont là tous les Ouvrages que notre Auteur a publiés pendant ſa vie; depuis ſa mort il a paru deux autres volumes, ſon *Traité d'Algébre* & ſon *Expoſition de la Philoſophie de M. Nevvton*.

Quoique ce Traité d'Algébre n'ait pas eu l'avantage d'être fini de ſa propre main & d'être publié ſous ſes yeux, il eſt cependant regardé comme excellent en ſon genre; contenant dans un ſeul volume un Traité élémentaire complet de cette Science, juſqu'au plus haut période où elle ait été portée; & toutes les regles les plus utiles qui ſont répandues en un ſi grand nombre d'Auteurs y ſont

clairement démontrées, & disposées suivant l'ordre qu'il a trouvé le plus convenable après une longue Expérience dans l'exercice des fonctions de sa Chaire. Il ne s'arrête pas tant, à la vérité, aux applications pratiques que la plupart des autres Auteurs, mais il l'a fait à dessein : car il pensoit que la plus grande partie de ces applications méritoient d'être traitées séparement ; & qu'en embrasser trop dans son plan ce seroit la même chose que si on défiguroit les Elémens d'Euclide, en y mêlant les régles de Géométrie pratique. On a joint à cet Ouvrage, en forme d'*Appendix*, son Traité latin *des Propriétés générales des Lignes Géométriques.* Il a été imprimé avec beaucoup de soin sur un Manuscrit tout écrit & corrigé de la propre main de l'Auteur, & il suffit d'ajouter que comme c'étoit une des dernieres, elle paroît aussi, à son propre jugement, avoir été l'une de ses meilleures productions.

L'Exposition de la Philosophie de M. Newton est actuellement sous les yeux du Lecteur qui, en parcourant la Table des Chapitres, verra le dessein & la Méthode de l'Auteur ; & nous espérons qu'en lisant l'Ouvrage même, il n'aura pas lieu de se plaindre de l'exécution.

On pourroit cependant faire une Question qu'il est à propos de prévenir : sçavoir pour-

quoi dans cette Expoſition les plus grandes Découvertes de M. Newton ſur la Lumiere & ſur les Couleurs n'y ſont rapportées qu'en paſſant & en général ? A cela on répond que le principal deſſein de M. Maclaurin paroît avoir été d'expliquer ſeulement ces Parties de la Philoſophie du Chevalier Newton qui ont été conteſtées & qui le ſont encore. Mais on ſçait que, depuis que les Expériences, ſur leſquelles ſa doctrine de la Lumiere & des Couleurs eſt fondée, ont été répétées avec ſoin, ſon ſentiment n'a ſouffert aucune conteſtation : tandis que ſon Syſtême du Monde, ſon Explication des Mouvemens céleſtes, & des autres grands Phénomenes de la Nature, par la Gravité, ont été mal entendus & même tournés en ridicule juſqu'à ce jour. On a ſouvent répété le reproche qu'on lui avoit fait, ſans aucun fondement, de renouveller les *Qualités occultes* ; quelques Profeſſeurs étrangers ont encore l'idée remplie de leurs triomphes imaginaires, & même l'élégant & ingénieux Cardinal de Polignac s'eſt laiſſé ſéduire juſqu'à leur prêter l'harmonie de ſes vers.

Il étoit donc à propos que ces Meſſieurs fuſſent encore une fois averti, & par M. Maclaurin, que leurs objections ſont entiérement hors de ſaiſon, que les Fantômes qu'ils combattent tous les jours ne ſont ſortis que de leur

imagination, & n'ont pas plus de rapport avec les dogmes de M. le Chevalier Newton, que l'Obſervation & l'Expérience en ont avec les *Qualités occultes*; que les Partiſans de ce célébre Philoſophe ſoutiendront toujours que c'eſt avec raiſon qu'ils s'arrêtent où ils voyent qu'ils ne peuvent aller plus loin, ſur des fondemens certains, & qu'ils font uſage d'un principe ſolidement établi ſur l'Expérience, qui ſatisfait ſi bien à tous les cas où ils l'appliquent, & ſe trouve toujours uniforme & conſtant; * quoiqu'ils déſeſperent de découvrir peut-être jamais la premiere cauſe de ce Principe.

Mais outre que le Traité d'Optique de M. Newton n'avoit pas beſoin de défenſe, on peut dire auſſi qu'il eſt à peine ſuſceptible d'explication, c'eſt un Chef-d'œuvre ſi accompli qu'il ne peut pas plus être abregé qu'étendu, & il vaudroit mieux rapporter toutes ſes Expériences, ſes éclairciſſemens & ſes preuves, dans les mêmes termes dont il s'eſt ſervi, que de s'expoſer à les défigurer par un habillement étranger. Quant à ſes conjectures qu'il n'a pu mieux établir, & qu'il propoſe comme des Queſtions, M. Maclaurin avoit un ju-

* On en voit une nouvelle preuve dans une ſeconde Découverte du Docteur Bradley, auſſi admirable que la premiere, d'une petite nutation de l'Axe de la Terre, à laquelle il a été conduit par le mouvement des Nœuds de l'Orbite Lunaire.

gement

gement trop solide, & étoit trop fortement imbu du génie & de l'esprit de son illustre Maître, pour penser à fonder sur elles des Théories douteuses. Il les laisse telles qu'il les a trouvées, jusqu'à ce que les Découvertes des Siecles à venir leur puissent donner un autre nom.

M. Maclaurin, outre ses Ouvrages imprimés & complets, avoit par devers lui un grand nombre de Manuscrits & d'Essais imparfaits, tant sur les Mathématiques que sur d'autres sujets. L'augmentation de sa maladie ne lui laissa pas le tems de les mettre en ordre, ni d'indiquer en particulier la maniere dont ils devoient être disposés. Il les confia entiérement aux soins de trois Personnes, entre les mains desquelles il les sçavoit en parfaite sûreté : son respectable Ami M. Martin Folkes Ecuyer, Président de la Société Royale; M. André Mitchell Ecuyer, Membre du Parlement pour le Comté d'Aberdéen, qu'il connoissoit très-disposé à n'épargner aucune peine, dans tout ce qui concernoit la memoire d'un Ami qu'il avoit si long-tems & si vivement aimé; & M. Jean Hill Chapelain de l'Archevêque de Cantorbery, avec lequel il étoit lié depuis quelques années de l'amitié la plus intime. En conséquence de ces dispositions, ces Messieurs résolurent d'abord de publier ce que M.

Maclaurin avoit déja preparé pour la presse ; sçavoir son Algébre & l'Exposition de la Philosophie de M. Newton ; mais ne pouvant se charger eux-mêmes du soin immédiat de ces Editions, ils s'en sont reposés sur une Personne dont les égards pour la mémoire de l'Auteur sont un gage assuré de son exactitude scrupuleuse. Ils ont aussi proposé une Souscription pour l'Ouvrage suivant, à laquelle on s'est porté avec tout l'empressement qu'on avoit lieu d'attendre ; ce qui ne laissera pas d'être fort utile à la Famille du Défunt dans la situation où il l'a laissée : car outre qu'un Philosophe ne s'occupe guéres du soin d'amasser des richesses, & qu'il ne peut satisfaire sa curiosité, sans une dépense considérable, M. Maclaurin étoit beaucoup plus libéral que sa fortune ne le lui permettoit ; il ne se contentoit pas d'aider de ses lumieres & de tout son credit les jeunes gens, en qui il remarquoit d'heureuses dispositions & du penchant à la vertu, il leur donnoit souvent tout l'argent dont ils avoient besoin, jusqu'à ce que ses recommandations pussent avoir lieu.

Si nous considérons maintenant les nombreux Ecrits de notre Auteur & les profondes Recherches auxquelles il s'est livré, on ne sera pas moins étonné de sa patience & de son assiduité que l'élévation de son génie. Ce

seroit en vain qu'on entreprendroit d'en convaincre une Personne qui n'a pas elle-même gouté les plaisirs d'un esprit contemplatif. Ceux qui se livrant aux plaisirs du Monde, ne connoissent d'autre volupté que celle que les sens procurent & que l'imagination assaisonne, sont insensibles aux charmes simples & tranquilles & aux attraits négligés de la vertu, qui fut durant tout le cours de la vie de M. Maclaurin l'objet constant de sa passion. Il regardoit ces spéculations comme l'exercice le plus digne des facultés de l'homme, le plus propre à nous faire connoître les bornes qui leur sont prescrites & à nous inspirer cette humilité qui doit être notre partage, & qui fait la principale partie de la vraie Sagesse, *la connoissance de soi-même.*

Ceux qui ont eu le bonheur de connoître M. Maclaurin, peuvent rendre témoignage de l'exemple autentique qu'il a donné de cette vertu, & ses Ouvrages en sont une preuve suffisante. Plus il avançoit en Géométrie & dans la connoissance de la Nature, plus il avoit d'aversion pour les Systêmes parfaits & les Hypotheses universelles ; sans affecter du mépris pour les connoissances que nous pouvons acquérir, ou pour les usages auxquels elles sont propres, il vit qu'il en restoit infiniment plus au-dessus de la Sphere de l'entendement

humain. Il avoit coutume de ne regarder nos plus grandes Découvertes que comme une espece d'Aurore, proportionnée aux circonstances où nous sommes & à nos besoins en cette vie, dont nous devons cependant être satisfaits pour le present, dans l'espérance de lui voir succéder un jour brillant, lorsque nous jouirons d'un état plus heureux & plus parfait.

L'Etude des Mathématiques, il est vrai, a souvent produit des effets tout-à-fait differens, dans les Personnes d'un esprit foible & sans expérience; quelquefois un orgueil & une présomption ridicules avec un mépris de toutes les autres Etudes, quelquefois elle a fait confondre témérairement les différentes sortes d'évidence & les divers sujets auxquels elles peuvent être appliquées; ou bien parce que l'évidence démonstrative est la plus parfaite, on a regardé comme une chose décidée qu'il n'y en avoit pas d'autre, ou enfin l'évidence morale pour la porter au même niveau a été déguisée d'une maniere ridicule & désavantageuse. Mais le seul exemple de M. Maclaurin opposé à la façon de penser & d'agir de pareils imprudens, sera une censure suffisante de leur conduite absurde; & en même tems, servira de réponses aux injustes reproches dont, à l'occasion de ces abus, on a chargé les Mathématiciens.

Ce n'étoit pas seulement le plaisir & l'ins-

truction de l'esprit que M. Maclaurin cherchoit dans ses Etudes favorites; il vit combien elles étoient importantes dans tous les Arts de la vie civile, pour *aider les Puissances de l'homme* (comme s'exprime le Chancelier Bacon *) *&* *étendre son domaine sur la Nature.* Pour peu qu'on soit instruit de l'histoire de l'état present du Commerce & des Manufactures, on conviendra qu'il n'y a rien de grand ou de beau, rien d'universellement utile & avantageux, qui n'exige d'être dirigé par l'application des Mathématiques ; les idées même, que le hasard nous fournit, ne peuvent être portées à la moindre perfection, sans le secours de l'Arithmétique & de la Géométrie.

C'est à cette utilité générale que M. Maclaurin rapportoit toutes ses Etudes, on trouve, en plusieurs endroits de ses Ouvrages, une application des Théories même les plus abstraites à l'avancement des Arts Méchaniques. Il avoit résolu, dans la même vûe, de composer un cours de Mathématiques pratiques & de vanger plusieurs branches utiles de ces Sciences, du mauvais traitement qu'elles ont souvent reçues entre des mains moins habiles. Mais sa mort nous a privé de l'exécution de tous ces desseins, à moins que nous ne regardions comme une partie de l'Ouvrage qu'il

* *Nov. Organ. Lib. I.*

méditoit, la Traduction de la Géométrie pratique du Docteur David Gregory, qu'il revit & publia avec des additions en 1745.

Cependant, il eut souvent pendant sa vie le plaisir de servir ses Amis & sa Patrie par son profond sçavoir. Quelque difficulté qui se rencontrât sur la construction des Machines, sur le travail des Mines, sur les moyens de perfectionner les Manufactures, de faire venir des Eaux, ou sur l'exécution de quelque autre Ouvrage public, on s'addressoit toujours à M. Maclaurin pour la résoudre. On eut aussi recours à lui, pour terminer quelques disputes de conséquence, qui s'étoient élévées à Glasgow sur le Jaugeage des Vaisseaux; & pour cela il présenta aux Commissaires de l'Excise deux Mémoires travaillés avec soin, contenant des Regles à ce sujet avec leurs démonstrations; Regles que depuis on a suivi exactement.

Mais ce qui lui causa la plus grande satisfaction à cet égard, ce fut les Calculs qu'il fit au sujet de ce sage établissement, actuellement autorisé par les Loix, en faveur des Veuves & des Enfans du Clergé d'Ecosse & des Professeurs des Universités, par lequel on leur donne le Droit de jouir de certaines sommes & annuités, au moyen d'un payement annuel & volontaire d'une somme déterminée,

par le possesseur du Bénéfice ou de la Chaire. La disposition de ce Systême couta beaucoup de peine à M. Maclaurin, & les Personnes, qui furent chargées de solliciter l'affaire à Londres, avouent que l'autorité de son nom fut d'un grand poids, pour dissiper tous les doutes qui naissoient sur la suffisance du fonds proposé, ou sur la juste proportion des sommes & des annuités.

Ce devoit être un plaisir bien flatteur pour lui de s'être rendu par là si utile à son Siecle & même à la Postérité la plus reculée. Mais ses Etudes lui étoient encore plus cheres, en ce qu'elles servent à démontrer l'éxistence & les attributs du souverain Créateur, & à établir les Principes de la Religion naturelle sur des fondemens solides, également assurés contre les vains Sophismes des Epicuriens & les dangéreuses subtilités des Métaphysiciens modernes. Il pensoit avec le grand M. Cotes * *que la connoissance de la Nature sera toujours le plus ferme boulevard contre l'Athéïsme*, & par conséquent le plus sûr fondement de la vraie Religion. Cette connoissance fait plus qu'exciter une simple admiration, elle nous inspire l'amour & l'adoration du Créateur ; car il faudroit en effet qu'elle fut bien superficielle, pour ne pas nous convaincre de notre indé-

* *Præfat. ad Newton. Princip.*

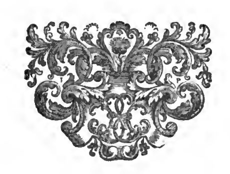
pendance & de nos devoirs envers ce grand Etre, qui nous a fait tout ce que nous sommes. L'argument tiré des causes finales, de l'ordre & du dessein, qui se manifeste évidemment par tout l'Univers, étoit regardé par M. Maclaurin comme le plus simple de tous, & par conséquent comme le plus proportionné aux facultés humaines : au lieu que les raisonnemens Métaphysiques ne sont entendus que d'un petit nombre, & sont toujours susceptibles d'être pris dans un mauvais sens. Ensorte que, quoiqu'il fut en état d'en faire usage avec autant de force & de subtilité qu'aucune autre personne, il aima mieux, dans sa conversation aussi bien que dans ses Ecrits, terminer la dispute en peu de mots à sa maniere.

Il n'étoit pas moins ardent à la défense de la Religion révelée qu'il entreprenoit avec chaleur aussi-tôt qu'on l'attaquoit, soit en passant dans la conversation, où dans ces Livres pernicieux qui n'ont pas moins contribué à nous corrompre le Goût que les Mœurs : on vit combien il avoit été fermement persuadé de la vérité de cette Religion, par la tranquillité qu'elle lui procura dans ses derniers momens.

C'est ainsi que ce Grand-Homme passa tous les jours de sa vie dans le cours d'une Etude laborieuse ; continuellement occupé à faire le bien de tout son pouvoir à étendre parmi les

hommes

hommes la Religion & la Vertu, en même tems qu'il s'appliquoit particulierement à perfectionner les Arts utiles & curieux. Il nous a été ravi dans un âge où il étoit capable de faire beaucoup plus; mais il a laissé un exemple qui sera long-tems admiré aussi bien qu'imité jusqu'à ce que la Révolution des choses humaines vienne à bannir les Sciences de ces Parties du Monde, ou que l'inconstance des hommes, & leur dégoût pour ce qu'il y a de meilleur, ayent substitué à cette Philosophie quelque vain fantôme de Science, & que par l'un ou l'autre moyen nous retombions à notre premier état de barbarie.



h

TABLE
DES CHAPITRES.

LIVRE PREMIER.

De la Méthode qu'on doit suivre dans l'Etude de la Philosophie naturelle, & des differens Systêmes des Philosophes.

LIVRE SECOND.

De la Théorie du Mouvement & des Méchaniques rationelles.

LIVRE TROISIEME.

La Gravité démontrée par Analyse.

LIVRE QUATRIEME.

Les effets de la Gravité déduits synthétiquement.

Fin de la Table.

FAUTES A CORRIGER.

PAGE 4, *Ligne* 26, *tous*, lisez, tout.
Pag. 34, *L.* 11, *raison*, lisez, lieu.
Pag. 39, *L.* 10, *raison*, lisez, tout lieu.
Pag. 39, *L.* 25, lisez, ces Philosophes.
Pag. 54, *L.* 35, *sentiroit*, lisez, serviroit.
Pag. 114, *L.* 2, *mante à*, lisez, mais
Pag. 117, *L.* 11. *terminer*, lisez, déterminer.
Pag. 151, *L.* 9. lisez, avec désavantage contre le mouvement.
Pag. 161, *L.* 7, A & B, lisez, B & C.
Pag. 163, *L.* 14, *e* lisez, B*e*.
Pag. 177, *L.* 1 & 5, lisez, Poulie simple.
Pag. 184, *L.* 9. lisez, réciproquement comme.
Pag. 193, *L.* 1, *ve*, lisez, en.
Pap. 193, *L.* 18, FF, lisez, F.
Pag. 202, *L.* 13, lisez, *of* & *od* à *ob*.
Pag. 211, *L.* 28, lisez, qui font descendre les Corps.
Pag. 222, *L.* 29, KK*k*, lisez, K*k*.
Pag. 354, Note, 2e. Colomn. L. 3, *premier*, lisez, dernier.
Pag. 366, *L.* 4 & 6, au lieu de (, lisez).



DÉCOUVERTES DE M. NEWTON.

LIVRE PREMIER.

De la Méthode qu'on doit suivre dans l'étude de la Philosophie naturelle, & des différens systêmes des Philosophes.

CHAPITRE PREMIER.

Exposition générale de la Méthode de Monsieur le Chevalier NEWTON; *& de sa doctrine sur le systême du Monde.*

1. 'OBJET de la Philosophie naturelle est de décrire les Phénomenes de la Nature, de découvrir leurs causes, en exposer les rapports & faire des recherches sur toute la constitution de l'Univers. Une noble curiosité a porté les hommes de tout tems à l'étude de la

Nature ; il n'y a aucun Art utile qui n'ait quelque connexion avec cette ſcience, la beauté inépuiſable & la variété des choſes la rendent toujours agréable, nouvelle & ſurprenante.

Mais la Philoſophie naturelle a d'autres uſages beaucoup plus importans, car elle tire ſon principal mérite de ce qu'elle ſert de fondement ſolide à la Religion naturelle & à la Philoſophie morale, en nous conduiſant d'une maniere ſatisfaiſante à la connoiſſance de l'Auteur & du Maître de l'Univers. Etudier la Nature, c'eſt chercher à connoître l'ouvrage de ce ſouverain Créateur : chaque découverte nous en développe quelque nouvelle partie ; & tandis que dans nos recherches nous ſentons toujours qu'il nous reſte de plus grandes choſes à découvrir, l'eſprit eſt par-là dans l'agréable eſpérance de faire de plus grands progrès. Nous prenons en même tems de plus hautes idées de cet Etre ſuprême, dont les ouvrages ſont ſi variés & ſi difficiles à comprendre.

Les connoiſſances que nous avons de la Nature, toutes imparfaites qu'elles ſont, ſervent à nous repréſenter de la maniere la plus ſenſible cette ſouveraine Puiſſance qui domine par tout, qui agit avec une force & une efficacité qui ne ſont affoiblies ni par les longs eſpaces, ni par les intervalles du tems. Elles nous ſont admirer cette ſageſſe qui ſe manifeſte également dans la merveilleuſe ſtructure & les mouvemens reglés des parties les plus grandes, comme de celles qui échappent à nos ſens. Enfin nous reſſentons évidemment les effets d'une bonté parfaite qui dirige tout. Tel eſt le premier objet des ſpéculations d'un Philoſophe, qui tandis qu'il contemple, & qu'il admire un ſyſtême ſi excellent, ne peut s'empêcher de s'unir à l'harmonie générale de la nature pour s'élever à ſon Créateur.

Dans la vûe de parvenir à ces grandes fins, nous ne devons pas nous précipiter dans nos recherches ; mais avancer pas à pas avec les plus grandes précautions. Les

faux ſyſtêmes de Phyſique peuvent conduire à l'Athéiſme, ou du moins faire naître des opinions ſur la Divinité & ſur l'Univers d'une dangéreuſe conſéquence pour le Genre humain; & on ne les a vûs que trop ſouvent employés à ſoutenir de ſemblables erreurs. Nous avons d'autant plus de raiſon de nous tenir ſur nos gardes, que les Philoſophes ont fait voir dans pluſieurs occaſions une diſpoſition ſinguliere à donner dans des fictions extravagantes, lorſqu'ils ont tenté de pénétrer dans les myſteres de la nature. Un parti conſidérable dans l'antiquité adopta ce monſtrueux ſyſtême, dans lequel ſans avoir recours à une Divinité, * on entreprend d'expliquer la formation de l'Univers par un jeu fortuit d'atômes, & on tire la beauté ineffable des choſes qui nous environnent même la vie & la penſée d'un heureux arrangement produit par le hazard dans un aveugle chaos. L'horreur qu'ils avoient conçûes des funeſtes effets de la ſuperſtition, peut les avoir portés à recourir à une doctrine ſi oppoſée au ſens commun & à la raiſon. Mais nous n'avons pas même cette excuſe à alleguer en faveur de quelques Philoſophes modernes de grande réputation qui ſemblent avoir trop ſuivi ces anciens Maîtres dans leurs explications méchaniques de la production du monde.

Tandis que nous ſommes en garde contre l'athéiſme & les opinions qui en approchent, nous devons pareillement éviter de prêter l'oreille à la ſuperſtition, qui s'oppoſe à l'étude de la nature, de peur qu'en étendant nos connoiſſances, nous n'échappions à ſa ſervitude, & que nos découvertes ne portent atteinte à ſes dogmes favorits. S'ils ſont vrais ces dogmes, ils ſeront plûtôt confirmés par nos recherches, & s'ils ſont faux, il eſt certainement de la derniere importance qu'ils ſoient découverts. Nous pouvons pourſuivre la vérité avec aſſûrance, nous la trouverons toujours d'accord avec elle-même; elle n'a beſoin pour ſe ſoutenir, ni des jalou-

* Lucret. *De rerum natura*, Lib. 1. v. 63. &c.

fies, ni des noirs ſoupçons des ſuperſtitieux. C'eſt dans leurs mains que la vérité s'obſcurcit par le mélange impur qu'ils font & par les déteſtables moyens qu'ils emploient trop ſouvent pour maintenir une union ſi peu convenable. Les Philoſophes qui ont voulu ſoutenir des idées ſi frivoles, n'ont jamais manqués d'être tournés en ridicule & avec juſtice, ſans ſervir abſolument à la cauſe dont ils entreprenoient la défenſe. Coſmas Indopleuſte * entraîné par un zèle téméraire s'aviſa autrefois de former un ſyſtême de Phyſique de quelques expreſſions qu'il avoit compilées dans les ſaintes Ecritures, que contre l'uſage conſtant & univerſel, il ne devoit point entendre à la rigueur & dans le ſens le plus littéral.

La Terre donc ſuivant lui n'étoit pas ronde, mais une plaine immenſe plus longue que large, environnée d'un Océan qu'il étoit impoſſible de traverſer. Il plaçoit du côté du Nord une haute montagne autour de laquelle le Soleil & les Etoiles faiſoient leurs révolutions diurnes; & par l'ombre *conique* qu'il lui attribuoit, & le mouvement oblique du Soleil, il expliquoit l'inégalité des jours & la variation des ſaiſons. La voûte du Ciel étoit appuyée ſur la Terre étendue au-delà de l'Océan & ſoutenue par deux groſſes colomnes; ſous cette voûte les Anges conduiſoient les Etoiles dans leurs différens mouvemens, au-deſſus étoient les eaux céleſtes; & enfin il plaçoit par-deſſus tous les Cieux ſupérieurs. Quelques abſurdes que puiſſent paroître les imaginations de cet Auteur, qui écrivit dans des temps plus ténébreux, nous en avons un exemple plus inexcuſable dans le der-

* Fabrit. *Biblib. Græca.* vol. II. pag. 609. &c. où il rapporte les opinions de cet Auteur d'après *Photius* & autres, avec une figure pour éclaircir ſon ſyſtême. Il vivoit ſous le regne de l'Empereur Juſtin, & écrivit à Alexandrie, où il ſejourna long-tems; il paroit par quelques endroits de ſon ouvrage, qui a pour titre, *Coſmographie Chrétienne*, &c. que c'étoit un moine, & on voit dans d'autres qu'il étoit marchand. Le Pere de Montfaucon l'a fait imprimer ſur un manuſcrit de la Bibliotheque de Medicis.

nier siecle, dans ce que Kircher appelle son voyage extatique aux Planetes. Après plusieurs grandes découvertes qu'il avoit faites sur les corps célestes, il ne donne rien qui soit digne * d'un si noble sujet, ni même de l'étendue de ses connoissances & de ses inventions. Il alla même jusqu'à adopter la folie, ou plûtôt l'impieté des Astrologues, en attribuant le bien ou le mal qui arrive aux hommes aux influences favorables ou malignes des Planetes. La vraie Religion n'exige pas de tels sacrifices, & on ne fait rien pour ses intérêts en feignant des systêmes Philosophiques dans le dessein de l'appuyer: car lorsque dans la suite nous les trouvons mal fondés, nous sommes en danger de tomber dans le Scepticisme.

Nous devons avoir une entiere liberté dans nos recherches pour que la Philosophie naturelle puisse devenir utile aux desseins les plus importans, & acquérir toute la certitude & la perfection dont elle est susceptible; mais nous ne devons point abuser de cette liberté, en supposant, au lieu de rechercher, & en imaginant des systêmes au lieu de recourir à l'observation & à l'expérience pour découvrir la vraie constitution des choses. Les hommes spéculatifs par la force de leur génie, peuvent inventer des systêmes qui peut-être seront admirés pour un tems. Mais ces systêmes, quels, qu'ils soient ne sont que des phantômes que la force de la vérité dissipera tôt ou tard; & tandis que nous nous divertissons de leur chûte, la vraie Philosophie avec tous les arts & tous les avantages qui en dépendent, en souffre. L'état réel des choses échappe à nos observations; ou s'il se présente à nous, nous sommes portés ou à le rejetter entierement comme une fiction ou par de nouveaux efforts

* Dans la Planete de Venus, par exemple, il ne trouve d'autre amusement que d'admirer les eaux limpides & les beaux cristaux qu'il y rencontre, & de demander au génie son compagnon & son guide, si un baptême fait avec ces eaux seroit valide. Le reste de l'ouvrage est dans le même goût.

d'un vain génie, nous tâchons de le confondre avec nos propres idées afin de le faire quadrer avec nos systêmes favorits. Ainsi en alliant ensemble des choses si mal assorties, il n'en résulte qu'un absurde mélange de vérité & d'erreur.

De plusieurs difficultés qui se sont opposées à l'avancement de la Philosophie, cette vanité a peut-être produit les plus mauvais effets. L'amour du merveilleux & les préjugés des sens ont retardé les progrès de la Physique; mais l'expérience & la refléxion ont bientôt appris aux hommes à examiner & à se défaire de ces préjugés. Quoique les Philosophes ayent été fort découragés dans des siécles où regnoient l'ignorance & la superstition, les sciences fleurirent avec la liberté dans des tems plus heureux. Les disputes qui s'éleverent parmi les Sectes, plus par désir de la victoire que par amour de la vérité, produisirent une sorte de Philosophie qui ne consistoit qu'en mots, une vaine ostentation de sçavoir qui prévalut pendant long-tems; mais les hommes ne pouvoient être toujours détournés de la voie qui conduit aux connoissances plus réelles. Ces obstacles n'ont pas été aussi difficiles à surmonter que cet orgueil & cette ambition qui ont fait penser aux Philosophes qu'il étoit au-dessous d'eux de donner au Public quelque chose de moins qu'un systême du Monde complet & fini. Ensorte que dans la vûe d'y parvenir, ils ont pris la liberté d'inventer des principes & des hypothèses au moyen desquels ils prétendent expliquer tous les mysteres de la Nature.

2. M. LE CHEVALIER NEWTON sçavoit combien de telles entreprises étoient extravagantes, c'est pourquoi il ne posa aucun principe favorit, il ne fit aucune supposition, ne se proposant point l'invention d'un systême. Il vit qu'il étoit nécessaire de consulter la Nature elle-même, de suivre avec soin ses opérations manifestes & de lui arracher ses secrets par des expériences choisies & répétées. Il n'admettoit aucunes objections contre une ex-

périence évidente, qui fussent déduites de refléxions métaphysiques, dont il sçavoit que les Philosophes s'étoient souvent laissés séduire, sans en avoir presque jamais tiré d'avantage réel dans leurs études. Il ne se laissa point emporter à la présomption, & il pensoit que la patience n'étoit pas moins nécessaire que le génie. Il réussit parce qu'il ne s'écarta jamais du droit chemin.

Les expériences & les observations, il est vrai, ne pouvoient seules l'élever jusqu'à découvrir les causes par leurs effets, & expliquer les effets par leurs causes : une Géometrie sublime lui servit de guide dans cette recherche délicate & épineuse. C'est là l'instrument par lequel seul le méchanisme d'un ouvrage fait avec tant d'art, peut être développé ; c'est pourquoi il chercha à le porter à sa plus haute perfection. Il seroit difficile de décider, s'il a fait voir une science plus profonde, & s'il a eu des succès plus éclatans en perfectionnant l'instrument, ou en le mettant en usage. Il avoit coûtume d'appeller sa Philosophie, *Philosophie expérimentale*, voulant exprimer par ce terme la différence essentielle qui étoit entr'elle & ces systêmes qui ne sont que la production du génie & de l'imagination. Ils ne peuvent subsister longtems ; mais sa Philosophie étant fondée sur l'expérience & la démonstration, ne peut tomber que la raison ou la nature des choses ne soient changées.

Afin de procéder en toute sûreté & mettre fin pour toujours aux disputes, il apprit à se servir dans l'étude de la Nature des méthodes d'analyse & de synthese dans un ordre convenable : ensorte qu'ayant commencé par les phénomenes ou les effets, de-là on rechercheroit les puissances ou les causes qui operent dans la Nature ; que des causes particulieres, on remonteroit à d'autres plus générales, & de celles-ci enfin jusqu'aux plus générales de toutes ; telle est la méthode d'analyse. Ayant une fois découvert ces causes, on descend dans un ordre contraire & on les considére comme autant de

principes établis au moyen desquels on explique tous les phénomenes qui n'en sont que les conséquences, & on fait voir la solidité de ces explications : c'est-là la méthode de synthèse. Il est évident que dans la Physique comme dans les Mathématiques, on doit procéder dans les choses difficiles par la méthode d'analyse, avant que de faire usage de celles de composition ou de synthese. Car autrement nous ne serions jamais assurés que nous avons employé des principes qui soient réellement dans la Nature, & notre systême, après l'avoir formé avec beaucoup de peine, pourroit n'être qu'un songe & une illusion.

En procédant suivant cette méthode, il démontra analytiquement par des observations que la Gravité est un principe général, d'où il expliqua dans la suite le systême du Monde. Par l'analyse il découvrit des proprietés nouvelles & admirables de la lumiere, & delà il rendit raison de plusieurs phénomenes curieux, en se servant de la synthèse. Mais tandis qu'il démontroit ainsi un grand nombre de vérités, il ne pouvoit se faire que sa sagacité & ses observations assidues ne lui fissent naître différentes idées sur beaucoup d'autres choses qu'il n'étoit pas en état d'établir avec une égale certitude ; & comme ces découvertes ne devoient pas être négligées, mais séparées des autres avec soin, il les rassembla & les proposa sous le titre modeste de Questions.

En les distinguant ainsi soigneusement les unes des autres, il a rendu un service des plus importans à cette partie des Sciences, & il a mis sa Philosophie hors du risque d'être un jour renversée ou affoiblie par de nouvelles découvertes. Il a eu grand soin de ne donner pour démonstration que ce qui devoit être regardé comme tel dans tous les tems ; & ayant séparé ce qu'il ne trouvoit pas si certain, il a laissé une ample matiere aux recherches des siecles à venir qui pourront confirmer sa doctrine, ou l'étendre davantage, mais non pas la réfuter.

Il

Il sçavoit où il falloit s'arrêter lorsque les expériences venoient à lui manquer, & lorsque la subtilité de la Nature lui faisoit perdre de vûe ses opérations; il étoit fort éloigné de vouloir abuser de la grande autorité & de la réputation qu'il avoit acquise pour donner son opinion sur de semblables sujets, autrement que comme des doutes. Il se laissa long-tems solliciter avant que de se résoudre à proposer son opinion ou ses conjectures sur la cause de la Gravité; & ce qu'il en dit, aussi-bien que des autres puissances qui agissent sur les petites parties de la matiere, il l'expose avec une modestie & une défiance qu'on trouve rarement parmi les Philosophes d'une moindre réputation. Ces derniers n'agissent pas en conformité de l'esprit qui regne dans cette Philosophie où l'on parle dogmatiquement sur ces sujets jusqu'à ce que les expériences & les observations y répandent une lumiere plus claire qui les fassent tirer de la classe des questions pour être mis dans le rang des choses démontrées.

3. Telle fut la méthode de notre incomparable Philosophe dont la précaution & la modestie, lui feront toujours un très-grand honneur parmi toutes personnes libres de préjugés. Mais cette rigoureuse méthode de proceder ne fut pas goutée par ceux qui avoient été accoûtumés à traiter la Philosophie d'une façon bien différente, & qui vîrent qu'en la suivant, il faudroit abandonner leurs systêmes favorits. Ses observations & ses raisonnemens étoient hors d'atteinte; ainsi ne trouvant rien à leur opposer, ils s'efforcerent de rabaisser le caractere de sa Philosophie par de certaines objections générales & indirectes, & quelquefois par d'injustes calomnies. Ils prétendirent trouver une ressemblance entre ses sentimens, & les dogmes rejettés de la Philosophie scholastique. Ils crurent leur triomphe accompli en traitant la Gravité comme une qualité occulte, parce que M. Newton ne prétendoit pas déduire ce prin-

cipe de sa cause. Le pouvoir qu'elle exerce sur tout le systême de la Nature, & que nous connoissons si bien sur la Terre, l'explication qu'il en tire de la maniere la plus satisfaisante des mouvemens & des influences des corps célestes, & les mesures qu'il détermine des différens mouvemens qu'elle produit, par une si sçavante application de la Géometrie à la Nature, tout cela n'a aucun mérite avec de tels Philosophes, parce qu'il n'a pas assigné la cause méchanique de la Gravité. Je ne crois pas qu'on ait jamais fait une pareille objection contre la circulation du sang, quoiqu'il soit très-difficile de l'expliquer méchaniquement. Ceux, qui les premiers ont attribué de la gravité à l'air, aux vapeurs & à tous les corps qui sont autour de la Terre, ont été honorés comme ils le méritoient, quoique la cause de la Gravité fut aussi obscure qu'auparavant; elle parut même encore plus enveloppée de mysteres après qu'on eut fait voir qu'on ne pouvoit trouver aucun corps près de la Terre exemt de gravité, qui put être regardé comme sa cause. Pourquoi donc ses admirables Découvertes, par lesquelles il a étendu ce principe sur tout l'Univers, ont-elles été si mal reçues par quelques Philosophes ? La vérité est, qu'il eut détruit avec une entiere évidence les systêmes si vantés, par lesquels ils prétendoient dévoiler tous les mysteres de la Nature; & la Philosophie qu'il introduisoit à leur place, portant avec elle, la conviction de l'éloignement où nous étions d'avoir une connoissance parfaite & complette de la Nature, ne pouvoit plaire à des personnes accoûtumées à se croire elles-mêmes en possession de l'essence & des premieres causes des choses.

Mais la circonspection & la modestie de M. Newton feront rendre justice à sa Philosophie par tous ceux qui ont de justes notions du grand Auteur de l'Univers & de son admirable ouvrage; & même l'imperfection qu'il reconnoît lui-même dans quelques parties de sa Philo-

ſophie, leur paroîtra plutôt une conſéquence de ſa conformité avec la Nature. Tous les ſyſtêmes complets & finis leur ſont très ſuſpects. Ils ne ſeront pas ſurpris que des ſpéculations exactes ou même les travaux de pluſieurs ſiecles, ne ſuffiſent pas pour développer toute la conſtitution des choſes, & expoſer tous les phénomenes dépendans de l'enchaînement des cauſes juſqu'à la premiere. Le progrès admirable qu'on a fait dans cette recherche épineuſe doit-il être mépriſé & négligé, parcequ'il reſte encore plus à découvrir. Nous devons sûrement plutôt nous rejouir de ce qu'on a tant pénétré dans l'art conſommé avec lequel toutes choſes ont été formées, & craindre de le mêler avec nos idées extravagantes. Les procédés de la Nature ſont ſi cachés qu'après toutes les peines que nous pourrons prendre, il en reſtera peut-être beaucoup auxquels l'art,& la ſcience des hommes ne pourront atteindre. Mais ce n'eſt pas une raiſon pour nous abandonner à des fictions, quelqu'ingénieuſes qu'elles ſoient, au lieu de prêter l'oreille à la voix infaillible de la Nature; car c'eſt elle ſeule qui peut nous ſervir de guide dans ſes propres labyrinthes; & c'eſt une conſéquence de ſa beauté réelle que la moindre partie de la vraie Philoſophie eſt incomparablement plus remplie de charmes, que les ſyſtêmes les plus complets que l'imagination ait produit. Cela eſt particulierement vrai de la Philoſophie de M. Newton, & nous pouvons en ce ſens-là, la comparer à ces célébres piéces d'Apelle, qui, quoiqu'elles n'ayent jamais reçues la derniere main, ont été plus admirées parmi les Anciens que les ouvrages les plus finis des autres Artiſtes: & il eſt à ſouhaiter que la poſtérité ne puiſſe avoir ſujet de dire de cette Philoſophie ce que les Anciens diſoient de ces piéces *Ipſum defectum ceſſiſſe in gloriam artificis, nec qui ſuccederet operi ad præſcripta lineamenta inventum fuiſſe*. Plin.

4. Ce n'eſt pas cependant une choſe nouvelle que

cette Philosophie trouve de l'opposition. Toutes les découvertes utiles qui ont été faites autrefois, particulierement dans le dernier siecle, ont eu à combattre les préjugés de ceux qui s'étoient accoûtumés à ne penser que d'une façon systématique, qui ne pouvoient se résoudre à abandonner leurs systêmes favorits, tant qu'ils espéroient de trouver le moindre prétexte pour continuer la dispute. Ils mettoient en usage toute sorte d'artifices & tous leurs talens pour soutenir leur cause, lorsqu'elle touchoit à sa chute. Aucun secours ne leur paroissoit étranger dès qu'il pouvoit en quelque maniere nuire à leurs adversaires : telle étoit souvent leur opiniâtreté que la vérité ne pouvoit faire que très-peu de progrès, jusqu'à ce qu'ils fussent remplacés par de plus jeunes personnes qui n'étoient pas si fortement imbues de leurs préjugés.

M. Newton eut beaucoup de désagremens à essuyer de la part de cette espece de Philosophes, & il semble qu'il s'en étoit laissé décourager. Il avoit une aversion particuliere pour les disputes, & il étoit très-difficile de l'engager dans quelques differends. Les vives oppositions que rencontrerent ses admirables découvertes en Optique durant sa jeunesse, priverent le Public pendant plusieurs années de son grand ouvrage sur cette matiere, jusqu'à ce qu'il vit les Sçavans plus favorablement disposés à le recevoir. Ces mêmes raisons l'obligerent de retenir par devers lui d'autres découvertes importantes, crainte de s'exposer en les publiant à de nouvelles disputes. Il pesoit ainsi mûrement & avec impartialité les raisons des choses, avant qu'on put soupçonner que leur publication l'eût engagé à en entreprendre la défense. On sçait assez combien il étoit lent à mettre ses ouvrages au jour, & on ne peut douter que la disposition de l'esprit, & les talens de ce grand homme ne le rendissent propres d'une maniere particuliere à pénétrer fort avant dans la Nature, & à développer son harmonie.

Son averſion pour les diſputes ne venoit pas ſeulement de l'amour du repos. La Philoſophie fut dans une haute eſtime dans l'antiquité ; mais elle perdit ſon ancien luſtre par les démêlés & les chicanes vaines & inutiles qui s'éléverent parmi les Sectes ; & elle ne pouvoit le récouvrer dans un tems où la faculté d'inventer promptement un ſyſtême, & de le défendre avec opiniâtreté étoit le talent le plus admiré dans un Philoſophe. Tandis qu'un ſiecle où une Secte renverſoit les productions laborieuſes d'un autre, les plus prudens déſeſperoient d'acquérir de la certitude dans la Phyſique, & ils aimoient mieux ſe contenter d'une vûe générale des choſes commune à tous les hommes que de s'attacher à des ſyſtêmes, qui ne produiſoient aucun fruit réel, & qui sûrement les écartoient de la vérité. C'eſt pour cela que notre Auteur avertit qu'il falloit quitter tous les préjugés, & ſuivre exactement la méthode naturelle de traiter la Phyſique, que nous avons rapportée d'après lui. Comme il s'eſt lui-même ſcrupuleuſement attaché à cette méthode, nous ſommes aſſurés que la vérité & la Nature ſont de ſon côté, & qu'en ſuivant les excellens modeles qu'il nous a donnés, nous pourrons faire de plus grands progrès.

D'autres ont prétendu expliquer toute la conſtitution des choſes parce qu'ils appellent des idées claires & par de pures ſpéculations abſtraites. Ils font paroître du mépris pour la connoiſſance des cauſes * qui s'acquiert par la contemplation de leurs effets, & ils ne veulent admettre d'autre ſcience que celle de déduire les effets de

* *Perſpicuum eſt optimam philoſophandi viam nos ſequuturos, ſi, ex ipſius Dei cognitione rerum ab eo creatarum explicationem deducere conemur, ut ita ſcientiam perfectiſſimam quæ eſt effectuum per cauſas, acquiramus. Deſcartes Princip. Part.* II. §. 12. Enſuite ayant occaſion de parler des Phénomenes, il a ſoin de nous avertir qu'il n'en feroit uſage pour prouver aucune choſe, parce qu'on devoit déduire la connoiſſance des effets de leurs cauſes, & non pas réciproquement celle des cauſes de leurs effets. *Princip.* Part. III. §. 4. &c.

leurs causes. C'est pourquoi ils établissent d'abord la premiere cause, & par les idées qu'ils en prennent, ils prétendent développer tout l'enchaînement, & former un systême complet de ses ouvrages. Telle est la Philosophie qui est aujourd'hui en opposition avec celle de notre Auteur. Elle flatte tellement la vanité humaine, & s'annonce d'une maniere si pompeuse, que ceux qui ne font pas attention à la varieté inépuisable de la Nature, & qui ne considérent pas combien l'esprit humain est incapable d'une entreprise si difficile, se laissent tromper par ses promesses. On peut douter si une telle Philosophie est à la portée d'aucun Etre créé, & il semble assez clair qu'elle est au-dessus de l'entendement humain. Mais puisqu'il y a encore beaucoup de personnes attachées à ce fantôme, & qui mettent tout leur art à l'embellir & à augmenter le nombre de ses admirateurs; il sera nécessaire pour le service de la vérité, qu'à mesure que nous avancerons, nous tâchions en même tems de découvrir cette illusion.

5. La connoissance de la Nature, qui est l'objet immédiat des sens, est très-imparfaite & d'une étendue fort bornée; mais par le secours de l'art & celui de notre raison, elle s'accroît jusqu'à se perdre dans l'infini de part & d'autre. L'immensité des choses d'un côté & leur petitesse de l'autre les emportent également au-dessus de notre portée, & nous cachent la plus grande partie & la plus noble des opérations Physiques. Comme toute grandeur, considérée par abstraction, peut être augmentée à l'infini, & qu'elle est aussi divisible sans fin; nous trouvons de même que dans la Nature les bornes des dimensions les plus grandes & les plus petites des choses sont actuellement placées à une distance immense les unes des autres. Nous ne pouvons concevoir aucunes limites du vaste espace dans lequel les causes naturelles operent, ni fixer aucun terme ni aucunes extremités de l'Univers: Nous nous perdons également,

ſi nous nous efforcons de pénétrer juſqu'aux élémens des choſes, & ſi nous cherchons à découvrir les bornes qui terminent les ſubdiviſions de la matiere. Les objets que nous appellons communément grands, s'évanouiſſent, lorſque nous contemplons le vaſte corps de la Terre; le Globe terreſtre ſe perd bientôt lui-même dans le ſyſtême ſolaire dans quelques endroits duquel il eſt vû comme un aſtre fort éloigné. Dans la plus grande partie de cet eſpace il eſt inconnu, ou du moins rarement viſible à des obſervateurs vigilans, aſſiſtés peut-être d'un art ſemblable à celui qui fit découvrir à Galilée tant de parties nouvelles du ſyſtême céleſte. Le Soleil lui-même ne paroît plus qu'une Etoile, la vaſte orbite de Saturne & les Trajectoires de toutes les Cometes ſe reſſerrent en un point, lorſqu'elles ſont vues des lieux innombrables ſitués entre la Terre & les Etoiles fixes les plus proches. D'autres Soleils envoyent de la lumiere pour éclairer d'autres ſyſtêmes où les rayons de notre Soleil ne ſont pas apperçus; mais ils ſont auſſi engloutis dans l'immenſité de l'eſpace, & même tous les ſyſtêmes des Etoiles qui brillent dans le firmament le plus clair, ne doivent occuper qu'un petit coin de cet eſpace, dans lequel ils ſont diſperſés, puiſqu'on découvre plus d'Etoiles dans une conſtellation, à l'aide du Teleſcope, que les yeux ſeuls n'en apperçoivent dans tous les Cieux. * Après nous être elévés ſi haut, & avoir laiſſé ſi loin derriere nous toutes meſures bornées, nous ne nous trouvons pas plus près du terme ou des limites; car tout cela n'eſt rien reſpectivement à ce qui peut être répandu dans l'eſpace infini, qui eſt au-delà des Etoiles les plus éloignées qui ayent été découvertes.

Si nous ſuivons l'échelle de la Nature du côté oppoſé, nous trouvons une pareille gradation des petits objets à d'autres incomparablement plus petits; & nous

* Dans la ſeule conſtellation d'*Orion*, les Aſtronomes comptent deux mille Etoiles.

sommes conduits autant au-dessous des mesures sensibles que nous étions auparavant élevés au-dessus par des voies semblables qui deviennent bientôt cachées pour nous dans une égale obscurité. Nous sommes fondés à croire que ces subdivisions de la matiere ont un terme, & que les parties élementaires des corps sont solides & simples, ensorte qu'ils ne peuvent souffrir aucune altération dans les différentes opérations de la Nature ou de l'Art. Mais il paroît par les observations microscopiques qui font découvrir des Animaux, dont un millier formeroit à peine une partie sensible à la simple vûe, chacun desquels a ses vaisseaux propres & des fluides qui y circulent; par la propagation, la nutrition & l'accroissement de ces Animaux; par la subtilité des corpuscules qui s'exhalent des corps, & qui retiennent leurs propriétés particulieres, après une si prodigieuse subdivision; par plusieurs expériences surprenantes des Chymistes, & surtout par la petitesse inconcevable des parties de la lumiere qui trouvent un passage également en toutes directions à travers les pores des corps transparens; enfin par les proprietés contraires des différens côtés d'un même rayon, * il paroît, dis-je, par toutes ces observations, que les subdivisions des parties des corps descendent par un nombre de degrés qui surpasse toute imagination, & que la Nature est inépuisable pour nous de tous côtés. Ce n'est pas seulement dans la grandeur des corps que cette gradation infinie doit être observée. Des mouvemens, les uns s'exécutent dans un instant, les autres durent longtems; quelques-uns sont trop lents, & d'autres sont trop prompts, pour être apperçus. L'exercice le plus noble de la Philosophie est de faire des recherches sur l'enchaînement des causes; mais l'on n'en découvre aucune qui ne doive elle-même être considérée comme un effet, & nous ne pouvons compter que bien peu d'anneaux de cette

* Optique de Newton. *Quest.* 26.

chaîne,

chaîne. Dans toute forte de grandeurs, il y a un degré auquel nos sens sont proportionnés, dont la connoissance est d'un très-grand usage au genre humain.

Ce même degré est le fondement de la Philosophie; * car quoique toutes les especes & tous les degrés soient également l'objet des spéculations philosophiques; cependant c'est de ceux qui sont proportionnés aux sens qu'un Philosophe doit partir dans ses recherches, s'élévant ou s'abbaissant ensuite suivant que l'exigent les sujets qu'il examine. Il fait bien à la vérité de prendre ses dimensions de plusieurs points de vûe, & de suppléer aux défauts de ses sens par une imagination bien reglée; & il ne doit point être borné par aucune limite dans l'espace ou le tems : mais comme sa connoissance de la Nature est fondée sur l'observation des choses sensibles, il doit commencer par elles, & y revenir souvent pour examiner les progrès qu'il a faits. Il marche ainsi d'un

* Si nous devions examiner ici plus particulierement la situation de l'homme dans la Nature, nous trouverions des raisons pour conclure, que ce degré est le plus convenable à chacune de ses facultés & de ses inclinations, pour étendre ses connoissances d'une maniere qui soit compatible avec tous les devoirs auxquels il est obligé; & que ceux qui l'ont comparé à cet égard § aux animacules découverts dans le sang par le microscope se sont trompés dans leur jugement. On doit avouer que c'est le premier être qui appartienne à ce globe, lequel à en juger par toutes les choses que nous connoissons, peut-être aussi considérable non en grandeur, mais en perfection, qu'aucun autre qui existe dans le systême Solaire qui lui-même n'est peut-être pas inférieur à aucun des systêmes répandus dans l'immensité de l'espace. En occupant une place plus basse dans la Nature, l'homme auroit été plus à portée de voir ce qui se passe parmi les parties subtiles de la matiere, mais il auroit plus perdu que gagné à cet avantage; il n'eut plus alors été en état de faire une analyse de la Nature. D'un autre côté nous ne doutons pas qu'il n'y ait d'excellentes raisons pour lesquelles il ne lui est pas avantageux de pénétrer jusqu'aux parties éloignées du systême de l'Univers, dont il doit se contenter à présent d'avoir une connoissance imparfaite. Les devoirs qu'il doit remplir comme membre de la Societé, auroient souffert de la trop grande attention qu'il y auroit donnée, ou de sa communication trop particuliere avec ces grandes choses. Si on lui eut accordé une correspondance avec les Planetes, il auroit bientôt desiré de s'élever jusqu'aux Etoiles, & enfin de comprendre tout l'espace infini.

§ *Spinosa, Epist.* 15.

pas assuré, car s'il ne retourne souvent en arriere avec précaution, il courera le risque de s'égarer dans les labyrinthes de la Nature.

6. Après cet examen général de la Nature & de la situation de l'homme consideré comme spectateur de ses phénomenes, & comme cherchant à pénétrer dans son méchanisme, nous pouvons porter quelque jugement sur le projet de ceux qui, en formant leurs systêmes, commencent au sommet de l'échelle, & delà prétendent à l'aide de leurs idées claires en parcourir tous les degrés avec beaucoup de pompe & de facilité, ensorte que d'un coup d'œil, ils rendent raison de tout. On procéde dans la Philosophie expérimentale d'une maniere différente. Les commencemens sont moins brillans, mais les idées se perfectionnent à mesure qu'on s'eléve des observations particulieres à des connoissances plus générales & plus exactes.

Il faut avouer à la vérité que la Philosophie seroit plus parfaite, si nous avions une connoissance assez complette de la Nature pour nous elèver depuis les objets communs des sens, jusqu'aux bornes de l'Univers, & pour descendre jusqu'aux élémens des choses; & si les puissances ou les causes qui operent partout nous étoient connues. Mais si nous comparons l'étendue de l'Univers avec les facultés de l'homme, nous serons obligés de reconnoître la nécessité de le prendre par parties & de les examiner chacune en particulier avec tout le soin & la précaution dont nous sommes capables. Lorsque nous voyons les merveilles qui ont été découvertes par les Naturalistes dans les plus petits objets, prétendrons-nous décrire aussi aisément les productions d'une puissance infinie dans un espace, qui est en même tems infiniment étendu & divisible à l'infini? On doit sûrement plûtôt imaginer que ces grandes choses sont la matiere des recherches & de l'admiration perpetuelle d'Etres beaucoup plus parfaits.

Ce n'eſt donc pas l'objet de la Philoſophie dans l'état où nous ſommes reſpectivement à l'Univers, d'entreprendre d'embraſſer tout à la fois & d'un coup d'œil le ſyſtême entier de la Nature ; mais d'étendre avec beaucoup de ſoin & de circonſpection nos connoiſſances, en avançant par degrés auſſi loin que nos obſervations & les raiſonnemens que nous ferons en conſéquence pourront nous conduire dans nos recherches ſur les opérations les plus relevées & les mouvemens les plus grands de la Nature, ou ſur ſes ouvrages les plus ſubtils & les plus cachés. C'eſt ſur ce plan que M. le Chevalier Newton a procédé dans ſes découvertes : il établit ſon explication du ſyſtême du Monde ſur les meilleures obſervations aſtronomiques d'un côté, & il fit lui-même de l'autre avec la plus grande ſagacité les expériences qui le mirent en état de pénétrer dans les opérations de la Nature les plus ſecrettes parmi les parties ſubtiles de la matiere. C'eſt par ce moyen qu'il a porté ſi loin nos connoiſſances, & qu'il nous a laiſſé d'excellentes idées ſur ce qui eſt encore enveloppé dans l'obſcurité.

Dans ces vûes, il nous a donné deux traités incomparables les plus parfaits dans leur genre, dont la Philoſophie puiſſe ſe glorifier; ſes Principes mathématiques de la Philoſophie naturelle & ſon Traité d'Optique. Dans le premier, il expoſe le ſyſtême du Monde, il démontre les puiſſances qui gouvernent les mouvemens céleſtes, & qui produiſent leurs influences mutuelles. Elles s'étendent depuis le centre du Soleil juſqu'à la plus grande hauteur de la Comete la plus élévée, & probablement juſqu'aux dernieres extrêmités de l'Univers. Ces principes ne ſont ni nouveaux ni obſcurs, comme ceux qui n'ont jamais exiſté que dans l'imagination des Philoſophes ; mais ce ſont les plus familiers aux hommes, & les mêmes qui dans l'uſage commun, ſont plus étendus & plus exactement définis. Dans le ſecond il traite de la

lumiere, qui quoique l'agent le plus puissant dans la Nature, qui soit sensible pour nous, n'agit qu'à de petites distances. Ses admirables découvertes sur ce sujet l'engagerent à faire des recherches sur les mouvemens qui existent dans les petites parties de la matiere les plus abstrus de tous les phénomenes naturels.

Dans le premier, il eut à bâtir sur les observations des Astronomes de plusieurs siecles, & les justes conséquences que les plus ingénieux en avoient tirées par de laborieux calculs. La constance & la régularité des mouvemens célestes avoient contribué avec les observations d'un grand nombre de siecles, à rendre l'Astronomie la partie la plus exacte des Sciences Physiques; excepté seulement la doctrine des Cometes. Les vastes distances des grands corps qui composent le systême du Monde les uns des autres, favorisoient une juste analyse des puissances, par lesquelles ils agissent l'un sur l'autre; puisque par la grandeur de la distance, elles doivent être réduites à un petit nombre de principes simples & par conséquent plus faciles à découvrir.

Dans le second, il fait des recherches daus les parties les plus cachées de la Nature, & il avoit à trouver les phénomenes eux-mêmes, aussi bien que leurs causes. Le sujet est plus délicat & plus difficile à cause de la petitesse inconcevable des agens, de la subtilité & de la promptitude des mouvemens; les principes combinés dans la production des phénomenes étant plus variés, on ne pouvoit pas s'attendre à les soumettre si facilement à l'analyse. Il suit delà que ce qu'il a donné dans le premier (quoique toujours susceptible de progrès) est plus complet & plus fini à différens égards, au lieu que ses découvertes du second Traité sont plus surprenantes.

Après avoir établi le principe de la Gravitation universelle de la matiere dans le premier ouvrage; lorsqu'il ne peut démontrer plus évidemment les causes des phé-

nomenes exposés dans le second, il tâche d'en juger par analogie, de ce qu'il a découvert dans les plus grands mouvemens du systême de l'Univers ; façon de raisonner qui est conforme à l'harmonie des choses & à l'ancienne maxime attribuée à Hermes * & approuvée par l'observation & le jugement des meilleurs Philosophes. » Que ce qui se passe en haut dans le Ciel est sembla- » ble & analogue à ce qui se passe ici-bas sur la Terre. » Il avoit trouvé que tous les corps gravitoient les uns vers les autres par une puissance qui agit également sur toutes leurs parties à des distances égales, & qui augmente suivant une loi déterminée lorsque la distance diminue. Il soupçonna que les phénomenes les plus cachés de la Nature étoient produits par un principe semblable, agissant aux moindres distances avec une plus grande force & avec plus de variété ; mais insensiblement à des distances plus considérables. C'étoit un grand point en Philosohie d'être sûr d'un principe général, & un seul suffisoit pour produire les mouvemens réguliers des corps célestes. Il falloit une plus grande variété pour conduire les différentes opérations de la Nature dans ses parties particulieres ; & comme elles étoient enveloppées dans quelque obscurité jusqu'à ce qu'une meilleure lumiere vint à se repandre, il ne pouvoit trouver de fondement plus sûr pour établir son jugement que ce principe qu'il avoit déja démontré avoir lieu dans la Nature. Mais parce que nous trouvons souvent que des phénomenes, qui à la premiere vûe paroissoient très-différens dépendent néanmoins de la même cause, & que plusieurs causes sont souvent rapportées, après un plus mûr examen à un principe plus général, toute

* On attribue un principe semblable aux Mages Persans & Chaldéens, συμπαθῆ εἶναι ανω τοῖς κατω. *Psell. Declaratio dogmatica Chaldaic.* Cependant cette maxime, ainsi que plusieurs autres occasionna des abus dans la suite du tems, lorsque les Philosophes degénererent de leur premiere simplicité.

la constitution de la Nature, (malgré la variété des apparences) conduisant manifestement à l'Etre suprême; ce grand Philosophe fut porté par là aussi bien que par différentes observations qu'il avoit faites à penser que toutes ces puissances devoient tirer leur origine d'un instrument ou d'un agent général, comme diverses branches d'un grand tronc, dont l'efficacité dépendoit plus immédiatement de la direction ou des influences de la cause souveraine qui gouverne l'Univers. Mais il en parle comme il convient à un Philosophe qui avoit tant étudié la Nature, & qui connoissoit combien ces parties abstraites de son systême devoient être obscures pour nous.

7. Comme la vûe la plus générale des choses créées rappelle à tous les hommes l'existence & le gouvernement d'une Divinité, ainsi chaque découverte dans la Philosophie naturelle en fournit de nouvelles preuves, & c'est par ce fruit qu'on doit en retirer que ce grand homme conclud ses deux Traités. On ne doit pas s'imaginer que sa Philosophie ait peu servi à ce dessein, quoiqu'il n'ait pû déterminer entierement les premieres causes.

Le souverain Etre qui a fait & qui gouverne tout l'Univers, nous a laissé connoître une partie de l'enchaînement des causes; mais nous trouvons que comme il est lui-même trop élevé pour notre entendement, de même ses instrumens immédiats sont encore enveloppés dans une obscurité que la Philosophie n'est pas capable de dissiper, ainsi notre vénération pour l'Auteur suprême est toujours augmentée à mesure que nous avançons dans la connoissance de ses ouvrages: à proportion que nous nous élevons en Philosophie vers la premiere cause, nous acquerons des connoissances plus étendues de la constitution des choses, & nous voyons ses influences plus clairement. Nous nous appercevons que nous nous approchons de lui par la simpli-

cité & la généralité des puissances ou des Loix que nous découvrons, par la difficulté qu'il y a de les expliquer méchaniquement, par la beauté & l'ordre qui se manifestent de plus en plus dans ses ouvrages à proportion de nos progrès, & par les idées que nous prenons de plus grandes choses encore au-dessus de notre portée : mais après toutes nos recherches il reste toujours pour nous à une distance infinie & voilé dans l'obscurité.

Il n'est pas l'objet des sens, sa Nature & son essence sont impénétrables, les instrumens les plus immédiats de sa puissance & de son autorité, ne nous sont connus qu'obscurement; la moindre partie de la Nature nous met dans l'embarras, lorsque nous tâchons de la comprendre, même le lieu & le tems dont nos idées semblent si simples & si claires ont assez en eux dequoi embarrasser ceux qui croyent qu'il n'y a rien au-dessus de leurs facultés. Toutes ces choses cependant n'empêchent pas que nous n'apprenions à former de grandes & de justes idées de lui, en considérant ses ouvrages sensibles, dans lesquels le spectateur le plus superficiel ne peut s'empêcher de remarquer un art & une science qui surprennent les plus experimentés, & qui très-souvent sont au-dessus de la portée du Philosophe le plus profond. De ce que nous comprenons dans la Nature, nous devons concevoir les plus hautes espérances de ce qui nous sera découvert, si jamais il nous est permis de pénétrer jusqu'à la premiere cause même, & de voir toute la suite de ses ouvrages tels qu'ils sont réellement sortis de ses mains, lorsque notre Philosophie imparfaite parviendra à sa perfection.



CHAPITRE II.

Des Systêmes des anciens Philosophes.

1. CEux qui ne sont pas imbus des préjugés des Philosophes se persuadent aisément que la Physique ne doit être fondée que sur l'expérience & l'observation. Mais il y a une Philosophie qui corrompt l'esprit tandis qu'elle prétend l'élever & le satisfaire, qui apprend à mépriser la voie simple & modeste de la vérité. Ce n'est pas peu de chose d'avoir à raisonner avec ceux qui se sont eux-mêmes perdus dans les systêmes obscurs d'une nécessité inviolable universelle, ou avec ceux qui s'imaginent toûjours être en possession des premieres causes. La moindre apparence d'un argument suivant leur méthode visionnaire a infiniment plus de poids avec eux que l'évidence la plus claire déduite d'un fait ou d'un observation. Et ils paroissent si entêtés de ces systêmes en l'air qu'ils aimeroient mieux disputer éternellement que de s'abbaisser à convenir d'une certitude acquise par une voie plus simple. La méthode de M. le Chevalier Newton exposée dans le Chapitre précédent, est recommandable par elle-même pour un Philosophe impartial; quelques personnes ingénieuses ont reconnu autrefois la nécessité de la suivre. Mais la pratique générale des Philosophes a été bien différente; les systêmes fondés sur des spéculations abstraites ont toûjours tellement prévalu, qu'il sera nécessaire pour notre dessein de faire voir par quelques observations sur l'histoire de la Philosophie, combien de telles entreprises ont toujours été vaines & inutiles.

Les théories de cette espece ont été inventées, changées & réformées plusieurs fois avec beaucoup de peine

&

& d'efforts d'imagination ; mais lorsqu'on venoit à les comparer avec la Nature, quelle différence n'y trouvoit-on pas ! *ibi omnis effusus labor*. Si nous remontons à l'état de la Philosophie dans les differens siecles, nous apprendrons par l'Histoire de chaque période, que toutes les fois que les Philosophes ont consulté la Nature, & qu'ils se sont fondés sur les observations, ils ont fait quelques progrès dans la véritable Physique ; mais tant qu'ils ont prétendu former leurs systêmes sans le secours de l'expérience, ils n'ont fait que multiplier les disputes.

Les commencemens de la Philosophie, comme des autres choses, sont incertains & obscurcis par des fables. Nous apprenons cependant par le témoignage de differens auteurs, que les Philosophes les plus anciens & les plus célébres de la Phénicie & de la Grece, firent du vuide, des atômes, & de leur gravité les premiers principes de leur Philosophie * soit qu'ils y ayent été conduits par d'exactes observations de la Nature avant que les systêmes imaginaires & les disputes des hommes spéculatifs eussent rendu obscurs ses phénomenes les plus évidens, soit que ces connoissances ayent eu quelque autre origine. Il parut dans la suite differens systêmes ; mais on découvrit long-tems quelques vestiges de ces anciens principes parmi la doctrine des Philosophes qui leur succederent, quoique confondus avec leurs dogmes particuliers, & ce qui paroît le plus uniforme dans la variété de leurs opinions semble dérivé de cette source **. Les plus anciens Atomistes paroissent avoir en-

* Suivant *Posidonius* le Stoïque, cité par Strabon & *Sextus Empiricus*, la doctrine des atômes étoit plus ancienne que le tems de la guerre de Troye, ayant été enseignée par *Moschus* Phénicien, le même probablement dont parle Jamblicus, lorsqu'il dit que Pythagore eut des entretiens à Sidon avec les Prophétes successeurs de *Moschus* le Physiologiste. Dans ces anciens tems les caracteres de Législateur & de Philosophe étoient réunis, & plusieurs personnes croyent que ce *Moschus* étoit le même que Moyse Législateur des Juifs.

** Ils enseignerent que rien n'étoit fait de rien, qu'aucune substance n'est engendrée ou détruite, que la couleur & le goût ne sont pas dans

feigné qu'il y avoit aussi des substances vivantes qui préexistoient avant l'union des systêmes de ces corpuscules élementaires, & qui continuoient d'exister après leur dissolution. Ils virent la nécessité d'admettre des principes actifs comme des passifs, la vie aussi-bien que le méchanisme dans le monde(*a*). Mais cette Philosophie exacte & conforme à la Nature fut démembrée dans la suite, & par une affectation de simplicité, ou par d'autres raisons on s'imagina qu'il suffisoit d'admettre une seule sorte de matiere passive ; & par le concours fortuit de ses corpuscules, ils prétendirent expliquer la formation de l'Univers. D'autres plus pénétrans l'attribuerent principalement ou uniquement à des substances incorporelles actives(*a*). Il s'éleva une troisieme Secte, tant leurs divisions & leurs disputes étoient semblables à celles de notre tems, qui rejettoit la réalité des deux précédens systêmes, & qui soutenoit qu'on ne pouvoit trouver nulle part une stabilité d'essence ou de connoissance ; que tout être & toute science n'étoient qu'imaginaires & rélatifs : que l'homme étoit la mesure de la vérité pour lui en toutes choses, & que chaque opinion ou imagination de toutes personnes étoit vraie (*b*). Tandis qu'une Secte pensoit que rien n'étoit permanent, mais que tout étoit dans un flux ou un mouvement continuel, & d'autres que tout étoit de son essence immobile & infini: il n'est pas étonnant que leurs successeurs s'avouent eux-mêmes incapables d'entendre leur doctrine (*c*). L'opposition qu'ils avoient les uns pour les autres semble les avoir fait donner dans l'extrémité, & viser à des principes trop étendus & trop généraux.

les objets, &c. Ce qui semble être les vrais dogmes de cette Philosophie atomique parmi les Grecs. Voyez *Arist. De anima Lib. III. Cap. I.* qui attribue de telles opinions à la plûpart des Physiologistes avant lui.

(*a*) Voyez le *systême intellectuel de l'Univers* du Docteur Cudworth en Anglois. Liv. I. Chap. I.

(*b*) C'étoit la doctrine de Protagore l'Abderite, *Plat. Theatetus, &c.*

(*c*) *Plat. Theatetus.*

Quant aux dogmes particuliers de Thales & de ses successeurs de l'École Ionique, le résultat de ce que nous apprenons par les Histoires imparfaites que nous avons d'eux, est que chacun détruisoit ce que son prédecesseur avoit avancé, & qu'il recevoit lui-même un traitement semblable de celui qui venoit après lui. On sçait que l'un d'eux regarda l'eau comme le principe de toutes choses; un autre choisit l'air, un troisieme le feu, un quatrieme préfera la Terre, & quelques-uns les prirent tous ensemble & en firent les quatre élemens ou principes des choses. Ainsi la passion pour les systêmes commença de bonne heure, & les disputes en conséquence d'une telle précipitation furent inévitables.

2. Dans le tems de cette incertitude parmi les Physiologistes (car tels étoient tous les Philosophes les plus anciens) Socrate parut dans le monde. Une sublimité de génie, une simplicité de mœurs, un talent particulier pour rechercher la vérité & découvrir l'erreur, caractériserent ce grand homme. Dans sa jeunesse il s'appliqua, comme ses prédecesseurs avoient fait, à la Physique, & il tâcha de la réduire à une méthode & à des principes. Mais après avoir examiné leurs systêmes sans en recevoir aucune satisfaction, il étoit trop sincere amateur de la vérité & trop attaché au bien du genre-humain, pour tenter d'en inventer un autre, ou pour dissimuler son ignorance dans les mysteres de la Nature. Il vit que cette science imaginaire étoit le plus grand obstacle à la véritable, & rendoit ceux qui en étoient enflés insupportables aux amateurs des connoissances solides. Il saisit toutes les occasions qu'il put pour faire ces représentations, & il eut l'heureux talent de sçavoir tourner en ridicule la vanité des Sophistes de son tems qui prétendoient tout sçavoir. L'Oracle à une certaine occasion le déclara le plus sage de tous les hommes; & il interpréta avec sa modestie accoûtumée, que cette préférence n'étoit dûe, qu'à ce que tandis que les autres s'ima-

ginoient vainement connoître ce qu'ils ignoroient effectivement, il ſçavoit cette ſeule choſe de plus qu'eux » qu'il ne ſçavoit rien. »

Après avoir fait pluſieurs tentatives inutiles dans ſa jeuneſſe * pour pénétrer dans les cauſes des choſes, ayant entendu dire qu'Anaxagore enſeignoit que tout étoit gouverné par un eſprit ſuprême, & ce principe le ſatisfaiſant beaucoup, il eut recours à ſes écrits; plein de l'attente de voir tout le ſyſtême de la Nature expliqué par la ſageſſe parfaite d'un eſprit qui gouverne tout, & de trouver la ſolution de ſes doutes ſur la perfection de l'Univers. Mais il fut bien trompé, lorſqu'il vit qu'Anaxagore ne faiſoit aucun uſage de cet eſprit ſouverain dans ſes explications de la Nature, & ne rapportoit pas la diſpoſition actuelle des choſes à l'ordre & à la perfection de l'Univers; mais qu'il introduiſoit certaines puiſſances aqueuſes & aëriennes, & d'autres principes incroyables pour les cauſes des choſes. Enfin Socrate trouva que cette explication de la Nature n'étoit pas plus ſatisfaiſante, que ſi quelqu'un qui eut entrepris d'aſſigner la cauſe de toutes les actions de Socrate, commençoit par dire que Socrate agiſſoit par un principe de penſées & de deſſein; & prétendant expliquer comment il vint à s'aſſeoir en priſon, dans le tems qu'il fut condamné à mourir par les injuſtes & ingrats Athéniens, il nous apprenoit que le corps de Socrate étoit compoſé d'os & de muſcles, que les os étoient ſolides & avoient leurs articulations, tandis que les muſcles étoient capables de ſe contracter & de s'étendre, au moyen de quoi il étoit en état de mouvoir ſon corps & de s'aſſeoir; & ſi après avoir expoſé la nature du ſon & des organes de la voix, il ſe vantoit enfin d'avoir ainſi expliqué comment Socrate s'aſſit & s'entretînt avec ſes amis en priſon; ſans parler du décret des Athéniens, & ſans dire qu'il penſa lui-même qu'il étoit plus juſte;

* Ἐγὼ γὰρ νέος ὢν &c. *Plat Phædo.*

& plus convenable d'attendre patiemment l'exécution de leur Sentence, que de se sauver à Megare ou à Thebes pour y vivre en exil. » Il est vrai, dit-il, que » sans os & sans nerfs, je n'aurois pu exécuter aucune » action dans ma vie, mais il seroit ridicule de les re- » garder comme les raisons de mes actions, tandis que » mon ame est déterminée par ce qui paroît le meil- » leur. »

J'ai rapporté ce passage, surtout parce qu'il fait voir combien les plus illustres & les meilleurs Philosophes ont pensé que la considération des causes finales étoit essentielle à la vraye Philosophie; sans quoi elle perd sa plus grande beauté & sa perfection & n'obtient pas son principal usage. M. le Chevalier Newton eut un plaisir particulier de voir que sa Philosophie avoit contribué à faire considérer ces causes finales (comme je le lui ai entendu remarquer) après que Descartes & d'autres s'étoient efforcés de les bannir. Il est surprenant que cet Auteur regarde comme une plus grande présomption * de prétendre à la connoissance des causes finales, que de vouloir déduire un systême complet de l'Univers de la nature de la Divinité considérée comme la souveraine cause efficiente, ou après avoir rejetté les causes mentales & finales, rendre raison de tout par un méchanisme ou une nécessité métaphysique & materielle. Cette sorte de cause est sûrement la plus à notre portée; & on ne peut comprendre pourquoi il pense qu'il est présomptueux de considérer le dessein & l'ordre qui sont répandus dans la Nature si évidemment, & qui

* *Nullas unquam rationes circa res naturales à fine, quem Deus aut Natura in iis faciendis sibi proposuit, desumemus; quia non tantum debemus nobis arrogare ut ejus consiliorum participes nos esse putemus. Sed ipsum ut causam efficientem rerum omnium considerantes, videbimus quidnam, ex iis ejus attributis quorum nos nonnullam notitiam voluit habere, circa illos ejus effectus, qui sensibus nostris apparent, lumen naturale quod nobis indidit concludendum esse ostendat.* Princip. Part. 1. §. 28.

ſe manifeſtent à tous les hommes ; de ſoûtenir, par exemple, que l'œil a été fait pour voir, quoique nous puiſſions n'être pas en état d'expliquer méchaniquement la réfraction de la lumiere dans les tuniques de l'œil, ou comment l'image eſt portée de la retine juſqu'à l'ame.

Socrate trouvant tout obſcur & incertain dans les differens ſyſtêmes de ſes prédeceſſeurs, jugea qu'il étoit mieux de ſe contenter d'une connoiſſance générale de la Nature que tous les hommes peuvent acquérir, que d'en adopter aucun. Et s'étant appliqué à étendre la pratique auſſi-bien que la théorie de la Philoſophie morale parmi ſes concitoyens par ſon exemple & ſes préceptes, il mérita la plus haute eſtime & l'admiration du genre humain *. Platon cependant & ſes Diſciples connoiſſant combien la Phyſique devoit influer ſur les vérités les plus importantes, ſe remirent à l'étudier. La beauté de l'Univers étoit le ſujet favorit des Platoniciens; & ils avoient coûtume de recommander la contemplation & l'imitation de ſes mouvemens conſtans & réguliers par la pratique de la vertu, comme les meilleurs moyens de recouvrer l'ancienne conformité où l'on avoit été avec elle dans un premier état & de ſe rendre dignes de joüir de nouveau de ce bonheur. Tandis qu'une Secte d'Atomiſtes expliquoit tout par les mouvemens & les modifications de la matiere, Platon s'ef-

* Voyez *Aul. Gellius Lib. 6. Cap.* 10. Où il en rapporte un exemple extraordinaire d'après Taurus Philoſophe Platonicien. Les Athéniens ſur quelque différend avec les habitans de Megare, leur avoient fait défenſe expreſſe à chacun d'eux d'entrer à Athenes. Euclide de Megare après cet Edit, avoit coûtume de ſe déguiſer en femme, & de faire vingt milles de chemin pendant la nuit pour entendre Socrate. Delà Taurus prend occaſion de ſe lamenter ſur la haute eſtime qu'on avoit de la Philoſophie dans ce tems-là ; maintenant, dit-il, nous voyons les Philoſophes s'en aller de plein gré, attendre à la porte des jeunes & des riches, & s'y aſſeoir juſqu'à midi pour donner le tems à leurs diſciples de ſe remettre des débauches de la nuit. Diogene Laerce cependant parle d'un étranger qui vint à Athenes & qui trouva quelques choſes à reprendre dans Socrate.

força d'élever les pensées des hommes au-dessus des objets des sens, & il soûtint avec chaleur la prééminence des Etres actifs, incorporels & intellectuels. C'étoient-là, suivant lui les vraies substances, les autres n'en étoient que les ombres; les Philosophes grossiers ne pouvoient appercevoir que ces dernieres de même que celui qui tourne le dos à la lumiere, ne la voit pas, non plus que les corps placés entr'elle & lui, mais il n'en apperçoit que les ombres (*a*). Il parle cependant quelquefois des parties insensibles des corps, qui ne peuvent être apperçues que par l'esprit & l'entendement, leur attribuant différentes figures dans le style de la Philosophie atomique (*b*). S'il porta trop loin sa complaisance pour ses idées, nous devons avouer au moins que ses erreurs ne furent pas à beaucoup près d'une aussi dangéreuse conséquence que celles de Démocrite & de plusieurs autres. Mais quelques louables que puissent avoir été les vûes de cet aimable Philosophe, les préceptes inintelligibles & mystiques de quelques-uns de ses Disciples (*c*) doivent nous avertir d'être sur nos gardes contre les excès, même dans une bonne cause.

3. Pendant ce tems-là les Sectateurs de Pythagore fleurissoient en Italie, & enseignoient une Philosophie qui paroît avoir moins été le résultat de leurs propres observations que le fruit du séjour que leur grand Maître avoit fait en Orient. Il passa vingt-deux ans dans ces contrées, & il ne fit point de difficulté de s'accomoder aux coûtumes (*d*) les plus particulieres des Nations Orientales, afin d'avoir un accès plus libre auprès de

(*a*) Platon *de Republica. Lib. 7. & 10.*

(*b*) Platon Tim.

(*c*) Il seroit inutile de citer ici des exemples du mystique le plus profond de Plotin & autres Platoniciens.

(*d*) Il fut circoncis en Egypte suivant la coûtume des Prêtres de ce Pays, & il passe pour avoir été l'homme le plus aimable de son tems. *Clem. Alexandr.* Strom. Lib. I.

leurs Sçavans. Comme c'étoit un homme doué de talens extraordinaires & qui étoit extrêmement laborieux, il paroît aussi avoir le mieux réussi des anciens dans la connoissance de leur Philosophie. Nous trouvons que ses Disciples enseignerent la vraie doctrine des mouvemens des Planetes, particulierement que la Terre se mouvoit tous les jours sur son axe, & qu'elle faisoit sa révolution autour du Soleil en un an; & ils donnerent des idées sur les Cometes qui s'accordent avec les découvertes modernes (*a*). Ils enseignerent aussi que chaque Etoile étoit un Monde (*b*), & qu'elles avoient toutes quelque chose de correspondant à notre terre, à l'air & à l'eau dans l'immensité de l'espace. La Lune surtout suivant eux, étoit habitée par des Animaux plus grands & plus beaux que ceux de notre Globe. Nous trouvons quelques idées de la Gravitation des corps célestes dans ce qui est rapporté de la doctrine de Thales & de ses successeurs. Mais Pythagore paroît l'avoir mieux connue, & on croit qu'il l'avoit en vûe dans ce qu'il a enseigné sur l'harmonie des Spheres (*c*).

Une corde de musique donne les mêmes sons qu'une autre dont la longueur est double, lorsque la tension ou la force avec laquelle la derniere est tendue, est quadruple, & la gravité d'une Planete est quadruple de la gravité d'une autre qui est à une distance double. En général, pour qu'une corde de musique puisse devenir à l'unisson d'une corde plus courte de même espece, sa tension doit être augmentée dans la même proportion que le quarré de sa longueur est plus grand; & afin que la gravité d'une Planete devienne égale à celle

(*a*) Aristot. *Meteorol. Lib. I. Cap.* 6. Plutarque *de Placitis Philosophorum Lib. III. Cap. II.*

(*b*) Ibid. *Cap. XIII. & XXX.*

(*c*) *Plin. Lib. II. Cap. XXII. Macrob.* In somnium Scip. *Lib. II, Cap. I.* Voyez aussi Plutarque; *De Animal. procreatione*, è Timæo. Ὅτι πάλαι θεολόγοι, πρεσβύτατοι φιλοσοφῶν ὄντες, ὄργανα μούσικα θεῶν, &c. jusqu'à la fin.

d'une

d'une autre Planete plus proche du Soleil, elle doit être augmentée à proportion que le quarré de sa distance au Soleil est plus grand. Si donc nous supposons des cordes de musique tendues du Soleil à chaque Planete, pour que ces cordes devinssent à l'unisson, il faudroit augmenter ou diminuer leurs tensions dans les mêmes proportions qui seroient nécessaires pour rendre les Gravités des Planetes égales. On croit que c'est de la similitude de ces rapports, qu'il a tiré la célebre doctrine de l'harmonie des Spheres.

Comme ces opinions des Pythagoriciens sur les mouvemens diurnes & annuels de la Terre, les révolutions des Cometes, les habitans de la Lune & des Etoiles & l'harmonie des Spheres sont très-éloignées d'être dictées par les sens, & fort opposées aux préjugés vulgaires; on a lieu de penser que ceux qui les premiers ont fait ces découvertes devoient avoir fait un progrès considérable dans l'Astronomie & la Philosophie naturelle. Il n'est pas aisé de persuader à une personne qui ignore la vraie Théorie du mouvement, que la Terre, qui de toutes les choses qui existent dans la Nature paroît être la plus fixe & la plus stable, est ainsi emportée dans l'espace avec une si grande rapidité. Il falloit qu'il se fut entierement mis au-dessus des difficultés qui naissoient des sens & des préjugés superstitieux qui prévaloient de son tems pour être persuadé de cette doctrine, jusqu'à compter la Terre parmi les Etoiles, & regarder les Etoiles comme autant de Mondes. C'est pourquoi lorsque nous trouvons les dogmes des Grecs à ce sujet si imparfaits & alliés avec tant d'erreurs, il paroît naturel de penser qu'ils en avoient seulement pris quelques idées d'autres Nations plus sçavantes, & qui avoient fait de plus grands progrès dans la Philosophie: peut-être n'étoient-ils pas plus capables de traiter cette matiere qu'un Indien ingénieux qui après avoir resté quelques années en Europe, & s'y être quelquefois entre-

tenu avec des Sçavans, voudroit à ſon retour expoſer nos ſyſtêmes à ſes compatriotes. C'eſt pour cela que les Pythagoriciens ne paroiſſent pas avoir été en état de défendre leur doctrine, quoiqu'il euſſent la vérité pour eux; car Ariſtote les refute avec apparence de raiſon de ſon côté. Ce qu'il dit de leur ſyſtême fait voir ou qu'ils l'avoient mal expoſé, ou qu'il ne les avoit pas entendu. On rapporte qu'ils enſeignoient qu'il y avoit une terre oppoſée à la nôtre, & differens autres corps qui faiſoient leurs révolutions autour du Soleil, qui nous étoient cachés par la Terre, & que delà ils expliquoient pourquoi il y avoit plus d'éclipſes de Lune que de Soleil *. A cette occaſion il leur fait un reproche auquel les Philoſophes n'ont que trop ſouvent donné fondement. » Qu'au lieu d'accommoder leur » Philoſophie à la Nature, ils n'avoient pas repréſenté » les Phénomenes tels qu'ils étoient, afin qu'ils paruſ- » ſent conformes à leurs propres ſuppoſitions. » Mais s'il avoit été mieux inſtruit de ces Phénomenes & de ce ſyſtême, il en auroit porté un meilleur jugement.

Dans ce tems-là la Géometrie étoit dans une haute eſtime. Nous avons raiſon de penſer que l'attachement que les Pythagoriciens & les Platoniciens avoient pour elles les ſéduiſit quelquefois, en les induiſant à tirer les myſteres de la Nature de certaines analogies de figures & de nombres, qui non-ſeulement ſont intelligibles pour nous, mais qui dans quelques cas ne paroiſſent pas ſuſceptibles d'aucune juſte explication. L'uſage qu'ils firent en Philoſophie des cinq corps réguliers, en eſt un exemple remarquable, car ils doivent en avoir fait une partie importante de leur ſyſtême, ſi nous nous

* *De Cælo. Lib. II. Cap. XV.* Nous devons être moins ſurpris que les Grecs ayent eu une connoiſſance ſi imparfaite de la Philoſophie Orientale, s'il eſt vrai que quelques-uns de leurs plus célébres Philoſophes, firent le voyage d'Egypte dans une vûe bien différente de celle d'apprendre la Philoſophie. On dit que le principal but de Platon étoit d'y vendre ſon huile.

en rapportons aux anciens Commentateurs d'Euclide, qui nous disent qu'il étoit Philosophe Platonicien, & qu'il composa ses excellens Elemens en faveur de cette doctrine. Mais comme la Géometrie est une matiere de pure spéculation, on ne peut concevoir qu'il puisse y avoir quelqu'analogie entr'elle & la constitution de la Nature. Ceux qui en dernier lieu ont tâché de développer cette analogie n'y ont pas réussi, comme nous aurons occasion de le faire voir dans la suite, lorsque nous parlerons des Découvertes de Kepler. Ce n'est pas là le seul exemple, où des analogies & des harmonies prétendues nous ayent induit en erreur dans la Philosophie. La Géometrie ne peut y être que de peu d'usage jusqu'à ce qu'on ait rassemblé des vérités connue sur lesquelles on bâtisse; le Chancelier Bacon a justement observé, *Mathesim Philosophiam naturalem terminare debere, non generare aut procreare.*

4. La Philosophie d'Aristote nous donne lieu de remarquer que la plus grande pénétration sans d'autres secours, sera toujours d'une moindre utilité dans l'étude de la Nature que dans la Métaphysique & la Dialectique, où la force du génie peut à la vérité produire des merveilles. Au lieu des anciens systêmes, il introduisit la matiere, la forme & la privation, comme les principes de toutes choses: mais il ne paroît pas que cette doctrine fut d'un grand usage dans la Philosophie naturelle. Il surpassa tous les autres Philosophes en établissant les divisions & les définitions relatives à ses sujets avec une exactitude particuliere; cependant quelques-uns de ses préceptes sont exprimés d'une maniere si obscure de l'aveu de ses Disciples les plus zelés, que quoiqu'ils ayent pris les plus grandes peines pour découvrir sa pensée(& quelques-uns d'eux suivant ce qu'on rapporte , d'une maniere très-extraordinaire) ils n'ont pû la pénétrer; & on dispute encore pour sçavoir quels étoient ses sentimens sur quelques sujets de grande importance.

Il fut mis en état par la libéralité d'Alexandre son eléve, de faire de vastes collections sur l'Histoire naturelle. Ce Prince fit à ce sujet des dépenses immenses; dont les Naturalistes ont souvent parlé depuis en se copiant les uns les autres (*a*). Mais dans ses écrits généraux & théoriques sur la Nature, quoique ses raisonnemens puissent paroître subtils & ingénieux, les conclusions qu'il en tire sont communément détruites par des Découvertes plus récentes. Nous avons observé ci-dessus comment il exposoit la doctrine de Pythagore sur les deux mouvemens de la Terre, & la maniere dont il tâchoit de la refuter : dans l'un des Traités qui lui sont attribués (*b*) l'Auteur prétend démontrer que la matiere des Cieux est increéée incorruptible, & qu'elle n'est sujette à aucune altération; & il avance que les Etoiles sont emportées autour de la Terre dans des Orbites solides. Il fut généralement suivi dans ces opinions, jusqu'à ce que Tycho par ses observations, & Galilée par ses raisonnemens en firent voir la fausseté. Quelques personnes se sont plaintes qu'il n'étoit pas fait mention si souvent d'une Divinité dans ses differens écrits, que dans les ouvrages de la plûpart des Philosophes plus anciens, excepté seulement son Traité du Monde (ou comme d'autres disent qu'il devoit être intitulé, de l'Univers), qui pour cette raison a été attribué à un autre Auteur. Mais il y en a plusieurs qui jugent que cette piece admirable est d'Aristote; & Gassendi est d'opinion qu'il la composa vers la fin de sa vie, comme le résultat de ses pensées les plus sérieuses (*c*). On peut observer en faveur de ce grand Philosophe, que peut-être il n'avoit pas intention que ses Découvertes fussent bien enten-

(*a*) Suivant Pline, Aristote écrivit cinquante volumes sur les Animaux, & plusieurs milliers de personnes en Grece & en Asie l'aiderent dans ses recherches par ordre d'Alexandre. On dit que la dépense monta à quatre-vingt talens.

(*b*) *De Cælo.*

(*c*) *De Physiologia Epicuri.*

dues par ses écrits publics. Car on rapporte qu'un jour qu'Alexandre se plaignoit de ce qu'il avoit mis au jour quelques-uns de ses Traités, il lui fit sentir par sa réponse, qu'ils ne seroient entendus que par les Philosophes. Si nous avions une exposition plus parfaite de ses opinions sur les formes & les qualités, il pourroit se faire qu'elles parussent dans un meilleur jour. Peut-être vouloit-il seulement soutenir contre cette Secte d'Atomistes qui suivit Démocrite, que les Phénomenes de la Nature ne pouvoient être expliqués sans avoir recours à autre chose que la matiere & le mouvement; mais que les qualités des corps devoient être attribuées à des puissances cachées qui agissoient diversement dans les différentes combinaisons des petites parties de la matiere, suivant les loix établies. La conduite de Callisthene qu'il recommanda à Alexandre pour l'accompagner dans ses conquêtes Asiatiques, fit un grand honneur à Aristote; une persécution cependant que ce Philosophe eut à souffrir des Prêtres Athéniens, l'obligea d'abandonner leur Ville pour éviter le sort de Socrate.

Aristote fut long-tems appellé le Prince des Philosophes, & il a été en possession de l'autorité la plus absolue dans les Ecoles, non-seulement en Europe, mais même en Afrique, parmi les Mahométans, aussi-bien que les Chrétiens. On traduisit ses Ouvrages en Perse & à Samarcande; & aucun Philosophe ne fut jamais dans une estime si haute & si universelle. Son opinion étoit regardée comme la raison même, il n'étoit pas permis d'en appeller: les Parties dans chaque dispute, étant obligées de faire voir que leurs conclusions n'étoient pas moins conformes à la doctrine d'Aristote, qu'à la vérité. Ce moyen cependant ne mettoit pas fin aux disputes, mais servoit plûtôt à les multiplier; car il n'étoit pas plus aisé de s'assurer de son sentiment, que de découvrir la vérité, & souvent sa doctrine n'étoit pas compatible avec elle. Il n'est pas hors de propos de rappel-

ler cette foûmission servile des Philosophes, parce qu'une haute estime pour les grands hommes, est capable de nous entraîner dans leurs opinions, même dans des matieres douteuses, & quelquefois étrangeres à la Philosophie.

5. Nous avons déja parlé du sistême d'Epicure, & nous aurons souvent occasion de faire des remarques dans la suite sur ce sujet. Quiconque examine les opinions extravagantes de cette Secte, & des autres Dogmatiques, quels qu'ils soient Péripatétiques ou Stoïques, peut en admirer quelques-uns pour leur morale, & un plus grand nombre pour leur éloquence, ayant fait leur principale occupation de disputer sur leurs sistêmes, & de déclamer en leur faveur; mais on ne doit pas être fort surpris, de les voir la plupart conformes aux Sceptiques, dans ce qui a rapport à la Physique : Les uns soûtenoient qu'il étoit impossible de découvrir la vérité, & les autres, que les hommes la cherchoient, mais ne la possedoient pas. Les Sectes & les divisions de Sectes, devinrent à la fin si nombreuses, que presque tout le monde s'addonna en quelque façon à la Philosophie, car personne ne pouvoit manquer de trouver une Secte & une Doctrine, conforme à son goût & à son inclination. Mais il ne paroît pas que cette grande augmentation de Philosophes contribua beaucoup au progrès de la science, ou servit à la vérité; leur licence & la variété de leurs opinions, étoient portées à un si haut point, qu'il eut à peine paru aucune doctrine dans les derniers tems, qui n'eût été appuyée de l'autorité de quelqu'un d'eux. On a remarqué avec justice, que dans chaque Art les fautes & les erreurs des uns, servent à l'instruction des autres; mais nous ne voyons pas qu'en Philosophie, les erreurs d'une Secte servissent à faire tenir les autres sur leur garde. Les grands Maîtres dont nous avons parlé, ont donné un malheureux exemple, & leurs successeurs les ont surpassé, en accumulant fictions sur fictions, pour servir à leur

deſſein. Ainſi les Platoniciens devinrent des myſtiques inintelligibles, les Peripatéticiens, des diſputeurs infatigables, tandis que chaque Secte avoit ſon ſiſtême, vanté par le parti, mais condâmné par tout le reſte.

Pendant que les anciens, toutesfois, s'appliquoient à conſidérer les Cieux, ou à faire des collections d'Hiſtoire naturelle, ils ne perdoient pas leur peine, leurs obſervations leur faiſoient quelquefois entrevoir les véritables cauſes qui ont lieu dans l'Univers: & nous avons raiſon d'admirer quelques idées de cette ſorte, qui paroiſſent dans differens paſſages de leurs écrits, & qui ſemblent être des anticipations à quelques découvertes modernes des plus importantes. Mais généralement parlant, ils ſe plaiſoient trop à des diſcuſſions obſcures & inutiles ſur les eſſences cachées des choſes, & ils cherchoient à acquérir des connoiſſances qui n'étoient pas proportionnées aux fondemens ſur leſquels ils avoient à bâtir. Quant à leurs explications du ſyſtême du Monde, la doctrine des Pythagoriciens fut entierement oubliée, & les opinions d'Ariſtote & d'Eudoxe prevalurent univerſellement. Dans la ſuite du tems on prit de grandes libertés pour expliquer chaque Phénomene de la Nature; on multiplia dans cette vûe les Orbes ſolides & les Epicycles, juſqu'à ce que l'Univers perdit dans les deſcriptions de ce Philoſophe ſa beauté naturelle, & ſembla de nouveau réduit à un chaos par leurs travaux infructueux.

L'Hiſtoire des Sciences dans leurs différentes révolutions des ſiécles poſtérieurs, lorſque la Philoſophie & les Philoſophes tomberent dans le mépris, eſt ſi peu intérreſſante & ſi inutile à mon deſſein qu'elle ne mérite pas d'être rapportée. Ils ſe diſtinguerent plus alors par leurs opinions extravagantes, par des mœurs & des coûtumes ſingulieres (a) que par aucune ſcience ou aucun

(a) *Sententiam capillis & habitu jactant*, dit Lactance en parlant d'eux. Voyez auſſi la plainte de Taurus le Philoſophe, citée *d'Aul. Gel.* cideſſus dans les notes au §. 2. de ce Chapitre.

mérite réels. La peinture que Tacite en fait nous apprend combien ils étoient differens dans le tems des Cesars, de ces fameux Pythagoriciens Législateurs, l'incomparable Socrate & autres qui firent l'ornement des premiers âges de la Philosophie. » Neron, dit cet » Auteur avoit coûtume de passer quelque tems après » les repas à écouter les raisonnemens de differens Phi» losophes, & tandis que chacun soûtenoit sa Secte, & » que l'un contredisoit directement l'autre, ils s'accor» doient tous à faire voir les disputes & les contestations » qui étoient continuellement entr'eux, autant qu'à ex» poser leurs opinions particulieres & favorites; il y avoit » même quelques-uns de ces maîtres de sagesse qui ai» moient passionnement à être vûs avec leur visage som» bre & leur ton severe parmi les débauches & les diver» tissemens Royaux de Neron (*a*).

Mais l'état de la Philosophie devint dans la suite encore plus déplorable; & il est à propos d'en parler, parce que nous y découvrirons l'ennemi le plus cruel de la vraie Philosophie. Ce fut quelque tems après la chûte de l'Empire Romain, lorsque la majesté & l'admirable Gouvernement de ce Peuple fit place à la barbarie Gothique, que la superstition étendit son regne sans opposition, que la liberté des recherches fut proscrite, & que par un zéle sauvage on chercha à déraciner la mémoire de l'ancienne Philosophie en détruisant ses annales, production inestimable des travaux de l'antiquité. Ce fatal systême ne réussit que trop, car il paroît qu'un nuage épais eut bientôt obscurci l'entendement des hommes, & presqu'éteint leurs facultés naturelles : ce

(*a*) Tacit. *Annal. Lib.* 14. Nous n'avons rien dit des Chinois parce que quoiqu'aucune Nation ne se soit appliquée si longtems & avec tant d'ardeur à l'Astronomie, ils paroissent avoir fait peu de progrès suivant les rélations que nous en avons. On peut attribuer cela, au moins en partie à leur négligence de la Géometrie (sans laquelle il est impossible d'avancer beaucoup en Astronomie) & à leur manque de correspondance avec les autres Nations.

désastre

désastre alla si loin qu'une partie des tems suivans fut appellée l'âge de plomb, qui ne le céda en rien à l'âge de fer des Poëtes. L'autorité usurpa long-tems la place de la raison, & sous le prétexte abusif de rendre l'homme plus soumis au Ciel, il fut degradé & réduit en esclavage. Il parut de tems en tems quelques génies dignes de meilleurs tems, mais ils furent obligés de se conformer à l'esprit de ce siecle barbare. S'ils s'appliquoient à la vraie Philosophie c'étoit ou dans leur particulier & d'une maniere mystérieuse, ou leurs talens & leur mérite ne servoient qu'à leur attirer un traitement severe & cruel de leurs superstitieux contemporains. Ce fut le sort du fameux Roger Bacon qui paroît avoir fait des progrès surprenans dans la Physique pour le tems où il vivoit, & avoir connu quelques inventions qu'on croit communément d'une date postérieure.

La Philosophie naturelle méprisée & negligée en Europe, trouva un asyle parmi les Sarrazins, auxquels nous sommes redevables de plusieurs Découvertes, aussi bien que de la conservation de quelques-uns des ouvrages des Anciens. Ils en avoient une si haute idée qu'ils avoient coûtume d'en demander des copies par des articles particuliers dans leurs Traités avec les Empereurs Grecs; quoiqu'ils ayent détruit un trésor inestimable en ce genre à Alexandrie dans leurs premieres conquêtes. Le Calif Almaimon est célebre pour avoir fort encouragé à l'étude de l'Astronomie, ayant fait élever un grand nombre d'Observatoires dans ses Etats, & les ayant pourvus d'instrumens d'une grandeur prodigieuse. Ce fut autant que nous le sçavons par son ordre, qu'on mesura pour la premiere fois avec exactitude un degré du cercle de la Terre. Mais à la fin leurs Philosophes se sont absolument dévoués à Aristote d'une maniere non moins servile que les Européens, & à une Philosophie qui ne consistoit

qu'en mots, & qui ne servit qu'à produire des disputes sans fin.

Le nuage fut enfin dissipé peu à peu en Europe : le génie actif de l'homme ne put être pour toûjours dans la servitude. L'amour des sciences se renouvella, les restes de l'ancienne Philosophie qui avoient échappés au naufrage des siecles ténébreux furent soigneusement recherchés ; les Arts libéraux & les Sciences reprirent leur ancienne vigueur, mais aucune ne gagna plus à cette heureuse révolution que la Physique.

CHAPITRE III.

Des Philosophes modernes avant Descartes.

1. LEs révolutions de la Philosophie sont comparées par Aristote au lever & au coucher des Astres, & Pline parle de quatre périodes des Sciences qui avoient précédé son tems, l'Egyptienne, l'Assyrienne, la Chaldéenne & la Grecque. Lorsqu'une fois on en eut perdu le goût dans ces Contrées, elles ne s'y releverent jamais, & il ne reste aucunes productions de trois de ces périodes, ou du moins il en reste bien peu. Les parties Occidentales de l'Europe ont été plus heureuses. Après un long intervalle la Philosophie y parut de nouveau, & la période qui a commencé à la révolution dont nous avons parlé ci-devant, a déja continué plusieurs siecles. Ce goût pour les Sciences y fut introduit par différentes inventions d'un très-grand usage. A en juger par là, les Découvertes importantes qu'on a faites depuis, & celles qu'on a lieu d'attendre de l'exactitude avec laquelle les Sçavans s'appliquent sans cesse à de profondes recherches dans les mysteres de la Nature, nous font espérer avec justice que cette

période ne touchera pas de long-tems à sa fin : & si elle doit un jour avoir le même sort que les autres, elle sera nécessairement à jamais mémorable dans l'Histoire des Sciences parmi ceux qui nous suivront, à moins que tout ne soit enseveli dans un oubli général.

On inventa dès le treizieme siecle les verres convexes & concaves, quoique personne ne s'avisa que trois cens ans après de les joindre ensemble pour en faire un Telescope. Sur quoi on a justement observé que les choses que nous avons tous les jours entre les mains peuvent avoir des propriétés excellentes encore inconnues pour nous, que le hazard où les expériences qu'on fera dans la suite pourront découvrir. La propriété de l'aiguille aimantée, de se diriger vers les Poles du Monde, dont on se servit dans la navigation dès le quatorzieme siecle, si ce n'est plûtôt, facilita la correspondance entre des Nations éloignées, & conduisit Colomb à la Découverte du nouveau Monde. Personne n'ignore l'avantage que les Sciences ont retiré de l'Art de l'Imprimerie que nous devons aussi au même siecle. Ces inventions avec plusieurs autres aussi surprenantes produisirent un grand changement dans les affaires du Monde; & un esprit de reforme se fit bientôt remarquer dans tout ce qui avoit quelque connexion avec les Arts & les Sciences.

2. Peurbachius avec son disciple Regiomontanus & quelques autres firent revivre l'Astronomie dans le quinzieme siecle. Le célebre Copernic, qui nâquit à Thorn en Prusse en 1473, leur succéda, » homme dit Kepler, » (*a*)d'un vaste génie, & ce qui est de grande conséquen- » ce dans ces matieres, d'un esprit libre. « Lorsqu'il considéra la forme, la disposition & les mouvemens du Monde tels qu'on les représentoit alors d'après Ptolomée, il trouva ce systême dépourvû d'ordre, de proportion & de symmétrie. Semblable à une Piece, comme il

(*a*) *Prefatio ad Paulum III, Pontif. Maxim.*

s'exprime lui-même, faite de morceaux copiés de différens originaux, qui n'étant pas assortis les aux autres, représenteront plûtôt un monstre qu'un homme. C'est pourquoi il parcourut les écrits des anciens Philosophes pour voir si on n'avoit jamais donné quelqu'explication plus raisonnable des mouvemens des Cieux. Il prit la premiere idée de son systême dans Ciceron, qui dit dans ses *Questions Académiques*, (Livre IV.) que Nicetas Syracusain avoit enseigné que la Terre tournoit autour de son axe, ce qui faisoit que tous les Cieux paroissoient à un spectateur placé sur la Terre tourner tous les jours autour d'elle.

Ensuite il trouva dans Plutarque (*a*) que Philolaus le Pythagoricien avoit enseigné que la Terre se mouvoit annuellement autour du Soleil. Il s'apperçut d'abord qu'en admettant ces deux mouvemens, toute l'obscurité, le désordre & la confusion dont il s'étoit plaint au sujet des mouvemens célestes, s'évanouissoient, & qu'à leur place il paroissoit une disposition simple & reguliere des Orbites & une harmonie des mouvemens dignes du grand Auteur de l'Univers. Ce fut bientôt après l'an 1500 qu'il commença à porter intérieurement ce jugement du systême du Monde : mais sçachant combien il feroit mal reçu du commun des hommes, & même des Sçavans de son tems, il ne put se déterminer à donner au Public son explication des mouvemens célestes que plus de trente ans après. Il avoit beaucoup de penchant, comme il nous le dit lui-même, à suivre la coûtume des Pythagoriciens qui ne vouloient pas découvrir leurs mysteres au Public, mais qui aimoient mieux les faire passer de main en main à la postérité ; non qu'ils enviassent aux autres les connoissances qu'ils possedoient, mais parce que les belles Découvertes des grands hommes, le fruit de leurs travaux, ne doivent point devenir le jouet des présomptueux &

(*a*) *De Placitis Philosophorum. Lib. III. Cap. XIII.*

des ignorans. Ce ne fut pas sans les plus grandes sollicitations qu'il donna enfin ses papiers à ses amis avec la permission de les publier, & il ne vêcut que précisement le tems qu'il falloit pour voir un exemplaire de son Livre en 1543, peu d'heures avant sa mort.

Dans ce Traité il rétablit l'ancien systême de Pythagore, & il en déduit les Phénomenes des mouvemens célestes. Chaque siecle depuis a fourni de nouvelles preuves en sa faveur, & il prévalut peu-à-peu malgré l'opposition qu'il eut à souffrir des préjugés des sens contre le mouvement de la Terre, de l'autorité d'Aristote dans les écoles, des menaces des ignorans superstitieux & de la terreur de l'Inquisition. Le principal argument qui ait porté Aristote & ses Sectateurs à considérer la Terre comme le centre de l'Univers étoit que tous les corps avoient une tendance vers le centre de ce Globe. Pour répondre à cette objection Copernic observa (*a*) qu'il étoit raisonnable de penser qu'il n'y avoit rien de particulier à la Terre dans ce principe de Gravité; que les parties du Soleil, de la Lune & des Etoiles tendoient pareillement les unes vers les autres, & que c'étoit cette puissance qui conservoit leur figure Sphérique dans leurs differens mouvemens. Ainsi chaque pas dans la vraie science donne une lueur ou une foible vûe de ce qui est au-delà, quoiqu'encore inconnu, dans le trésor de la Nature.

3. Le rétablissement du systême de Pythagore fut un pas de la derniere importance dans la vraie Philosophie, & il frayoit le chemin à de plus grandes Découvertes; mais les esprits des hommes n'étoient pas

(a) *Equidem existimo Gravitatem non aliud esse quam appetentiam quandam naturalem, partibus inditam à divina providentia opificis universorum, ut in unitatem integritatemque suam sese conferant, in formam Globi coeuntes. Quam affectionem credibile est etiam Soli, Lunæ cæterisque errantium fulgoribus, inesse, ut ejus efficacia, in ea qua se representant rotunditate permaneant; quæ nihilominus multis modis suos efficiunt circuitus.* Nicol. Copernici *revol. Lib. I. Cap. IX.*

alors suffisamment préparés pour cela. On manquoit d'une exacte Théorie du mouvement qui rendit sensible la simplicité & la beauté de ce systême, & qui mit en état de résoudre d'une maniere satisfaisante les argumens qui lui paroissoient contraires. Suivant Copernic, la Terre faisoit sa révolution autour de son axe avec un mouvement rapide d'Occident en Orient. On lui objecta qu'un tel mouvement devoit nécessairement être sensible en plusieurs occasions ; qu'une pierre, par exemple, tombant du haut d'une Tour, ne devoit pas frapper la Terre au pié de la Tour, mais à une certaine distance vers l'Occident, suivant cette doctrine; la Tour étant emportée par le mouvement diurne vers l'Orient tandis que la pierre tomboit. Pour répondre à cette objection, on compara le mouvement de la Terre au mouvement progressif uniforme d'un vaisseau sur la Mer, & on soutint qu'une pierre tombant du haut du mâts, frapperoit le tillac directement au pié de ce mâts, quoique le vaisseau fut à la voile, & qu'il avançât avec une grande vitesse tandis que la pierre tomboit. Cette expérience est maintenant hors de doute : mais quelqu'un l'ayant tentée sans y donner le soin & l'attention nécessaires, rapporta à Tycho Brahé qu'elle n'avoit pas réussi; (a) cette raison jointe à un zéle mal entendu pour l'Ecriture Sainte, & peut-être à l'ambition d'être l'inventeur d'un nouveau systême, le porta à rejetter la doctrine de Copernic, & à proposer un systême qui tint un milieu. Tycho connoissoit trop bien les mouvemens des Planetes pour placer leur centre ailleurs que dans le Soleil; mais afin que la Terre pût être en repos, il supposa que le Soleil avec toutes les Planetes étoit annuellement emporté autour d'elle, tandis que celles-ci par leurs mouvemens particuliers faisoient leur révolution autour du Soleil dans leurs différentes périodes. Ayant

(a) Gassendi dans la vie de Tycho Brahé.

rejetté la Rotation de la Terre sur son axe, il fut obligé de retenir la partie la plus choquante du systême de Ptolomée, & de supposer que tout l'Univers, jusqu'aux dernieres extrêmités où la vûe puisse s'étendre, étoit emporté par le *premier Mobile* chaque jour autour de l'axe de la Terre. Il fut cependant abandonné en cela par quelques-uns de ses Sectateurs qui aimerent mieux exempter toutes les Spheres de ces mouvemens immenses en attribuant avec Copernic une révolution diurne à la Terre sur son axe; ce qui leur fit donner le nom de Semi-Tychoniques.

Quoique ce Noble Danois n'eut pas un heureux succès dans l'établissement de son nouveau systême, il rendit néanmoins de grands services à l'Astronomie par sa sagacité & son exactitude à faire des Observation pendant une longue suite d'années. Il découvrit la réfraction de l'air, & il détermina les lieux d'un grand nombre d'Etoiles fixes avec une exactitude inconnue aux Astronomes qui l'avoient précedé. Il démontra que les Cometes étoient plus elévées que la Lune, parce qu'elles avoient une Parallaxe très-petite contre l'opinion qui prévaloit alors. Il découvrit ce qu'on appelle la *variation* dans le mouvement de la Lune, & ses suites d'observations sur les Planetes servirent beaucoup après lui à corriger & à perfectionner leurs Théories. Tous ces travaux le rendront à jamais célébre parmi les Astronomes.

4. Vers la fin du seizieme siecle & sur le commencement du dix-septieme Galilée & Kepler se distinguerent dans la défense du systême de Copernic, & par un grand nombre de nouvelles Découvertes dans le systême du Monde. L'illustre Gallilée ne fut pas moins heureux dans ses recherches Philosophiques que dans les fameuses Découvertes qu'il fit dans les Cieux par le Telescope. Nous devons à l'admirable Kepler la Découverte de la véritable figure des Orbites & les

proportions des mouvemens du ſyſtême Solaire, mais il étoit reſervé à M. le Chevalier Newton de faire connoître l'avantage qui revient à la Philoſophie de la découverte de ces Phénomenes.

Kepler avoit une paſſion particuliere de trouver des analogies & des harmonies dans la Nature à la maniere des Pythagoriciens & des Platoniciens : & c'eſt à cette diſpoſition que nous ſommes redevables de pluſieurs importantes Découvertes, plus que ſuffiſantes pour excuſer ſes imaginations. Il nous apprend qu'il chercha avec ardeur depuis ſa tendre jeuneſſe, les raiſons de trois choſes, pourquoi les Planetes étoient au nombre de ſix ? Pourquoi les dimenſions de leurs Orbites étoient telles que Copernic les avoient décrites par ſes obſervations ? & qu'elle étoit l'analogie ou la Loi de leurs révolutions. Il chercha les raiſons des deux premieres dans les propriétés des nombres & des figures planes ſans ſuccès. Mais à la fin reflêchiſſant que tandis que le nombre des figures planes régulieres étoit infini, les Solides réguliers n'étoient qu'au nombre de cinq comme Euclide l'avoit démontré auparavant il s'imagina que cette limite remarquable dans l'eſſence des choſes lui pourroit faire découvrir certains myſteres correſpondans dans la Nature, d'autant plus qu'il vit que les Pythagoriciens avoient fait grand uſage de ces cinq corps réguliers dans leur Philoſophie. Il s'efforça donc de trouver quelque rapport entre les dimenſions de ces Solides & les intervalles des Spheres planetaires ; & imaginant qu'un cube inſcrit dans la Sphere de Saturne, toucheroit par ſes ſix plans la Sphere de Jupiter ; & que les quatre autres Solides réguliers répondoient de même aux intervalles qui ſont entre les Spheres des autres Planetes, il ſe perſuada que c'étoit là la vraie raiſon pourquoi les Planetes principales étoient préciſement au nombre de ſix ; & que l'Auteur du Monde avoit déterminé leurs diſtances au Soleil, le centre du

ſyſtême

ſyſtême de l'Univers, conſéquemment à cette analogie. Etant ainſi à ce qu'il croyoit en poſſeſſion du grand ſecret des Pythagoriciens & entierement ſatisfait de ſa Découverte, il la rendit publique en 1596, ſous le titre de *Myſterium Coſmographicum.*

Kepler envoya un exemplaire de ce Livre à Tycho-Brahé qui n'approuva point ces ſpéculations abſtraites ſur le ſyſtême du Monde; mais il écrivit à Kepler de commencer d'abord à établir de ſolides fondemens ſur les Obſervations, & qu'alors il tâcheroit de s'élever en partant delà juſqu'aux cauſes des choſes. Cet excellent avis auquel nous devons les plus belles Découvertes de Kepler, mérite d'être rapporté tel qu'il nous l'a laiſſé lui-même. (*a*) » *Argumentum litterarum Brahei*, dit-il, » *hoc erat; uti ſuſpenſis ſpeculationibus à priori deſcenden-* » *tibus, animum potius ad obſervationes, quas ſimul offere-* » *bat, conſiderandas adjicerem. Inque iis primo gradu facto* » *poſt demum ad cauſas aſcenderem.* « Les grand hommes de tout tems ſe ſont ſouvent accordés à porter ce jugement, mais il y en a peu qui s'y ſoient fidellement conformés.

Son génie cependant plut à Tycho, qui l'engagea à reſter avec lui près de Prague (où il paſſa les dernieres années de ſa vie, ayant quitté ſa Patrie à cauſe de quelques mauvais traitemens qu'il y avoit reçu) & à l'aider dans ſes travaux Aſtronomiques. Tycho mourut bientôt après, mais Kepler fondé ſur les Obſervations de ce grand homme fit pluſieurs Découvertes importantes, il trouva que les Aſtronomes s'étoient trompés juſqu'alors, en attribuant toujours aux Planetes des Orbites circulaires & des mouvemens uniformes; que chacune d'elles ſe mouvoit dans un Ellipſe, dont l'un des foyers étoit au centre du Soleil, que le mouvement de chacune étoit réellement inégal, & varioit tellement qu'un

(*a*) *Notæ in editionem ſecundam Myſterii Coſmographici.*

rayon ſuppoſé toûjours tiré de la Planete au Soleil décrivoit des aires égales en tems égaux.

Quelques années après il découvrit l'analogie qui eſt entre les diſtances des différentes Planetes au Soleil, & les périodes dans leſquelles elles achevent leurs révolutions. Il vit aiſément que les Planetes les plus éloignées non-ſeulement ſe mouvoient dans de plus grands cercles, mais auſſi plus lentement que celles qui ſont plus proches, enſorte que pour deux raiſons, leurs tems périodiques étoient plus grands. Saturne, par exemple, fait ſa révolution à une diſtance du Soleil neuf fois & demi plus grande que n'eſt celle de la Terre; & la courbe décrite par Saturne eſt dans la même proportion: & comme la Terre fait ſa révolution dans un an, ainſi ſi leurs viteſſes étoient égales, Saturne devroit faire ſa révolution en neuf ans & demi au lieu que le tems périodique de cette Planete eſt d'environ vingt-neuf ans. Les tems périodiques des Planetes augmentent donc dans une plus grande proportion que leurs diſtances au Soleil, mais non pas en auſſi grande raiſon que les quarrés de ces diſtances; car ſi telle étoit la Loi de leurs mouvemens, le quarré de $9\frac{1}{2}$ étant $90\frac{1}{4}$, le tems périodique de Saturne ſeroit de quatre-vingt dix ans. Une proportion moyenne entre celle des diſtances des Planetes & celle des quarrés de ces diſtances eſt la vraie proportion des tems périodiques; comme un terme moyen entre $9\frac{1}{2}$ & ſon quarré $90\frac{1}{4}$ donne le tems périodique de Saturne en années. Kepler après être tombé dans différentes erreurs en déterminant cette analogie, la ſaiſit enfin le 15 Mai 1618, car il eſt exact juſqu'à indiquer préciſément le jour où il trouva « que les quarrés des tems périodiques « étoient toûjours dans la même proportion que les « cubes de leurs diſtances moyennes au Soleil. » Ce n'eſt là qu'une expoſition courte & ſommaire des fruits

de ſes grands travaux qu'il continua pendant pluſieurs années ſur les Obſervations faites par Tycho (*a*).

Lorſque Kepler vit que cette diſpoſition des cinq corps réguliers, parmi les ſpheres planetaires, ne s'accommodoit pas aux intervalles qui ſont entre leurs orbites, ſuivant les meilleures Obſervations, il chercha à découvrir quelques autres ſyſtêmes d'harmonie. Dans ce deſſein, il compara les mouvemens de la même Planete, à ſa plus grande & à ſa moindre diſtance, & des différentes Planetes dans leurs orbites, tels qu'ils paroîtroient vûs du Soleil, & il s'imagina y trouver une ſimilitude avec les diviſions de l'octave en Muſique. C'étoient-là les rêveries de cet homme ingénieux, auſquelles il étoit ſi attaché, qu'ayant appris la découverte de quatre Planetes nouvelles (les ſatellites de Jupiter) faite par Galilée, il avoue que ſes premieres reflexions furent de chercher comment il pourroit garantir ſon ſyſtême favorit de la chûte dont il étoit menacé par cette addition au nombre des Planetes (*b*). Les mêmes imaginations lui firent porter un faux jugement ſur la ſphere des Etoiles fixes (*c*) : car étant obligé par ſa Doctrine, de donner au Soleil une vaſte ſupériorité dans l'Univers, il reſtraint les Etoiles fixes dans les limites trop étroites. Il ne les conſidere pas comme des Soleils, placés au centre de leurs différens ſyſtêmes, ayant des Planetes qui ſont leurs révolutions autour d'eux, ainſi que les autres Sectateurs de Copernic l'ont conclu, de ce qu'elles ont la lumiere d'elles-mêmes, de leurs diſtances immenſes, & de l'analogie de la Nature. Non content de ces harmonies qu'il avoit appriſes par les obſervations de Tycho, il ſe donna lui-même la liberté d'imaginer pluſieurs autres Analogies, qui n'ont point de fondement dans la Nature, & qui ſont renverſées par les

(*a*) Voyez ſes *Tabulæ Rudolphinæ*, & un Comment. *De Stella Martis.*

(*b*) Diſſert. *Cum nuncio ſidereo.*

(*c*) *Epitome Aſtronomiæ*, *Lib. IV. Part I.*

meilleures obſervations. Ainſi les opinions de Kepler, quoique très-juſtement admiré, nous apprennent le danger d'embraſſer des principes ou des hypotheſes, empruntés des ſciences abſtraites, & de les appliquer avec tant de liberté à l'étude de la Nature.

Huyghens, un des plus grands Géometres & Aſtronomes, qu'aucun Siecle ait produit, nous fournit un exemple plus récent de cet ardeur, à chercher des Analogies entre les matieres de ſpéculation abſtraite, & la conſtitution de la Nature. Lorſqu'il eut découvert ſon ſatellite de Saturne, il fit avec notre Lune & les quatre Satellites de Jupiter, le nombre complet de ſix Planetes du ſecond ordre alors découvertes : & parce que les Planetes principales ſont auſſi au nombre de ſix, & que ce nombre eſt appellé par les Mathématiciens, un nombre parfait (étant égal à la ſomme de ſes parties aliquotes, 1. 2. & 3. (*a*).) Huyghens s'imagina de-là que le nombre des Planetes étoit complet, & qu'il étoit inutile d'en chercher davantage (*b*). Nous ne faiſons pas cette remarque, dans la vûe de diminuer la réputation de ce grand homme, qui dans aucune autre occaſion, n'a peut-être jamais raiſonné de cette maniere; mais ſeulement pour faire voir par un autre exemple, combien les raiſonnemens de cette eſpece, ont toûjours été trouvés mal fondés : car peu de tems après, le célebre Caſſini découvrit quatre Sattelites de plus autour de Saturne, en ſorte que les Planetes ſecondaires actuellement connues dans le ſyſtême du Monde, ſont au nombre de dix. Le même Caſſini a trouvé que l'analogie découverte par Kepler, entre les tems périodiques, & les diſtances au centre, a lieu dans les ſyſtêmes particuliers de Jupiter & de Saturne; ſes obſervations détruiſirent cette Analogie, qu'on avoit imaginée ſans fondement entre le nombre des Planetes

(*a*) Elem. *Euclid. Lib. VII. Definit. ultim*

(*b*) Voyez la Dédicace de ſon *ſyſtême de Saturne.*

principales & secondaires, & le nombre six; mais elles ont fait voir en même-tems qu'il y avoit une harmonie dans leurs mouvemens, qui paroissoit tirer son origine d'un principe réel, répandu par tout l'Univers, comme nous le verrons dans la suite.

5. Mais pour revenir à Kepler sa grande sagacité & ses reflexions continuelles sur les mouvemens Planetaires, lui firent naître quelques idées sur les vrais principes qui produisent ces mouvemens. Dans la *Préface de ses Commentaires sur la Planete de Mars, il parle de la Gravité comme d'une puissance, qui est réciproque entre les corps; & il dit que la Terre & la Lune tendent l'une vers l'autre, & se rencontreroient dans un point, qui seroit d'autant plus près de la Terre que de la Lune, que la Terre est plus grande que la Lune, si leurs mouvemens ne s'y opposoient pas. Il ajoûte que la cause du flux & reflux de la mer, n'est autre chose que la gravité des eaux vers la Lune. Mais n'ayant pas d'assez justes notions des Loix du mouvement, il ne paroît pas avoir été en état de tirer de ces reflexions tout l'avantage dont elles étoient susceptibles, & même il semble qu'il pensa différemment dans la suite, puisque dans son abrégé d'Astronomie, publié onze ans après, il propose une explication Physique des mouvemens planetaires, déduite d'autres principes.

Il dit dans ce Traité, que le mouvement du Soleil sur son axe, doit sa conservation à quelque principe vital inhérent; qu'il y a une certaine vertu ou une image immatérielle du Soleil, répandue avec ses rayons, dans l'espace environnant, & qui faisant sa révolution avec le corps du Soleil sur son axe, s'empare des Planetes, & les emporte avec elle dans la même direction; comme un Aiman agité circulairement près d'une aiguille aimantée, la fait tourner aussi en même-tems. La Planete, suivant lui, par son inertie, s'efforce continuellement de rester à sa place, l'action de l'image du

Soleil, & cette inertie sont dans un combat perpétuel. Il ajoûte que cette action du Soleil, diminue comme sa lumiere, à mesure que les distances augmentent, & que c'est pour cela que la même Planete se meut avec plus de vitesse, lorsqu'elle est plus près du Soleil, que lorsqu'elle en est à une plus grande distance. Pour expliquer l'approximation de la Planete vers le Soleil, lorsqu'elle descend de l'Aphélie au Périhelie, & son éloignement du Soleil, lorsqu'elle remonte à l'Aphélie, il suppose que le Soleil attire un côté de chaque Planete, & repousse le côté opposé; & que celui qui est attiré est tourné vers le Soleil dans la descente au Périhelie, & le côté opposé, lorsqu'elle remonte à l'Aphélie. Il tâcha d'expliquer toutes les autres variétés des mouvemens celestes par de semblables suppositions.

Maintenant que les Loix du mouvement sont mieux connues que du tems de Kepler, il est aisé de montrer la fausseté de chaque partie de cette explication des revolutions Planetaires. La Planete ne tend pas à s'arrêter à sa place, en conséquence de son inertie, mais afin de persevérer dans son mouvement en ligne droite. Une force attractive la fait descendre de l'Aphélie au Périhélie, dans une courbe concave du côté du Soleil: mais la force répulsive qu'il supposoit commencer au Périhélie, la feroit monter dans une courbe convexe vers le Soleil. Nous aurons occasion de faire voir dans la suite, d'après Mr. le Chevalier Newton, comment une attraction ou une gravitation vers le Soleil, peut seule produire les effets, qui suivant Kepler, exigeoient une force attractive & répulsive; que la vertu qu'il attribuoit à l'image du Soleil, étendue dans les régions Planétaires, n'est d'aucune nécessité, & que quand même on l'admettroit, elle ne serviroit de rien pour cet effet. Nous voyons maintenant vérifiée sa prophétie, par laquelle il conclut son ouvrage (*a*); il dit « que

(a) *Hæc & cætera hujusmodi latent in pandectis ævi sequentis, non*

« la découverte de ces choses étoit reservée aux Sie-
« cles à venir, lorsqu'il plairoit à l'Auteur de la Nature,
« de reveler ces mysteres. »

6. Dans le même-tems, Galilée fit des découvertes surprenantes dans les Cieux, par le Telescope, instrument inventé alors; & en appliquant la Géométrie à la doctrine du mouvement, il commença à établir la Philosophie naturelle, sur des fondemens solides. Il rendit le systême de Copernic plus évident, lorsqu'il fit voir par les Phases de Venus, semblables à celles qui arrivent chaque mois à la Lune, que Venus faisoit sa révolution autour du Soleil. Il prouva le mouvement du Soleil sur son axe par ses taches; & de-là la révolution diurne de la Terre, devint plus croyable. Les quatre Satellites qui accompagnent Jupiter dans sa révolution autour du Soleil, représentoient dans le systême particulier de cette Planete, une juste image du grand systême Solaire, & faisoient plus aisément concevoir comment la Lune accompagnoit la Terre, comme un Satellite, dans sa révolution annuelle. En découvrant des éminences & des cavités dans la Lune, & des tâches dans le Soleil, continuellement variables, il montra qu'il n'y avoit pas une aussi grande différence entre les corps celestes & les sublunaires, que les Philosophes l'avoient vainement imaginé (*a*).

Il ne rendit pas un moindre service, en traitant d'une maniere claire & Géométrique, la doctrine du mouvement, qui a été justement appellée la clef de la Nature.

antea discenda quam librum hunc Deus arbiter seculorum recluserit mortalibus. Epit. Astron.

(*a*) Galilée observa quelque chose de fort extraordinaire autour de Saturne, qu'il crut être deux Satellites presqu'en contact avec cette Planete; & Descartes s'imagina que ces deux Satellites étoient en repos dans son tourbillon, parce que (comme il le supposoit) Saturne ne tournoit pas sur son axe; mais Huyghens fit voir que ce Phénomene venoit d'un anneau qui l'environne sans le toucher, & qui l'accompagne dans sa révolution autour du Soleil.

La théorie des Méchaniques avoit été tellement négligée, qu'à peine y avoit-on fait aucun progrès, depuis l'incomparable Archimede, jusqu'à Galilée. Mais ce dernier Auteur nous a donné une théorie complette des mouvemens uniformes, de ceux qui sont uniformement accelérés ou retardés, & de ces deux combinés ensemble. Il démontra le premier, que les espaces parcourus par les corps pésans depuis le commencement de leur chûte, sont comme les quarrés des tems, & qu'un corps jetté dans toute direction, qui ne soit pas perpendiculaire à l'horison, décrit une parabole. Ce sont là les commencemens de la doctrine du mouvement des corps pésans, qui a été depuis portée si loin par M. Newton.

Il découvrit aussi la gravité de l'air, il tâcha de la comparer avec celle de l'eau, & il fraya le chemin à plusieurs autres recherches dans la Physique. Il fut non seulement estimé & suivi par les Philosophes, mais encore honoré par des personnes de la plus grande distinction de toutes Nations. Descartes, à la vérité (a), après l'avoir loué de ce qu'il a appliqué la Géométrie à la Physique, se plaint qu'il n'a pas examiné les choses suivant l'ordre, mais qu'il n'a recherché que les raisons des effets particuliers; & il ajoute qu'en négligeant les causes premieres des choses, il a bâti sans fondement. Il ne prit pas, il est vrai, un vol aussi haut que Descartes, & n'entreprit pas un systême si universel; mais ce reproche, ce me semble, doit tourner à la louange de Galilée; au lieu que la censure de Descartes, fait voir qu'il avoit la foiblesse de se glorifier de la plus mauvaise partie de ses ouvrages.

Mais tout le mérite de cet excellent Philosophe & élegant écrivain, ne pût l'empêcher d'être persécuté dans sa vieillesse. Quelques prétendus Philosophes, qui avoient imprudemment combattu ses nouvelles Dé-

(a) Epist. Part II. Epist. 91.

couvertes

couvertes dans les Cieux, se voyant vaincus & exposés en ridicule, tournerent leur haine & leur ressentiment contre sa personne. Il fut obligé par la fureur des Jésuites, ainsi qu'on nous l'apprend (*a*), & la foiblesse de son protecteur, de se rendre à Rome, & là de renoncer solemnellement à la doctrine du mouvement de la Terre, qu'il avoit prouvée avec autant d'ingénuité que d'évidence (*b*). Après ce cruel traitement il resta en silence pendant quelque tems, mais non pas oisif; car nous avons de lui plusieurs pieces considérables d'une date postérieure.

7. L'illustre Chancelier Bacon, Lord Verulam, (*c*) qui étoit contemporain de Galilée & de Kepler, est justement compté parmi les Restaurateurs des sciences, mais plus particulieremenr de la Philosophie expérimentale. Dès l'âge de seize ans, il commença à rejetter la Physique vulgaire, & ce qu'on appelloit la Philosophie d'Aristote. Il vit qu'il étoit nécessaire d'introduire une réforme dans la façon de traiter la Philosophie naturelle, & qu'on devoit abandonner toute théorie, qui n'étoit pas fondée sur l'expérience. Il proposa son plan dans son ouvrage intitulé, *Instauratio magna*, avec tant de force dans ses raisonnemens, & un zele si juste, que cet admirable traité doit faire les délices de tous ceux qui ont du goût pour la science solide.

Il considere la Physique, comme une vaste Pyramide, qui doit avoir pour base, l'Histoire Naturelle; l'exposition des puissances & des principes, qui operent dans la Nature, ce qu'il appelle la partie physique pour le se-

(a) *Vir in omni Mathematum parte summus Galileus Galilei Jesuitarum in ipsum odio, ac Principis Thusci sub quo vixit socordi metu, coactus ire Romam, ideo quod Terram movisset, non vetante vestro Hortensio, durè habitus, ut majus vitaret malum, quasi ab Ecclesiâ edoctus, sua scita rescidit.* Hug. Grotius in Epist. ad Vossium. Lutet. 17. Maii. 1635.

(*b*) Il fut de plus condamné à une année de prison à l'Inquisition, & à réciter tous les jours quelques Pseaumes Pénitentiaux.

(*c*) Il nâquit en 1560, & Galilée en 1564.

cond étage ; pour le troisieme, la partie métaphysique qui traite des causes formelles & finales des choses. Mais quant au sommet de cette Pyramide, ce qui tient le premier rang dans la Nature, *opus quod operatur Deus à principio usque ad finem*, comme il s'exprime, il doute si les hommes pourront jamais parvenir à en avoir une connoissance parfaite. Il compare les Philosophes qui s'efforcent d'élever leurs systêmes par la force des spéculations abstraites, aux Géants de l'antiquité, qui suivant les Poëtes, firent leurs efforts pour entasser le Mont *Ossa* sur *Pelion*, & l'*Olympe* sur *Ossa*. Un Artiste, dit ce célebre Auteur, s'exposeroit à être tourné justement en ridicule, s'il entreprenoit d'élever un vaste obelisque, par la force de ses bras, au lieu d'employer les machines convenables ; ou si après s'être trouvé incapable de cette entreprise, il avoit recours à plusieurs Ouvriers, pour l'aider de la même façon. Paroîtroit-il moins ridicule, s'il choisissoit ses hommes, & les examinoit avec soin, afin de n'employer que les plus vigoureux & les plus robustes ? Ou si après avoir reconnu toutes ces précautions inutiles, il s'appliquoit à étudier l'Art Athlétique, & apprenoit à composer quelques onguens pour fortifier leurs membres, ou enfin s'il consultoit de sçavans Médecins, qui par des médicamens appropriés, augmenteroient leur vigueur, & leur donneroient une santé plus robuste ? Notre illustre Auteur ne trouve pas moins ridicules, ceux qui cherchent à pénétrer dans la Nature, par la seule force & la subtilité de leur génie, quoiqu'ils empruntent le secours des hommes les plus pénétrans, & qui possedent la dialectique & l'art de raisonner dans sa derniere perfection.

Il compare les Philosophes empiriques, qui n'ont pas de vûe plus élevée que celle de faire des collections d'Histoire Naturelle, aux fourmis qui ramassent le grain & le mettent à part, à mesure qu'elles le trou-

vent, (à moins qu'il ne ſoit vrai, comme on le rapporte, qu'elles ont d'abord ſoin qu'il ne vienne à germer;) les Sophiſtes aux Araignées, qui forment leurs toiles de leurs propres entrailles, pour prendre les inſectes imprudents dans leurs vols. Mais l'Abeille qui ramaſſe la matiere des fleurs de la Campagne, dont elle forme ſon miel avec un art admirable, eſt l'emblême du vrai Philoſophe, qui ne ſe rapporte pas entierement à ſon imagination, & ne ſe contente pas de faire des collections d'Hiſtoire naturelle ou d'expériences méchaniques, mais de-là il s'eléve par de ſolides raiſonnemens à la connoiſſance de la vérité, objet le plus digne de nos recherches. Il s'enſuivit du peu de cas qu'on fit des expériences, que tandis que la Nature étoit infinie, la Phyſique ne fit aucun progrès pendant pluſieurs Siecles, & que les differentes Sectes erroient dans l'obſcurité, ſans qu'il parut aucune lueur pour les guider, ou ſans trouver aucun ſentier pour les conduire dans les labyrinthes de la Nature. Mais le Chancelier Bacon conçût les plus hautes eſpérances de la réunion de l'expérience & du raiſonnement. Alexandre, nous dit-il, & Ceſar vinrent à bout de pluſieurs exploits, qui ſont réellement plus grands, que ceux qu'on raconte du Roi Arthus, ou d'Amadis de Gaule, quoiqu'ils ayent agi par des moyens naturels, ſans le ſecours de la magie ou d'aucun prodige.

Ce fut avec beaucoup de juſtice, qu'il reprit ceux (*a*) « qui ſur une fauſſe idée d'humilité, ou de modération « mal-appliquée, penſent ou ſoutiennent qu'un homme « peut faire des recherches trop profondes, ou trop « étudier, dans le Livre de la parole de Dieu, ou dans « celui de ſes ouvrages. Mais plûtôt, ajoûte-t'il, que « les hommes ſe reveillent & s'appliquent avec ardeur, « à faire des progrès ſans fin dans l'un & dans l'autre, « & à en retirer tout l'avantage dont ils ſeront capa-

(*a*) Bacon, *Advancement of Learning*, Lib. I.

« bles; qu'ils prennent ſeulement garde, que leur « ſcience ne leur ſoit un ſujet d'orgueil & d'oſtentation, « au lieu de l'appliquer à la charité & à l'utilité publi« que. » Il obſerve qu'un goût ſuperficiel de la Philoſophie, peut par accident, faire pencher l'eſprit à l'Athéiſme; mais dès qu'on en a une entiere connoiſſance, elle ramene de nouveau à la Religion. A l'entrée de la Philoſophie, lorſque les ſecondes cauſes les plus ſenſibles aux ſens, ſe préſentent à l'eſprit, nous ſommes portés à nous y arrêter, & même ſi long-tems que nous oublions ce qui leur eſt ſupérieur dans la Nature. Mais lorſque nous paſſons outre & que nous découvrons, la dépendance, l'enchaînement, la liaiſon des cauſes & les ouvrages de la Providence; alors ſuivant l'allégorie des Poëtes, nous croyons aiſément que l'extrêmité de la chaîne doit être attachée au pié du Thrône de Jupiter, ou plûtôt nous appercevons « que la Philoſophie, ſemblable à la viſion de Jacob, « nous découvre une échelle, dont le ſommet eſt « élevé juſqu'à l'eſcabeau du Thrône de Dieu. »

La Philoſophie d'Ariſtote ne parut pas ſatisfaiſante au Chancelier Bacon, non qu'il manqua d'eſtime pour ſon Auteur, à qui il avoit coûtume de donner beaucoup de louanges, mais parce qu'elle ne lui ſembloit propre qu'aux diſputes, & incapable de produire un bien réel. Ariſtote, dit-il, a accommodé ſa Phyſique à ſa Logique, au lieu de donner une Logique qui put être d'un uſage réel en Phyſique. Pour ſuppléer à ce défaut, il compoſa ſon *novum organum*, où ſon principal deſſein eſt de montrer comment on doit faire une bonne induction, comme celui d'Ariſtote étoit d'apprendre à faire un bon Syllogiſme. Si les Philoſophes avoient ſuivi ce plan plus exactement depuis le tems du Chancelier Bacon, leurs ſuccès euſſent été plus éclatans, & la Philoſophie du Chevalier Newton n'eût pas trouvé les ſçavans ſi remplis de préjugés con-

tr'elle, en faveur de quelques systêmes nouvellement inventés, & loués avec tant d'ardeur par les hommes spéculatifs; en sorte que tandis que tous ces Philosophes admiroient la sublime Géométrie, qui brille dans son ouvrage, il y en eut peu, pendant quelque tems, qui parussent disposés à suivre sa Philosophie, ou en état d'en juger avec impartialité.

8. Les exhortations cependant, & l'exemple du Chancelier Bacon eurent un bon effet, & la Philosophie expérimentale a été beaucoup plus cultivée depuis son tems, qu'elle n'avoit été auparavant. La Géométrie & la Philosophie, se perfectionnerent ensemble, & se donnerent un secours mutuel. L'évidence de la Géométrie commença à avoir lieu en Philosophie, lorsqu'on examina tout par nombre, poids & mesure, & les principes de la théorie du mouvement, étant alors pleinement entendus, fournirent d'excellens éclaircissemens sur les parties abstraites de la Géométrie. Galilée eut des écoliers dignes d'un si grand Maître, qui prouverent clairement la gravitation de l'Atmosphere, & qui mesurerent exactement sa pression variable, par la colonne de vif-argent d'un poids égal qu'elle soutient dans le tube du Barometre. L'élasticité de l'air, par laquelle il tend continuellement à se dilater, & résiste à sa compression, à proportion de sa densité, étoit un Phénomene d'une nouvelle espece, (les fluides communs n'ayant pas cette propriété) & de la derniere importance en Philosophie. Ces principes ouvrirent un vaste champ de connoissances nouvelles & utiles, & expliquerent une grande variété de Phénomenes, qui avoient obligé auparavant de recourir à des raisons absurdes. Il sembloit que l'air, le fluide dans lequel les hommes vivent depuis la création, eut été alors découvert pour la premiere fois. Des Philosophes s'occuperent en différentes contrées, à faire des recherches sur ses propriétés, & sur ses effets,

& leurs travaux furent récompensés par d'importantes découvertes. Parmi le grand nombre de ceux qui se distinguerent en cette occasion, nous ne pouvons passer sous silence Torricelli en Italie, Paschal en France, Otto Guerick en Allemagne, & Boyle en Angleterre.

Les connoissances des Philosophes commencerent alors à être considérablement étendues, non-seulement par leurs découvertes sur l'air, mais aussi par leurs recherches sur le puissant élement du feu, & sur ses effets, sur la composition Chymique, la résolution & les changemens des corps. Car, environ ce tems-là, les Chymistes commencerent à parler plus intelligiblement sur leur art, & à l'unir en quelque façon à la Philosophie naturelle, ou à le considérer, du moins, comme ne lui étant pas entierement étranger. Nous en sommes redevables en partie au respectable Mr. Boyle, dont la Chymie étoit l'étude favorite, & qui réussit à décrire les sujets qu'il traitoit d'une maniere aisée & familiere.

On doit avouer que personne ne prit tant de peine pour perfectionner la Physique dans toutes ses parties, & en retirer tout le fruit dont elle étoit susceptible, que ce grand homme. On a remarqué qu'il nâquit le même jour que le Chancelier Bacon mourut, comme s'il eut été destiné à continuer son plan. Il n'épargna ni le travail ni la dépense, pour faire des collections d'Histoire naturelle, & des expériences curieuses & utiles de toutes sortes. Comme le plan du Chancelier Bacon renfermoit toute l'étendue de la Nature, ainsi la variété des recherches, suivies par Mr. Boyle avec le plus grand soin, est très-surprenante, & n'a peut-être point de pareille. L'hydrostatique, quoiqu'une partie des plus utiles de la Philosophie méchanique, avoit été très-mal entendue, avant qu'il établit ses principes, & qu'il éclaircit ses paradoxes, par un nombre d'expériences évidentes, d'une maniere satisfaisante. La doc-

trine de l'air fournit un ample champ à ses études; dans toutes ses recherches, il fit voir un génie heureusement disposé pour la Philosophie expérimentale, avec une candeur parfaite; il examinoit avec patience, & refutoit sans ostentation, les erreurs où les Philosophes s'étoient laissés tomber par leurs préjugés, & les subterfuges artificieux, par lesquels ils s'efforçoient de les soutenir. L'intégrité à toute épreuve, la charité & la piété singuliere de cet homme célebre, firent un grand honneur à la Philosophie, & formerent la principale partie de son caractere. Il considéroit le Monde comme le Temple de Dieu, & (*a*) l'homme, pour me servir « de ses propres termes, comme le Prêtre né de la « Nature, ordonné, pour célebrer le service Divin, « non-seulement *dans* elle, mais *pour* elle. » Non content d'avoir établi autant qu'il a pû par la vérité d'un Dieu, & l'évidence de la Religion dans le grand nombre de Volumes qu'il a composés sur différents sujets, dans le cours d'une vie laborieuse; il a pris soin par son Testament, de perpétuer une succession de défenseurs de cette doctrine, qui procureroient le même fruit, non-seulement de ses découvertes, ou de celles des tems passés, mais de celles qu'on feroit dans les Siecles futurs. Dans ce dessein digne de lui, le succès a répondu à ses intentions; on doit sûrement avouer qu'un tel homme n'étoit pas seulement l'ornement de son Siecle & de son Pays, mais qu'il étoit né pour le bien public de tous les tems & de toutes les Nations. Nous sommes maintenant arrivés à l'heureuse époque de la Philosophie expérimentale, lorsque les hommes ayant trouvé le droit chemin, ont étudié des sciences utiles; lorsque leurs connoissances de la Nature les comblerent d'honneur, & que les arts furent tous les jours perfectionnés, lorsque non-seulement des particuliers, mais des sociétés d'hommes réunissant leur zele, leur

(*a*) Boyle, utilité de la Physique. Part. II. Essai III.

génie, & leur induſtrie, ſe livrerent à leurs recherches dans la Nature, ſans ſe dévouer à aucune Secte ou aucun ſiſtême; mais nous ſommes obligés de nous priver à préſent, du plaiſir de les ſuivre dans leurs découvertes, durant cette floriſſante période, pour expoſer un ſyſtême des plus illuſoires de la Philoſophie ſpéculative, qui cependant prévalut beaucoup alors, & qui en ſéduiſant des hommes ingénieux, corrompit leurs idées, & retarda leurs progrès.

Il ſemble que quelque fertile que cette période ait été en nouvelles découvertes, la Nature ne ſe dévoila pas aſſez pour ſatisfaire l'impatience de quelques perſonnes qui ne ſe contenterent pas des connoiſſances que le tems & l'induſtie leur avoient procurées. C'eſt pourquoi ils prêterent l'oreille aux vaines promeſſes de ceux qui prétendoient développer tous ſes myſteres par la force de leurs ſpéculations abſtraites. Le ſyſtême de Deſcartes fut le plus étendu, & ſuivant pluſieurs, le plus ingénieuſement formé de tous ceux qui ayent jamais été imaginés. L'Auteur étoit un Philoſophe hardi, & ſans doute d'un génie ſubtil; il ſe retira du Monde pendant pluſieurs années, afin de s'y liver entierement. Il ſe vantoit beaucoup d'avoir des idées claires; & il paſſe pour avoir contribué à diſſiper l'obſcurité de cette ſorte de ſcience qui régnoit dans les écoles. Si nous en croyons quelques-uns, il rejetta le vuide par une complaiſance pour le goût qui prévaloit alors, contre ſes premiers ſentimens; & parmi ſes amis particuliers, il avoit coutume d'appeller ſon ſyſtême, ſon Roman Philoſophique. Il eut cependant un grand ſuccès, & ſa doctrine a encore tant de Partiſans, qu'il eſt néceſſaire pour notre deſſein, d'en donner une courte expoſition.

CHAPITRE

CHAPITRE IV.

Des Principes Philoſophiques de Deſcartes, des changemens qui y ont été faits par ſes Sectateurs & des diſputes qui regnent actuellement en Phyſique.

DESCARTES commence ſes Principes en faiſant voir la néceſſité de douter d'abord de tout, afin d'acquérir des connoiſſances certaines. Il recommande à ſes Lecteurs de conſidérer les raiſons qu'il allegue pour douter de tout, non pas une ſeule fois, mais d'employer des ſemaines & même des mois entiers à ces réfléxions avant que de paſſer outre. Il établit premierement la certitude de notre propre exiſtence & celle de nos idées dont nous ſommes aſſurés par un ſens intime; tout ce qu'il dit à ce ſujet paroît nous mettre dans l'impoſſibilité d'en douter un ſeul moment. De l'idée que nous avons d'un Etre infiniment parfait & exiſtant néceſſairement, il conclud qu'un tel Etre exiſte actuellement. Sur ces Principes il fonde la certitude de pluſieurs propoſitions évidentes par elles-mêmes (*a*) ou Axiomes, comme de toutes autres vérités néceſſaires.

De la connoiſſance de la cauſe établie de cette maniere, il prétend déduire une connoiſſance complette de ſes effets par une progreſſion néceſſaire. Il eſt clair, dit-il (*b*),

(*a*) Suivant lui, Dieu n'a pas voulu que les trois angles d'un triangle fuſſent égaux à deux droits, parce qu'il ſçavoit que cela ne pouvoit être autrement. Mais les trois angles d'un triangle ſont néceſſairement égaux à deux droits, parce qu'il l'a voulu ainſi.

(*b*) Voyez les paſſages cités ci-deſſus de ſes Principes dans les notes au §. 4. Chap. I.

que nous ſuivrons la meilleure méthode en Philoſophie ; ſi de la connoiſſance que nous avons de Dieu lui-même, nous tâchons de déduire une explication de tous ſes ouvrages ; enſorte que nous acquererons ainſi l'eſpece de Science la plus parfaite, qui eſt celle des effets par leurs cauſes. Quant aux cauſes finales, il les rejetta entierement de la Philoſophie comme nous l'avons obſervé ci-devant. Ces paſſages qui font voir le génie de la Philoſophie de cet Auteur & les Principes dont il part, nous mettent déja en état de porter quelque jugement ſur le ſuccès qu'on doit attendre d'un pareil projet.

Il prouve par la véracité de Dieu la réalité des objets materiels, qui nous ſont repréſentés comme exiſtans hors de nous. Il fait conſiſter l'eſſence de la Matiere dans l'étendue ; car elle reſte ſeule, dit-il, lorſque nous rejettons la dureté, la couleur, le poids, la chaleur, le froid & les autres qualités ſans leſquelles nous ſçavons qu'un corps peut exiſter. D'où il conclud aiſément qu'il n'y a point de vuide ou d'étendue ſans Matiere. Il ajoûte cependant immédiatement après, comme propriétés de la Matiere que ſes parties ſont ſéparables & mobiles ; quoique cela paroiſſe beaucoup plus ſignifier qu'une ſimple étendue.

Il définit le mouvement, le tranſport d'un corps de la proximité des corps qui ſont en contact avec lui, & qui ſont regardés comme en repos à la proximité d'autres corps ; ainſi il ne fait point de diſtinction entre les mouvemens abſolus ou réels, & les rélatifs ou apparens qui conviennent également à cette définition. La raiſon qu'il donne pour quoi la même quantité de mouvement doit être conſervée pour toujours dans l'Univers, ſans aucune augmentation ou diminution, paroît fort conciſe & très-extraordinaire ; ce n'eſt que parce que Dieu doit être ſuppoſé agir de la façon la plus conſtante & la plus immuable. De la même pro-

priété de Dieu, il conclud qu'un corps doit continuer dans son état quant au repos, au mouvement, à la figure, &c. jusqu'à ce que quelque cause externe produise un changement, ce qui fait sa premiere Loi de la Nature : que la direction du mouvement est naturellement en ligne droite, ou qu'un corps ne change jamais sa direction de lui-même, c'est sa seconde Loi : & qu'un corps en mouvement, lorsqu'il en rencontre un autre qui se meut avec une plus grande force, est repoussé sans rien perdre de son premier mouvement ; mais lorsqu'il rencontre un corps qui se meut avec moins de force, il l'entraîne avec lui, & perd autant de mouvement qu'il lui en communique ; & c'est là sa troisieme Loi de la Nature. Il explique la dureté des corps par le repos où sont leurs parties les unes par rapport aux autres, & la fluidité de ce qu'elles sont continuellement en mouvement en toutes directions. Il conclud la seconde Partie de son Livre en nous disant que ces Principes sont suffisans pour expliquer tous les Phénomenes de la Nature, & qu'on n'en doit admettre ni même souhaiter aucun autre

Il procede ensuite à faire voir comment l'Univers pourroit avoir pris sa forme présente, & persister continuellement dans son état par des Principes méchaniques. Il suppose que les petites parties de la Matiere étoient angulaires, ensorte qu'elles remplissoient l'espace sans laisser aucun interstice entr'elles ; qu'elles ont été dans des agitations continuelles qui ont fait briser les parties angulaires : que par là les parties de la Matiere devinrent rondes & formerent ce qu'il appelle la matiere de son second Elément. Les parties angulaires étant broyées & réduites en particules les plus subtiles de toutes, devinrent la Matiere de son premier Elément, & servirent à remplir tous les pores de l'autre. Mais comme il y avoit une quantité de ce premier Elément plus grande qu'il n'étoit nécessaire pour cela el-

le s'accumula dans le centre des Tourbillons, dont il imagina que l'Univers étoit composé, & elle y forma les corps du Soleil & des Etoiles. Les Cieux furent remplis de la matiere du second Elément, le milieu de la Lumiere. Mais les Planetes & les Cometes furent composées d'un troisieme Elément plus grossier que les deux autres, dont il expose enfin la génération dans tous ses dégrés. Suivant lui la matiere du premier Elément doit s'être échappée constamment par les interstices qui se trouvoient entre les parties sphériques du second Elément, où le mouvement circulaire étoit plus grand, & doit être retournée continuellement aux poles de ce mouvement vers le centre du Tourbillon; là ces petites parties étant propres à s'unir, elles produisirent à la fin les parties grossieres du troisieme Elément, & lorsque celles-ci vinrent à s'adhérer en une quantité considérable, elles donnerent naissance aux taches sur les surfaces des Soleils ou des Astres. Quelques-uns étant encroutés de ces taches devinrent des Planetes ou des Cometes; & la force de leur rotation s'affoiblissant, leurs Tourbillons furent absorbés par quelqu'autre Tourbillon voisin plus puissant. C'est ainsi que le systême Solaire fut formé, les Tourbillons des Planetes secondaires ayant été absorbés par le Tourbillon de la principale, & tous ensemble par celui du Soleil. Il prétend que les parties du Tourbillon Solaire augmentent en densité, mais diminuent en vitesse à une certaine distance, au-delà de laquelle il suppose qu'elles sont toutes égales en grandeur, mais augmentent en vitesse à proportion qu'elles sont plus éloignées du Soleil. Dans ces Régions supérieures du Tourbillon, il place les Cometes; dans les inférieures, il range les Planetes : en supposant que celles qui sont plus rares sont plus près du Soleil, afin qu'elles puissent correspondre à la densité du Tourbillon où elles sont emportées.

Il explique la Gravité des corps terrestres par la

force centrifuge de l'Ether qui tourne autour de la Terre ; il imagina qu'il devoit pousser en bas les corps qui n'avoient pas une aussi grande force centrifuge, de la même maniere qu'un corps qui a une gravité spécifique moindre que celle du fluide dans lequel on le plonge, est poussé vers le haut. Il prétendit expliquer les Phénomenes de l'Aiman, & tout ce qui se passe dans la Nature par les mêmes Principes.

2. Il n'y eut peut-être jamais une entreprise plus extravagante que celle de déduire par des conséquences nécessaires toute la structure de l'Univers & une entiere explication des Phénomenes de la Nature de quelques idées que nous sommes capables de former d'un Etre infiniment parfait. Si ce n'étoit la haute réputation de l'Auteur & de son systême, il seroit à peine excusable de faire quelques remarques sur une telle *Rhapsodie*. Quand même on conviendroit de ses Principes & de sa méthode, il resteroit toujours évident que les conséquences sont bien foiblement liées ensemble dans cet enchaînement visionnaire. Nous n'examinerons pas ici l'exactitude de la méthode dont il se sert pour démontrer l'existence & les attributs de Dieu, ni combien son opinion sur la vérité & la fausseté qu'il fait dépendre de la volonté de Dieu, tend à affoiblir toute Science & à confondre ses principes. Tandis qu'il fait consister l'essence complette de la Matiere dans l'étendue, il néglige la solidité & l'inertie par lesquelles elle résiste au changement dans son état de mouvement, ou de repos; ce qui distingue le corps de l'espace. Si on regarde l'étendue comme l'essence de la Matiere, c'est une proposition ridicule que de soûtenir que tout espace est rempli de Matiere, suivant cette définition. Mais la question restera toujours, si tout espace est plein de cette substance solide, mobile & résistante appellée communément corps. Car comme plusieurs parties de l'espace ne paroissent pas faire une résistance sensible au mouvement, tandis que d'autres résistent diver-

sement à proportion de la densité du milieu répandu dans ces parties ; nous apprenons delà qu'il y a un espace vuide de ce qui est communément appellé Matiere. Les Cometes qui se meuvent avec une égale liberté en toutes directions d'un mouvement très-rapide, & qui traînent après elle des queues d'un volume prodigieux formées de quelque matiere extrêmement rarefiée, font voir que les Cieux ne sont pas remplis de fluides denses qui n'admettent point de vuide. Car il est évident dans la Philosophie expérimentale, que la résistance des fluides augmentent *cæteris partibus* comme leur densité, ensorte que tout mouvement languiroit bientôt dans un fluide qui n'ayant point de pores surpasseroit en densité le Vif-argent ou les corps les plus pesans. Rien n'est plus évident que la force requise pour mouvoir deux corps égaux avec une vitesse donnée, doit être double de celle qui produiroit la même vitesse dans l'un des deux. Lorsque nous composons les plus grands corps de plus petits, ou que nous les résolvons en leurs parties, nous trouvons que la résistance ou l'inertie augmente ou diminue à proportion de la quantité de Matiere. C'est pourquoi lorsque la vitesse est donnée, si un corps en mouvement dans un fluide plus dense déplace plus de Matiere pour se faire chemin, la résistance qu'il rencontre étant égale au mouvement communiqué aux parties du fluide, il doit trouver une résistance proportionnellement plus grande.

Ce n'est pas seulement des mouvemens libres des Planetes & des Cometes, que nous apprenons l'absurdité de la doctrine d'un Plein universel. Les Phénomenes les plus communs & les plus évidens des mouvemens des corps à la surface ou près de la surface de la Terre suffisent pour la détruire. Car nous trouvons qu'ils n'éprouvent de résistance sensible que de l'air : au lieu qu'un fluide si dense qui rempliroit tout l'espace également, produiroit nécessairement une très-grande résistance.

On objecte (*a*) qu'en suppoſant que ce fluide denſe qui remplit l'eſpace pénétre les pores des corps avec la plus grande liberté (de même que la Lumiere traverſe les corps tranſparens, & les écoulemens magnetiques & électriques une grande partie des corps) ſa réſiſtance ſeroit incomparablement plus petite qu'en proportion de ſa denſité; car alors la réſiſtance ne ſeroit pas meſurée par la denſité du fluide, puiſque la plus grande partie pénétreroit les pores du corps en mouvement, librement ſans réſiſtance. Quand on admettroit cette ſuppoſition, il eſt néanmois évident même dans cette hypotheſe, que la réſiſtance d'une boule d'Or dans le Plein ſeroit toujours très-grande. Car ce fluide ſubtil quelque pénétrant qu'il ſoit, doit réſiſter aux parties ſolides de la boule, qui ne peut ſe mouvoir dans le fluide ſans en déplacer les parties, & ſans perdre autant de mouvement qu'elle leur en communique; & cette réſiſtance dépend de la quantité des parties ſolides de la boule : au lieu que la réſiſtance que la même boule rencontre dans le Vif-argent (que nous ſuppoſons n'avoir aucune entrée dans la boule) dépend de la quantité des parties ſolides dans un égal volume de Vif-argent, qui doivent être déplacées pour donner paſſage à la boule. Or cette quantité étant moindre que celle des parties ſolides dans un volume égal d'Or, à proportion que la Gravité ſpécifique du Vif-argent eſt moindre que celle de l'Or, il ſuit que la réſiſtance d'une boule d'Or, qui ſe meut dans un tel Plein ſubtil pénétrant, ſera plus grande que celle qu'elle éprouveroit dans le Vif-argent. Pour plus grand éclairciſſement, la Gravité ſpécifique de l'Or étant à celle du Vif-argent à-peu-près comme 195 à 140, ſuppoſons qu'une boule d'Or compoſée de 195 parties ſolides ſe meuve dans le Plein avec une viteſſe donnée &

(*a*) Dans une petite piece publiée ſur ce ſujet, il y a quelques années par un Auteur fort ingenieux.

parcoure un très-petit espace ; supposons ensuite que la même boule se meuve dans le Vif-argent avec la même vitesse & parcoure le même espace ; dans le premier cas les parties solides déplacent une certaine quantité du Plein, que je suppose égale à la boule ou de 195 parties ; dans le second cas elles déplacent un égal volume de Vif-argent, c'est-à-dire 140 parties solides. Mais comme ceux qui soûtiennent un Plein universel peuvent dire que la boule d'Or qui se meut dans le Vif-argent, éprouve une résistance du fluide subtil qui remplit l'espace aussi bien que du Vif-argent lui-même; accordons cette hypothese & supposons même qu'elle rencontre autant de résistance du Plein dans le Vif-argent que lorsqu'elle se meut dans un espace libre de tout fluide grossier ; il paroîtra toûjours cependant que la résistance que trouve la boule d'Or dans le plein, doit être pour le moins dans une aussi grande proportion à la résistance qu'elle éprouve dans le Vif-argent, que la densité de l'Or est à la somme des densités de l'Or & du Vif-argent ou comme 195 à 335, & par conséquent elle seroit huit fois plus grande que sa résistance que trouveroit la boule dans l'Eau. Telle est la moindre résistance que cette boule éprouveroit dans le plein en admettant les suppositions les plus favorables à cette doctrine; une pareille résistance mettroit bientôt fin aux mouvemens des corps. Mais il est évident que nous avons trop accordé en faveur de leur opinion, lorsque nous supposions que la boule se mouvant dans le Vif-argent rencontroit une résistance égale à la somme des résistances qu'elle éprouveroit du Plein & du Vif-argent séparement. Car suivant cette supposition sa résistance dans le Vif-argent seroit à sa résistance dans l'Eau, comme la somme des densités de l'Or & du Vif-argent à la somme des densités de l'Or & de l'Eau, c'est-à-dire, comme 335 à 205 ou 67 à 41 ; ensorte que la résistance du Vif-argent ne seroit pas double de celle de l'Eau, ni même double de

de celle de l'Air ; & rien ne peut-être plus contradictoire à l'expérience.

Il importe peu dans ce raisonnement de quelle rareté on suppose l'Or, le Vif-argent ou les corps les plus pesans ; puisque la résistance du Vif-argent est reconnue pour très-grande, & qu'elle n'est point alterée par de telles suppositions, non plus que la proportion de la densité de l'Or à celle du Vif-argent sur laquelle proportion le raisonnement est fondé. Car on trouvera toûjours que la résistance d'une boule d'Or dans le Plein (quelque facilité qu'il ait à traverser les pores de la boule, & quelque grands & nombreux que soient ces pores) correspondra à la matiere solide de la boule, qui est en plus grande quantité que la matiere solide d'aucun de nos fluides à volume égal, d'où dépend leur résistance. La supposition que la matiere solide dans le Vif-argent n'occupe que la milliéme ou millioniéme partie de son volume, n'a d'autre effet qu'en ce qu'il suit delà que l'inertie d'une quantité donnée de matiere solide est augmentée dans la même proportion que la rareté du Vif-argent, dont l'inertie est connue par l'expérience.

La résistance produite par la tenacité ou l'adhésion des parties des fluides peut être diminuée ; mais la résistance qui résulte de l'inertie de la matiere reste toûjours : si elle pouvoit être détruite, la matiere n'ayant plus de résistance, il n'est pas aisé de concevoir comment elle pourroit avoir aucune activité ou force méchanique pour pousser les corps ou pour produire aucun des effets qu'on attribue à la matiere subtile des Cartésiens. Car l'action & la réaction sont toûjours égales, & nous ne connoissons aucune force dans les corps que celle qui vient de leur résistance à changer leur état ou leur inertie. Sans elle il n'y auroit point de force centrifuge, le pouvoir favorit par lequel ces Philosophes s'efforcent d'expliquer les Phénomenes de la Nature,

Ils ſuppoſent que les particules de ces fluides ſubtils ſe meuvent conſtamment & également en toutes directions, & à la faveur de cette hypotheſe, ils s'imaginent pouvoir les ſuppoſer agir ſans faire de réſiſtance. Mais ils n'ont jamais rendu cette étrange ſuppoſition probable, & même ils ne peuvent montrer qu'elle répondroit à leur deſſein. Le mouvement d'un fluide ne favoriſe le mouvement d'un corps qui y eſt plongé qu'autant qu'il ſe fait dans la même direction; & un mouvement inteſtin des parties du fluide égal en toutes directions, ne peut rendre la réſiſtance moindre que ſi les parties étoient en repos. Pluſieurs Philoſophes ſoutiennent que les particules des fluides communs, l'Eau ou l'Air par exemple, ſont conſtamment dans un mouvement inteſtin : mais cela n'empêche pas ces fluides de réſiſter à proportion de leur denſité. Il y en a quelques-uns qui prétendent qu'il eſt impoſſible de concevoir un vuide ; cette idée ne leur vient ſûrement que de ce qu'ils ſont imbus de la doctrine de Deſcartes, que l'eſſence d'un corps conſiſte dans l'étendue; & il ſeroit contradictoire de ſuppoſer l'eſpace ſans étendue. Suppoſer qu'il y ait des fluides qui pénétrent tous les corps en rempliſſant l'eſpace, ſans réſiſter ni agir ſur ces corps, purement pour éviter d'admettre un vuide, c'eſt feindre deux ſortes de matieres ſans aucune néceſſité & ſans aucun fondement, ou c'eſt tacitement abandonner la queſtion. Quant aux argumens de M. Leibnitz contre le vuide, nous remettons à en parler lorſque nous conſidérerons les changemens qui ont été faits à ce ſyſtême.

La même quantité de mouvement n'eſt pas toûjours conſervée comme Deſcartes l'a témérairement conclu de l'immutabilité de Dieu. La quantité de mouvement abſolu varie continuellement ; elle eſt diminuée dans la compoſition du mouvement & en pluſieurs cas, dans les chocs des corps qui ont une elaſticité impar-

faite; elle eſt augmentée dans la réſolution du mouvemeut & dans quelques cas des chocs des corps élaſtiques. Il faut avoir recours à un Principe actif pour expliquer la dureté des corps & le repos des parties ne ſuffit pas pour cela, car il n'empêcheroit pas qu'elles ne fuſſent ſéparées les unes des autres par la moindre force. Il y a à peine aucun article dans ce ſyſtême qui ne ſoit pareillement ſujet à des difficultés inſurmontables.

Enfin Deſcartes vit la néceſſité d'avoir recours à l'Obſervation, quoique malgré lui, & il paroît que ce fut avec beaucoup de peine qu'il l'avoua, après avoir tant vanté ſes Principes. Il nous dit qu'il les trouvoit ſi étendus & ſi fertiles (*a*), qu'on en déduiſoit beaucoup plus de choſes, qu'on n'en connoiſſoit dans le Monde viſible.

D'autres Philoſophes ſe ſont plaints qu'il ne pouvoient expliquer que trop peu des myſteres de la Nature : Deſcartes trouve que ſes principes ſont plus que ſuffiſans pour rendre raiſon de tous ſes Phénomenes, & il ſemble uniquement craindre d'en expliquer trop. C'eſt pourquoi il a recours aux Phénomenes, non pas qu'il veuille rien prouver par leur moyen ; car il a ſoin que nous n'ayons pas une ſi mauvaiſe opinion de ſa Philoſophie, que de penſer qu'il l'établiſſe ſur des faits; mais afin qu'il puiſſe déterminer ſon eſprit à conſidérer quelques-uns de ces effets innombrables, qu'il jugeoit pouvoir être produits par les mêmes cauſes, plûtôt qu'à en examiner d'autres.

Il reconnoît pareillement (*b*), que le même effet

(*a*) Il cite les effets, comme il dit, *Non quidem ut ipſis tanquam rationibus utamur ad aliquid probandum; cupimus enim rationes effectuum à cauſis, non autem à contrario cauſarum ab effectibus deducere; ſed tantum ut ex innumeris effectibus, quos ab iiſdem cauſis produci poſſe judicamus, ad unos potius quam alios conſiderandos mentem noſtram determinemus.*

(*b*) *Sed confiteri me etiam oportet potentiam Naturæ eſſe adeo amplam ut nullum ferè amplius particularem effectum obſervem, quem ſtatim* variis modis *ex iis principiis deduci*

peut être déduit de ſes principes de pluſieurs manieres différentes, & que rien ne l'embarraſſoit plus, que de diſtinguer celle qui avoit lieu dans la Nature. Dans ces paſſages, il vante beaucoup ſes principes, afin de cacher la foibleſſe de ſon ſyſtême, avec une affectation qui ne ſert qu'à la rendre plus évidente, & qui paroît indigne d'un ſi grand homme.

3. Deſcartes en mettant l'eſſence de la matiere dans l'étendue, donna occaſion à d'autres de tirer de cette doctrine de dangereuſes conſéquences, qu'il auroit indubitablement déſavouées, quoiqu'il n'eſt pas aiſé de voir comment il s'en ſeroit garanti. Comme nous ne ſommes pas capables de concevoir que l'eſpace puiſſe être anéanti, ou qu'il y ait jamais eu un tems auquel l'eſpace ou l'étendue n'étoit pas; ainſi ſi nous accordons que l'étendue ſeule conſtitue l'eſſence de la matiere, nous ne pouvons que lui attribuer l'infinité, l'éternité, & l'exiſtence néceſſaire. C'eſt de cette Maniere que Spinoſa raiſonne conſéquemment aux principes de Deſcartes, ſoutenant que la Matiere eſt non-ſeulement infinie & néceſſaire, mais encore qu'elle eſt une, & indiviſible (*a*). « Ceux, dit-il, qui rejettent « la poſſibilité du vuide ne peuvent en diſconvenir, « car ſi la matiere étoit tellement diviſée, que ſes par- « ties fuſſent réellement diſtinctes, pourquoi ne pour- « roit-on pas en anéantir une partie, les autres reſtant unies « enſemble comme auparavant ? Puiſque des choſes

poſſe non agnoſcam : nihilque ordinario mihi difficilius videri quam invenire quo ex his modis inde dependet. De Methodo, §. 6.

(a) *Nam ſi ſubſtantia corporea ita poſſet dividi ut ejus partes realiter diſtinctæ eſſent, cur ergò una non poſſet annihilari manentibus reliquis, ut ante, inter ſe connexis ? & cur omnes ita aptari debent ne detur vacuum ? Sane rerum quæ realiter ab invicem diſtinctæ ſunt, una ſine alia eſſe & in ſuo ſtatu manere poteſt. Cum igitur vacuum in Natura non detur, ſed omnes partes ita concurrere debent ut detur vacuum, ſequitur hinc etiam eaſdem non poſſe realiter diſtingui ; hoc eſt ſubſtantiam corpoream, quatenus ſubſtantia eſt, non poſſe dividi.* Spinoſ. Ethic. Part I, Prop. XV, Schol.

« qui sont réellement distinctes les unes des autres, « l'une peut exister & rester dans son état sans l'autre. » Ailleurs il nous dit que si une partie de la Matiere étoit anéantie, toute l'étendue s'évanouiroit avec elle (*a*). Cet Auteur paroît avoir été très-versé dans les écrits de Descartes (*b*), dont il a réduit en forme géométrique les deux premieres Parties des Principes. Mr. Leibnitz lui-même, appelle Spinosisme un *Cartésianisme outré*, & il paroît que sa méthode & plusieurs de ses dogmes, étoient dérivés de cette source.

De même que Descartes (*c*) a conclu de l'idée d'un Etre infiniment parfait, existant nécessairement, qu'un tel Etre devoit exister; ainsi Spinosa de l'idée vraie que nous avons, (c'est-à-dire, une idée claire & distinte, comme il l'explique lui-même) d'une substance, conclud qu'elle doit nécessairement exister, (*d*) ou pour me servir de ses propres termes que son existence,

(a) *Si una pars materiæ annihilaretur, simul etiam tota extensio evanesceret.* Epist. IV. ad Henric. Oldenb.

Par ces passages & plusieurs autres il paroît que Spinosa fut malheureusement trompé par la doctrine de Descartes, que l'essence de la matiere consiste en l'étendue. Il faut avouer cependant que la plûpart des Cartésiens s'efforcerent de refuter ces terribles conclusions: mais ils auroient abregé leur ouvrage, & procedé sur de meilleurs fondemens, s'ils eussent entiérement rejetté le Principe. Cependant Spinosa dans sa 73. lettre, prétend prouver que Descartes a tort de définir la matiere par l'étendue, & suivant lui elle devoit avoir été expliquée par un attribut qui exprimeroit une *essence essentielle & infinie*.

(b) *Quum ille summo sciendi amore arderet, quid in his ingenii vires valerent experiri decrevit. Ad hoc propositum urgendum scripta Philosophica nobilissimi & summi Philosophi Renati Descartes magno ei fuerunt adjumento.* Spinos. Oper. posth. præfat.

(c) Afin de ne rien retrancher de l'original, on a conservé cette comparaison toute outrée qu'elle puisse paroitre. C'est au Lecteur à se tenir sur ses gardes.

(d) *Si quis dixerit se claram & distinctam, hoc est veram ideam substantiæ habere, & nihilominus dubitare num talis substantia existat, idem hercle esset, ac si diceret se veram habere ideam, & nihilominus dubitare num falsa sit (ut satis attendenti sit manifestum;) vel si quis statuat substantiam creari, simul statuit ideam falsam factam esse veram; quo*

aussi-bien que son essence, sont une vérité éternelle. Comme Descartes prétendoit déduire tous les Phénomenes de l'Univers, de la nature & des propriétés de la premiere cause; de même Spinosa prétend que toutes nos connoissances viennent des vraies idées, (comme il les appelle toûjours) & que ces idées vraies doivent être produites par l'Ame (*a*), de celle qui représente l'Etre le plus parfait, l'origine & la source de toute la Nature. Descartes rejetta de la Philosophie, la considération des causes finales; & Spinosa dit qu'elles ne sont que des fictions humaines (*b*), & il se mocque de ceux qui s'imaginent que les yeux sont faits pour voir, & le Soleil pour éclairer. Il fait venir de la même source les notions, que nous avons du bien & du mal, de l'ordre & de la confusion, de la beauté & de la difformité. De même que Descartes représentoit l'Univers, comme une machine qui pouvoit d'abord avoir été produite, & ensuite continuer d'exister éternellement, par des Loix méchaniques seulement, la même quantité de mouvement restant toûjours inaltérable dans le Monde: ainsi Spinosa le représentoit comme infini & nécessaire, doué toujours de la même quantité de mouvement, ou (pour me servir de son expression (*c*)

sane nihil absurdius concipi potest adeoque fatendum necessario est, substantiæ existentiam sicut ejus essentiam æternam esse veritatem. Ethic. Part. I. Prop. VIII. Schol. II.

(a) *Ut mens nostra omnino referat Naturæ exemplar, debet omnes suas ideas producere ab ea quæ refert originem & fontem totius Naturæ, ut ipsa etiam sit fons cæterarum idearum.* Spinos. De Emendat. intellect.

(b) *Ut jam ostendam Naturam nullum sibi finem præfixum habere, & omnes causas finales nihil nisi humana esse figmenta, non opus est multis &c. Hoc adhuc addam, nempe hanc de fine doctrinam Naturam omnino evertere.* Append. Prop. XXXVI. Part I. Ethic.

(c) *Omnia corpora ab aliis circum cinguntur & ab invicem determinantur ad existendum & operandum, certâ ac determinatâ ratione, servatâ semper in omnibus simul, hoc est in toto Universo, eâdem ratione motus ad quietem.* Epist. XV.

Corpus motum vel quiescens ad motum vel quietem determinari debuit ab alio corpore, quod etiam ad motum vel quietem determinatum fuit ab alio & illud iterum ab alio, & sic in infinitum. Ethic. Part. II. Prop. XIII. Lem. III.

peu exacte) ayant toûjours en lui la même proportion du mouvement au repos, & procédant par une nécessité naturelle & absolue, sans aucun moteur, ou aucun principe de liberté.

Dans tous ces Dogmes, Spinosa a considérablement ajoûté de sa propre imagination, à ce qu'il avoit appris de Descartes. Mais la comparaison de leur méthode & de leurs principes, doit nous faire prendre garde au danger qu'il y a de procéder en Philosophie d'une maniere si relevée & si présomptueuse; tandis qu'ils prétendirent l'un & l'autre, déduire des systêmes complets des idées claires ou vraies, qu'ils s'imaginoient avoir, des essences des choses & des causes nécessaires. Si nous faisons attention aux conséquences de pareils principes, nous nous soumettrons volontiers à la Philosophie expérimentale, comme la seule qui soit proportionnée à nos facultés. Il seroit injuste de rejetter sur Descartes les conséquences impies que Spinosa peut avoir tirées de ses principes: mais nous ne pouvons nous empêcher d'observer, à l'honneur de la Philosophie de M. le Chevalier Newton, qu'elle renverse absolument le fondement de la doctrine de Spinosa, en montrant, que non-seulement il peut y avoir, mais qu'il y a actuellement du Vuide, & qu'au lieu d'un Plein nécessaire, infini & indivisible, la matiere paroît n'occuper qu'une très-petite partie de l'espace, & avoir ses parties actuellement divisées & séparées les unes des autres.

Il seroit inutile de faire une exposition plus particuliere du systême de Spinosa, & il n'est pas possible de rapporter entierement d'une maniere intelligible, une doctrine si absurde. Ceux même qui, dans d'autres occasions, ont paru fort approcher du Scepticisme, par rapport aux fondemens de la Religion naturelle, avouent que ce systême est le plus monstrueux qui puisse être imaginé, « & le moins capable de séduire, »

« parce qu'il combat les notions les plus diſtinctes, qui « ſoient dans l'entendement de l'homme. Les objec- « tions naiſſent en foule contre lui, & il ne peut faire « que des réponſes qui ſurpaſſent en obſcurité, la theſe « même qu'il veut ſoutenir (*a*). » Il prétend à la vérité, procéder ſuivant la méthode, & le ſtyle géométriques; mais tandis qu'il établit à ſa fantaiſie, des définitions de la ſubſtance & de ſes attributs, & qu'il paſſe de ſes définitions, comme des idées vraies (ainſi qu'il les appelle) à l'exiſtence néceſſaire de la choſe définie, par une prétendue conſéquence immédiate, qu'il ne veut pas qu'on lui conteſte, tous ſes raiſonnemens ne ſont que de pures pétitions de principe ou des fictions. Il n'y a aucun ſyſtême qui ne puiſſe être établi par cette maniere de procéder. Mais il ne paroît pas poſſible d'en inventer un auſſi abſurde, lorſqu'il ſoutient qu'il n'y a qu'une ſubſtance dans l'Univers, qui a des attributs infinis, (particulierement l'étendue & la penſée infinies) qui produit toutes choſes en elle-même néceſſairement, comme ſes propres modifications, qui eſt ſeule en toutes choſes, la cauſe & l'effet, l'agent & le patient, en tous reſpects phyſiques & moraux.

4. La doctrine de Deſcartes a été ſouvent altérée & ſoumiſe à differentes corrections, depuis que ſon Auteur l'a enſeignée; pendant environ un Siecle pluſieurs Philoſophes ingénieux ont fait leurs plus grands efforts pour l'appuyer & lui conſerver ſon crédit, reformant d'abord une partie, changeant enſuite entierement

(*a*) Ce ſont les paroles de M. Bayle à l'article de Spinoſa, où il expoſe les abſurdités de ce ſyſtême avec beaucoup de clarté, & il ſoutient que le plus foible de ſes adverſaires étoit en état de le renverſer entierement. Notre deſſein en donnant quelques idées de ce ſyſtême n'étoit pas ſeulement de faire voir les conſéquences abſurdes, auxquelles conduit le ſyſtême de Deſcartes; mais auſſi de rappeller la doctrine de Spinoſa à ſa ſource (en faveur de ceux qui pourroient mal-à-propos en avoir pris une opinion favorable) qui n'eſt autre que la fable Cartéſienne, dont preſque chaque Article a été rejetté par M. le Chevalier Newton & quelques autres Philoſophes.

une

une autre partie de ce vaste ſyſtême. Mais le fondement eſt ſi foible & tout l'édifice ſi mal conſtruit, qu'il eut été beaucoup mieux de l'abandonner abſolument & d'en laiſſer ſubſiſter les ruines, pour ſervir de monument à la poſtérité de la folie des ſyſtêmes préſomptueux des Philoſophes.

M. Leibnitz retint la matiere ſubtile de Deſcartes ; avec le Plein univerſel & les Tourbillons, & il repréſenta l'Univers comme une Machine dont les mouvemens continueroient toujours ſuivant les Loix du Méchaniſme, dans l'état le plus parfait, par une néceſſité abſolue & inviolable; quoiqu'il differe en quelques choſes de Deſcartes. Après que la Philoſophie du Chevalier Newton fut donnée au Public (en 1687.) M. Leibnitz fit imprimer un Eſſai ſur les mouvemens céleſtes (*Act. Erudit.* 1689.) où il admet la circulation de l'Ether avec Deſcartes, & la Gravité avec le Chevalier Newton ; mais il n'a jamais expliqué comment ces deux choſes devoient être combinées enſemble, pour produire les révolutions des Planetes, ou comment l'impulſion de cet Ether pouvoit cauſer la Gravité. Il n'a pas fait voir comment ſa circulation harmonique de l'Ether pouvoit être conciliée avec la loi des mouvemens des Planetes dans leurs orbites reſpectives, qui eſt très-différente de la loi des mouvemens de la même Planete, à ſes diverſes diſtances du Soleil. La viteſſe angulaire d'une Planete diminue du Périhélie à l'Aphélie dans la même proportion que ſa diſtance au Soleil augmente, & c'eſt ce qu'il appelle la circulation harmonique. Si cette Loi avoit lieu de même dans les mouvemens des differentes Planetes comparées enſemble dans le ſyſtême du Monde, cette hypotheſe, dans laquelle on les ſuppoſe emportées avec un Ether qui circule, paroîtroit plus ſoutenable ; mais les viteſſes des Planetes, à leurs diſtances moyennes, diminuent dans la même proportion que les racines quarrées des

nombres, qui expriment ces distances au Soleil. Il n'a pas plus fait voir comment on pouvoit accorder cette circulation de l'Ether avec les mouvemens libres des Cometes en toutes directions, ou avec l'obliquité des plans dans lesquels les Planetes font leurs révolutions à l'équateur du Soleil, & celle de ces plans entr'eux. Enfin il n'a pas donné la maniere de résoudre les autres objections, ausquelles cette hypothese du Plein & des Tourbillons est sujette.

Dans la suite cependant à l'occasion de quelques disputes qui s'éleverent au sujet de son droit à l'invention du calcul des Infiniment petits, ou de la Méthode des Fluxions, il parut s'opposer avec beaucoup de chaleur à la Philosophie de M. le Chevalier Newton, & il se mit à la tête de ses Adversaires. Il est inutile d'insister sur la passion & les préjugés que ses Sectateurs ont fait paroître contre lui, & contre ceux qui avoient pris sa défense. Il vaut mieux oublier toutes ces aigreurs, & restraindre une dispute Philosophique aux seules matieres Philosophiques.

Le systême de Mr. Leibnitz a eu beaucoup de Prosélites, parce que de la sagesse & de la bonté de Dieu, il conclud que l'Univers est un Ouvrage parfait, ou le meilleur qui puisse avoir été produit. Cette doctrine a toujours extrêmement plu à la plûpart des Philosophes, qui n'étoient pas assez aveugles pour douter de l'existence d'un souverain Etre bienfaisant; mais l'origine du mal les embarrassoit. C'est la solution de cette difficulté que Socrate chercha, mais envain dans les Ecrits d'Anaxagore. L'Etre suprême, suivant Timée de Locres, étoit Créateur de ce qu'il y a de plus excellent (a). Platon enseigna que le Maître de l'Univers avoit disposé & arrangé les choses pour la perfection & le bonheur du tout, que nos plaintes étoient sans fondement, & ne venoient que des bornes étroites de

(a) δαιμιουργος τῶ βελτίστω.

nos connoiſſances. (*a*) Chryſippe étoit d'opinion que ce n'avoit jamais été le but ni la premiere intention de l'Auteur de la Nature qui eſt la ſource de tout bien, de faire l'homme ſujet aux maladies; mais que tandis qu'il créoit beaucoup d'excellentes choſes, & qu'il formoit ſon Ouvrage de la maniere la plus convenable & la plus utile, il ſe trouva d'autres choſes incommodes, attachées à celles qu'il produiſoit, enſorte qu'elles ne furent point faites pour elles-mêmes, mais ſeulement permiſes, comme de certaines conſéquences néceſſaires de ce qui étoit le meilleur. M. Leibnitz a beaucoup écrit pour défendre cette doctrine, & il a tâché de répondre aux objections qui ont été faites contre la perfection de l'Univers.

Mais quoique les ſpéculations de ce ſçavant Auteur, puiſſent embarraſſer un Lecteur circonſpect, elles ne peuvent le ſatisfaire. Il propoſe deux principes comme le fondement de toutes nos connoiſſances. Le premier, qu'il eſt impoſſible qu'une choſe ſoit & ne ſoit pas en même-tems; ce qu'il dit être le fondement de la vérité ſpéculative. L'autre eſt, qu'il n'y a rien ſans *raiſon ſuffiſante* pourquoi cela eſt ainſi plûtôt qu'autrement; & par ce principe, ſuivant lui, nous faiſons une tranſition des vérités abſtraites à la Philoſophie naturelle. De ce principe il conclud, que l'Ame eſt naturellement déterminée dans ſon choix ou ſa volonté, par l'apparence du plus grand bien, & qu'il eſt impoſſible de faire un choix entre des choſes parfaitement ſemblables, qu'il appelle *indiſcernables*; d'où il infere que Dieu même ne peut avoir produit deux choſes

(*a*) *Exiſtimat Chryſippus non hoc fuiſſe Naturæ principale conſilium ut faceret homines morbis obnoxios, nunquam enim hoc convenisse Naturæ Auctori, parentique rerum omnium bonarum; ſed quum multa atque magna gigneret, pareretque aptiſſima & utiliſſima, alia quoque ſimul agnota ſunt incommoda iis ipſis quæ faciebat cohærentia; eaque non per Naturam; ſed per ſequelas quaſdam neceſſarias, facta dicit, quod ipſe appellat* κατὰ παρακολούθησιν Aul. Gell. Lib. VI. Cap. I.

parfaitement semblables. Par cette raison jointe à quelques autres reflexions Métaphysiques, il rejette le Vuide, dont les parties devroient être entierement semblables les unes aux autres. Il rejette aussi, pour la même raison, les Atomes & toutes les particules similaires de Matiere; à chacune desquelles, quoique divisibles à l'infini, il attribue une Monade, ou une sorte de Principe actif, dans lequel, dit-il, il y a comme une perception & des volitions. Il fait consister l'essence de la substance dans l'action ou l'activité, ou plûtôt, comme il s'exprime, en quelque chose qui est entre l'action & la faculté d'agir. Il soutient que le repos absolu est impossible, & que le mouvement ou une sorte de tendance est essentiel à toutes les substances matérielles. Il décrit chaque Monade comme représentant tout l'Univers de son point de vûe. Et enfin, dans une de ses lettres il nous dit, que la Matiere n'est pas une substance, mais un *substantiatum* ou un *Phénomene bien fondé.*

Tels sont les Dogmes & les expressions d'un Philosophe, qui se flattoit d'avoir des idées claires & complettes & se mocquoit de la Métaphysique des Anglois, comme bornée & fondée sur des notions incomplettes. On place ordinairement la regle de vérité (*criterium veritatis*) dans les perceptions claires & évidentes; mais quelques Philosophes semblent estimer les dogmes à proportion qu'ils sont obscurs. Qui est-ce qui s'imagineroit que dans la Philosophie naturelle, on dût préferer de tels argumens aux faits les plus clairs & aux expériences évidentes, pour déterminer la question sur le Vuide? Que tout homme refléchisse sur ses propres pensées, de qui seules peuvent venir toutes les notions que nous avons de la liberté & par conséquent de la liberté divine; & s'il est convaincu qu'il choisiroit entre deux choses désirables qui paroîtroient également bonnes, plûtôt que de se priver de l'une

& de l'autre, de tels raisonnemens ne peuvent avoir de force sur lui. Sa difficulté est toujours la même contre les parties de la Matiere, après toutes les peines qu'il s'est donnée pour les distinguer par ses Monades ; car comment distinguerons-nous les Monades elles-mêmes ? Ou si on pouvoit y réussir, comment distingueroit-on la même Monade d'elle-même, dans tous les momens de son existence ? Si deux choses parfaitement semblables l'une à l'autre, peuvent exister en differens tems, elles peuvent sûrement exister en differens lieux en même-tems. Ce sçavant Auteur parut très-opposé aux opinions, qu'il imaginoit avoir une tendance à retablir les dogmes rejettés de la Philosophie Scholastique ; cependant ces Monades, telles qu'il les a exposées, paroissent aussi incompréhensibles que leurs formes substantielles, l'*Entelechie*, ou les qualités les plus occultes.

Il fait grand usage de la comparaison entre les effets que produisent sur l'Ame des motifs opposés, & ceux des poids placés dans les bassins d'une Balance, ou des puissances qui agissent sur le même corps dans des directions contraires. Son sçavant Antagoniste nie qu'il y ait aucun rapport entre une Balance mise en mouvement par des poids, & l'Ame qui agit dirigée par de certains motifs, parce que l'une est entierement passive, & que l'autre n'est pas seulement passive, mais qu'elle agit aussi. Il avoue que l'Ame est purement passive, en recevant l'impression du motif, ce qui n'est qu'une perception & ne doit pas être confondu avec le pouvoir d'agir en conséquence de cette perception. La différence entre un homme & une machine, ne consiste pas seulement dans la sensation & l'intelligence ; mais aussi dans ce pouvoir d'agir. La Balance privée de cette puissance, ne peut se mouvoir absolument, lorsque les poids sont égaux : mais un libre agent, dit-il, lorsqu'il trouve deux façons d'agir raisonnables parfai-

ement semblables, a toujours en lui-même la faculté de choisir; & il peut avoir de très-fortes raisons, pour ne pas rester dans l'inaction. Il est évident que comme je tiens d'un sentiment intérieur, tout ce que je sçais sur la liberté, je ne puis admettre aucune proposition contraire à ce qui m'est suggeré par ce sens intime, & il seroit peut-être mieux de traiter cette matiere abstraite dans le goût de la Philosophie expérimentale, au lieu de remplir un millier de pages de discussions Métaphysiques à ce sujet. Mais la doctrine de la liberté est si étrangere aux questions, concernant le Vuide & les Atomes, qu'il doit paroître bien singulier qu'on ait prétendu les décider par des reflexions Métaphysiques si mal fondées, & qu'on ait osé refuser à Dieu le pouvoir de produire par un seul acte de sa volonté, toute la Matiere de l'Univers tout à la fois, quand même elle seroit par-là supposée parfaitement similaire & uniforme.[1]

5. Du même principe, Mr. Leibnitz conclud que le systême du Monde est une machine absolument parfaite, qui ne peut jamais être dérangée, ou avoir besoin d'être rétablie; & que s'imaginer que Dieu le gouverne, c'est diminuer la science de l'Auteur, & la perfection de son ouvrage.

Mais il va plus loin, que n'exigent ses propres principes. Car quand on accorderoit que rien n'est déterminé sans une raison suffisante; cependant il peut se faire qu'il soit mieux que l'Auteur du Monde agisse immédiatement sur lui, conservant & gouvernant son Ouvrage, & quelquefois le changeant ou le renouvellant. La beauté & la perfection de l'Univers pourroient-elles être altérées par l'action immédiate de cet Etre suprême, qui agit toujours avec une parfaite sagesse? Il étoit à propos qu'il y eut en général une régularité & une constance dans le cours de la Nature; non-seulement par rapport à sa plus grande beauté,

mais auſſi en faveur des agens doués d'intelligence, qui ſans cela euſſent été dans l'impoſſibilité de rien prévoir, ou de choiſir, de juger avec ſageſſe des choſes par leurs conſéquences, & d'exercer leurs autres facultés. Mais quoique le cours de la Nature dût être régulier, il n'étoit pas néceſſaire qu'il ne fût gouverné que par des principes qui réſultent des differens mouvemens & des modifications diverſes d'une matiere inactive, par des Loix méchaniques; l'Univers eut été fort inférieur, à ce qu'il eſt en beauté & en perfection, ſi ſa formation n'étoit dûe qu'à de tels principes.

M. le Chevalier Newton penſoit que la ſtructure de l'Univers ne pouvoit toûjours continuer dans le même état, mais qu'elle exigeoit à la ſuite du tems d'être rétablie par la même main qui l'avoit formée; cependant cette Philoſophie fut condamnée par M. Leibnitz, comme conduiſant à l'impiété; & ce qu'il y a de plus ſurprenant, c'eſt qu'il rapporta ce ſentiment particulier, comme une preuve manifeſte de ce qu'il avance. Il objecta que de même qu'un bon Artiſte fait ſon ouvrage auſſi parfait qu'il lui eſt poſſible, ainſi ce ſeroit un manque de puiſſance ou de ſcience dans l'Auteur du Monde, ſi le ſien avoit beſoin d'être reformé & comme remonté de nouveau. Mais le Chevalier Newton penſoit qu'il étoit compatible, & même plus conforme avec la notion d'un Etre ſouverainement parfait, de ſuppoſer qu'il formeroit ſon Ouvrage dépendant de lui-même, enſorte qu'après un tems convenable il le renouvellât ſuivant ſa ſageſſe infinie. Exclure de l'Univers, l'action & le gouvernement de la Divinité, c'eſt en exclure ce qu'il y a de plus parfait & de meilleur, dont l'abſence ne peut être ſuppléе par aucun Méchaniſme. M. Leibnitz n'eût pas avancé une telle doctrine ſur la perfection de l'Univers, s'il n'eût été ſéduit par un attachement exceſſif à la Néceſſité & au Méchaniſme.

Le fondement de cette Philoſophie qui repréſente l'Univers comme une machine parfaite qui peut toûjours perſéverer dans ſon état préſent, eſt que la même quantité de vigueur & de force perſiſte continuellement & paſſe d'une portion de la Matiere à l'autre, ſans que le tout ſouffre aucun changement. Deſcartes ſoûtenoit que la quantité de mouvement étoit toûjours la même dans l'Univers. Spinoſa prétendoit qu'il y avoit toûjours la même proportion du mouvement au repos. M. Leibnitz fit une diſtinction entre la quantité de mouvement & la force des corps; il avoue que la premiere varie, mais il ſoutient que la quantité de force eſt toûjours la même dans l'Univers : il n'y a cependant aucune doctrine plus opposée à l'expérience & aux obſervations les plus communes, quand même on meſureroit les forces des corps par les quarrés des viteſſes, comme il le prétend. Si tous les corps dans le Monde avoit une élaſticité parfaite, on pourroit avoir quelque raiſon de ſoûtenir ce principe. Mais on n'en a juſqu'à préſent découvert aucun dont l'élaſticité fut parfaite; & lorſque deux corps ſe rencontrent avec des mouvemens égaux, ils rejailliſſent avec de moindres mouvemens, & il y a toûjours quelque force perdue par le choc : ſi les corps ſont mous, ils s'arrêtent tous deux à cauſe de l'impénétrabilité de leurs parties; ou pour parler dans le ſtyle favorit de cet Auteur, parce qu'il n'y a pas de raiſon ſuffiſante pourquoi l'un d'eux prévaudroit plûtôt que l'autre. Dans ce cas tout leur mouvement eſt perdu; & le mouvement de l'un étant détruit par le mouvement oppoſé de l'autre, c'eſt ſans fondement & ſimplement pour ſauver une hypotheſe qu'on imagine un fluide qui reçoit & retient les forces de ces corps. Lorſqu'on prend la liberté d'appuyer une fiction par une autre, celle-ci par une troiſieme & ainſi de ſuite, il n'y a aucun ſyſtême qu'on ne puiſſe ſoûtenir. Suivant nos premieres idées de la Matiere & du

du Mouvement, il paroît par les expériences les plus évidentes que la Matiere est une substance inactive sans élasticité. Cependant ces Philosophes attribuent une élasticité parfaite à toute leur matiere subtile ; & ils proposent des loix du mouvemenr comme générales, qui ne peuvent avoir lieu que pour des corps dont aucun n'a été découvert jusqu'ici dans la Nature. Ils n'ont jamais pû expliquer comment cette élasticité parfaite est un effet des Loix du méchanisme ; cependant suivant eux le Monde est un mouvement méchanique perpetuel.

Le génie de cette sorte de Philosophie ne paroît nulle part aussi évidemmenr que par les artifices qu'on a mis en usage pour se tirer des objections insurmontables qui ont été faites contre les Tourbillons. Afin d'éloigner un peu plus la difficulté & envelopper la question dans l'obscurité, on a introduit de nouveaux Tourbillons dans chaque partie de Matiere infiniment petite. Delà s'ils en ont besoin, ils descendront à un autre ordre infiniment plus petit & ainsi de suite. Car ils prétendent positivement tirer le même avantage en Philosophie (*a*) des ordres infinis d'infiniment petits, que quelques Géometres de ces derniers tems dans la résolution de leurs problêmes. Ainsi(comme nous l'avons remarqué ailleurs (*b*)) une Philosophie absurde est la production naturelle d'une Géometrie défectueuse. Car quoiqu'il suive des notions que nous avons de la grandeur qu'elle consiste toujours de parties, & qu'elle est divisible sans fin ; cependant une division actuelle à l'infini est absurde & une quantité infiniment petite (au jugement même de M. Leibnitz (*c*))'est une pure fiction. Les Philosophes peuvent s'accorder à imaginer des ordres infinis de parties infiniment petites de Matiere

(*a*) Mémoires de l'Académie Royale de Sciences, 1729.

(*b*) Traité des Fluxions, introduction. P. 47. en Anglois.

(*c*) Essai de Théodicée. §. 70.

& se laisser transporter par cette idée, mais ces illusions ne sont pas appuyées sur une solide Géometrie ni même conformes au sens commun. Après tout ce qui a été dit pour les Tourbillons, il n'y a aucune expérience qui les favorise, tandis que quelques-unes des plus communes & des plus simples sont directement contraires à l'existence de ces fluides & de leurs mouvemens.

Nous avons un autre exemple de l'Art avec lequel ils soûtiennent leurs systêmes dans la prétendue démonstration qu'ils donnent contre la possibilité des Atômes ou d'aucuns corps parfaitement durs & infléxibles. Suivant ce qu'ils appellent la Loi de *continuité*, tous les changemens dans la Nature sont produits par des degrés insensibles & infiniment petits : ensorte qu'un corps ne peut dans aucun cas passer du mouvement au repos ou du repos au mouvement, sans passer par tous les degrés possibles de mouvement intermédiaires ; d'où ils concluent que les Atômes ou tous corps parfaitement durs sont impossibles : parce que si deux de ces corps se rencontroient avec des mouvemens égaux en directions contraires, ils s'arrêteroient nécessairement tout-à-coup, & violeroient la loi de continuité (*a*). Mais sur quels fondemens ont-ils fait cette loi universelle de la Nature ? Quoique dans les corps communs (composés de parties, dont l'union n'est pas intime, qui elles-mêmes sont formées d'autres parties d'un ordre inférieur & ainsi de suite ; ensorte que nous ne pouvons parvenir jusqu'aux élémens ou Atômes qu'après un nombre de résolutions qu'il nous est impossible de déterminer) les parties cédent dans leurs chocs, nous ne pouvons affirmer cela des Atômes ou des derniers Elémens eux-mêmes. Cette compression est une conséquence de la contexture des corps qui ont toujours beaucoup plus d'interstices vuides que de matiere solide,

(*a*) Discours sur le mouvement, Paris 1726.

& qui sont composés de parties qu'on doit regarder comme adhérentes les unes aux autres avec une force incomparablement plus petite que celle avec laquelle la matiere des parties élémentaires elles-mêmes est réunie (*a*). La vérité est qu'ils ont trouvé nécessaire de rejetter les corps d'une dureté parfaite ; parce qu'il étoit impossible d'expliquer les effets de leurs chocs d'une maniere compatible avec la conservation de la même quantité de force dans l'Univers, ou avec leur nouvelle doctrine, que les forces des corps sont comme les quarrés des vitesses : & c'est pour cela qu'ils ont recours à cette nouvelle loi de *continuité* pour se tirer d'embarras. Si un corps en frappoit un autre de la même espece égal & en repos, la vitesse du premier seroit également divisée entr'eux par le choc ; mais si nous mesurions la force par le quarré de la vitesse, chacun d'eux n'auroit que la quatriéme partie de la force du premier corps, & tous deux ensemble n'en auroit que la moitié ; en sorte que l'autre moitié seroit nécessairement perdue sans avoir produit aucun effet. Pour éluder les objections de cette espece, quelques Partisans de la nouvelle doctrine sur la mesure de la force des corps se contentent d'observer qu'on n'a point trouvé de corps d'une dureté parfaite dans la Nature ; quoiqu'il y ait la même objection contre ceux d'une parfaite élasticité dont on traite en Physique. Mais d'autres rejettent hardiment de tels corps comme impossibles fondés sur ces considérations Métaphysiques singulieres, dont nous avons parlé ci-de-

(*a*) L'Auteur du discours sur le Mouvement cité ci-dessus, nous dit que si la Nature pouvoit passer d'un état de mouvement à celui de repos tout-à-coup sans passer par les degrés de mouvement intermediaires alors un état seroit détruit avant que la Nature put connoître à quel autre elle doit se déterminer ; & il demande comment elle pourroit se déterminer à un état plûtôt qu'à un autre ? Pour répondre à cela il suffit seulement de remarquer que cesser de se mouvoir est la même chose qu'être en repos, il n'y a point d'intervalle entre l'état de mouvement & celui de repos, & le mouvement étant détruit le repos s'en suit nécessairement.

vant. On verra dans la ſuite combien on a tâché d'obſcurcir la Théorie du Mouvement dans ce qu'il y a même de plus évident par zéle pour cette opinion.

Le pouvoir du Méchaniſme n'a jamais été plus exalté que par la fameuſe Doctrine de M. Leibnitz de l'*Harmonie préétablie*, ainſi qu'il l'appelle. Suivant Deſcartes les Animaux étoient de pures machines, & cette opinion ne parut pas vrai-ſemblable à la plus grande partie des Philoſophes. Mais cela n'eſt rien en comparaiſon de ce que M. Leibnitz voudroit nous faire croire, lorſqu'il nous dit que l'ame n'agit pas ſur le corps ni le corps ſur l'ame, que l'un & l'autre procédent par des loix néceſſaires, l'ame dans ſes perceptions & ſes volitions, & le corps dans ſes mouvemens ſans que l'un ſoit du tout affecté par l'autre; mais qu'on doit les conſidérer comme deux machines ſéparées & indépendantes. Les volitions de l'ame ſont ſuivies à l'inſtant des mouvemens deſirés du corps, non en conſéquence de ces volitions qui n'y ont aucune influence, mais à cauſe du merveilleux méchaniſme du corps. Les impreſſions produites ſur les ſens n'ont point d'effet ſur l'ame, mais l'idée correſpondante eſt excitée préciſément dans ce tems, en conſéquence d'un enchaînement de cauſes de différentes ſortes. Ainſi tout ce que les hommes diſent ou ſont n'eſt ſuivant lui que l'effet d'un Méchaniſme admirable. Mais il eſt tems que nous laiſſions ces fictions, de peur de donner occaſion au Lecteur de penſer que toute Philoſophie n'eſt qu'illuſion.



CHAPITRE V.

Conclusion des Observations précédentes.

1. IL résulte de tout ce que nous avons observé, que quoique ces sçavans hommes ayent fait voir dans leurs Ecrits une merveilleuse fécondité de génie; cependant ils ont commencé de même que tous les autres qui ont suivi une pareille méthode par une extremité trop au-dessus de leur portée, en voulant exposer l'enchaînement des causes, & ils ont entrepris de former un systême de Philosophie qui surpasse de beaucoup les facultés de l'esprit humain. L'essence & les premieres causes des choses qu'ils croyoient posseder sont infiniment au delà de leur sphere; tandis que les observations certaines & les faits évidens paroissent perpétuellement en contradiction avec leurs spéculations tant vantées.

Nous devons tâcher de nous élever des effets aux causes immédiates jusqu'à la cause suprême. Nous devons chercher à connoître Dieu par ses ouvrages, & non pas prétendre décrire sa conduite dans la Nature par des idées aussi imparfaites que celles que nous sommes capables de former de ce grand Etre enveloppé de mysteres. Ainsi la Physique peut devenir une base solide à la Religion naturelle; mais il est absolument ridicule de déduire cette Science d'aucune hypothese, quoiqu'inventée pour nous faire imaginer que nous sommes en possession d'un systême de Méthaphysique plus complet, ou formée peut-être dans la vûe de répondre plus aisément à quelques difficultés de la Théologie naturelle. Nous devons, à la fin, rester convaincus que dans la Physique la vérité ne doit être découverte

que par l'Expérience & l'Obſervation avec le ſecours de la Géometrie, & qu'il eſt néceſſaire de procéder d'abord par la méthode d'analyſe avant de préſumer de conſtruire un ſyſtême ſynthétiquement.

Nous pouvons auſſi apprendre enfin par le mauvais ſuccès de tant d'entrepriſes inutiles à être moins avides de ſyſtêmes de Phyſique parfaits & finis, à nous arrêter lorſque nous ne nous trouvons pas en état d'aller plus avant, & à laiſſer à la poſterité l'avantage de faire de plus grands progrès à meſure que le tems & l'expérience leur en donneront le pouvoir. Car nous ne devons pas douter que la Nature ne reſerve un grand nombre de Découvertes pour les ſiecles futurs qui peuvent être retardées par nos anticipations téméraires & mal fondées. En procédant ainſi avec précaution, chaque ſiecle ajoûtera au tréſor de nos connoiſſances, les myſteres qui ont été juſqu'ici cachés dans la Nature pourront être dévoilés peu-à-peu, les Arts fleuriront & augmenteront, le Genre humain ſe perfectionnera & paroîtra plus digne de ſa ſituation dans l'Univers, à proportion qu'il approchera plus d'une parfaite connoiſſance de la Nature.

2. Ce fut ainſi que les parties ſpéculatives des Mathématiques s'éleverent peu-à-peu, par les travaux réunis des grands hommes dans des ſiecles bien éloignés les uns des autres. Les Egyptiens s'adonnerent les premiers à cette Science, elle fit du progrès chez les Grecs, les Arabes la conſerverent lorſqu'elle fut abandonnée en Europe, & elle perſiſta dans une haute eſtime parmi eux tant que fleurit leur Empire, enfin depuis le dernier rétabliſſement mémorable des lettres en Europe, ſes grands progrès ont fait la gloire des Sçavans modernes.

L'inondation du Nil mit les Egyptiens dans la néceſſité d'inventer quelque Art par lequel ils puſſent meſurer leurs terres, & c'eſt delà que nous apprenons que

la Géometrie tire son origine & son nom. Les Prêtres de cette Contrée qui ne manquoient ni de génie ni de loisir, la perfectionnerent & en firent une Science, & même leurs Rois écrivirent des Traités sur ce sujet. Thales en porta les Principes dans la Grece où elle fur cultivée avec tant de soin que la partie élementaire devint bientôt complette, & elle y fut dans une si haute estime qu'elle reçut le nom de Mathématiques, c'est-à-dire de Science par excellence (*a*). Un Oracle ordonnant que l'Autel cubique d'Apollon fut doublé, procura sûrement un plus grand avantage à la Géometrie qu'aux Athéniens alors affligés de la Peste, car il donna occasion à Platon d'examiner le fameux Problême de la duplication du Cube, & il fit naître la Géometrie des *Solides*. L'incomparable Archimede perfectionna cette Science dans la suite, il trouva la quadrature de l'aire de la Parabole, fit quelque progrès dans la mesure du Cercle, & enrichit la Géometrie de plusieurs Découvertes dignes d'un si grand génie.

Il paroît qu'elle n'avança que par degrés & quelquefois fort lentement : l'un découvrit que les trois angles d'un triangle équilateral étoient égaux à deux droits ; un autre alla plus loin & fit voir la même chose de ceux qui ont deux côtés égaux, qu'on appelle triangles isoceles, & ce fut un troisiéme qui trouva que le Théoreme étoit général, & s'étendoit à toutes sortes de triangles (*b*). De la même maniere lorsque cette Science fut poussée plus loin & qu'ils vinrent à traiter des Sections coniques, le plan de la Section étoit toujours supposé perpendiculaire au côté du Cone; la Parabole étoit la seule Section qui fut considérée dans le Cone à angle droit, l'Ellipse dans le Cone à angle aigu & l'Hyperbole dans celui qui étoit à angle obtus.

(*a*) Μαθηματα, les Sciences, de μανθανω j'apprens.

(*b*) Procli. *Comment.* In Euclidem.

Les figures des Sections conserverent les noms tirés de ces trois sortes de Cones pendant un tems considérable, jusqu'à ce qu'Appollonius fit voir qu'on trouvoit toutes ces sections dans un seul Cone, & par cette Découverte il mérita alors le surnom de grand Géometre.

C'est par de tels degrés que cette Science s'éleva à la suite du tems à cette sublimité qui fait notre admiration. Les Problêmes qui dans un siecle paroissoient d'une difficulté insurmontable, ont été résolus dans un autre, & dans un troisieme ils furent en quelque maniere méprisés comme trop simples & trop aisés : on trouva des Théoremes particuliers qui conduisirent à des Découvertes plus étendues; on suivit des méthodes laborieuses jusqu'à ce qu'on en eut trouvé d'autres plus simples & plus générales; mais on prit toûjours le plus grand soin que la certitude & l'évidence fussent constamment le caractere de cette Science dans tous ses progrès. Il y eut à la vérité un long intervalle de plusieurs siecles entre le tems où elle fleurissoit en Grece & celui de son renouvellement en Europe; mais les Anciens l'ayant établie sur les fondemens les plus solides, & cultivée avec la plus grande exactitude, lorsque les Sciences reprirent leur ancien lustre, leurs ouvrages servirent de base aussi bien que de modeles aux Sçavans modernes. Ainsi le progrès du Genre humain dans cette Science paroît avoir de la similitude à quelques égards avec l'avancement d'un homme en force & en connoissance. Ils firent d'abord quelques essais d'une force foible & sans expérience, mais peu-à-peu elle s'accrût de plus en plus jusqu'à ce qu'enfin, après les heureux travaux de plusieurs siecles, rien ne parut trop élevé pour eux.

3. Parce que nous avons observé sur l'Histoire de la Philosophie naturelle, on peut aisément comprendre pourquoi ses progrès ont été si differens; & d'où vient que

que nous y avons si rarement trouvé cette agréable gradation, depuis les premiers élemens jusqu'au plus haut période, que nous avons observée en Géométrie. Au lieu d'étudier la Nature, les hommes se sont appliqués à contempler leurs propres pensées; au lieu de décrire ses opérations, ils n'ont donné que le jeu de leurs imaginations, où ils auroient dû hésiter ils ont décidé, & ils se sont arrêtés où il n'y avoit pas de difficultés. Ils ont divisé ce qui étoit simple, & expliqué ce qui étoit clair; mais dans les choses plus embarrassées, ils ont mis les subterfuges de l'Art en opposition avec la Nature, & une science captieuse avec la raison commune; tandis qu'ils imaginoient une maxime mal fondée, pour en soutenir une autre, & qu'une fiction étoit suivie d'une autre fiction pour lui servir d'appui. On inventa des hypotheses, non pour réduire les faits & les observations à des regles & à un certain ordre, en quoi elles peuvent être de quelque utilité, mais comme des principes de science. Elles avoient une si grande autorité, qu'elles ne pouvoient être détruites, ni par les conséquences extravagantes qui en résultoient, ni par les observations contradictoires; mais l'Auteur charmé de sa rhapsodie, procédoit, sans faire attention à ces difficultés, à la conclusion de la fable qu'il avoit imaginée.

Ainsi une Secte ne pouvoit que détruire, pour la plus grande partie, les travaux d'une autre. Dans un tems les nombres & l'harmonie des Pythagoriciens servirent à expliquer ce qu'il y avoit de plus mystérieux dans la Nature; les idées de Platon, la matiere & la forme d'Aristote, prévalurent à leur tour; mais elles ne servoient qu'à voiler l'ignorance des hommes. Epicure employa sa Philosophie, à détruire ce que les sens & la raison nous apprennent de plus certain & de plus évident; cependant il n'a pas manqué de Disciples, pour soûtenir & embelir un systême si absurde. Les Sceptiques,

tomberent dans l'autre extrêmité, & devinrent si attachés à l'obscurité, qu'ils ne vouloient pas voir la lumiere même la plus claire; & quelques-uns d'eux aimerent mieux douter s'ils doutoient, que d'avouer aucune vérité; ils eurent cependant les uns & les autres un grand nombre de Sectateurs. Dans la suite la Philosophie ne fut estimée, qu'autant qu'elle servit par des explications fausses & obscures, à étendre la superstition. De nos jours, les prétendues idées claires de Descartes, & les spéculations Métaphysiques de M. Leibnitz ont eu un grand nombre d'admirateurs qui les ont reçûes pour la vraie Philosophie, sans parler des extravagances de Spinosa, & de mille autres imaginations singulieres, qui ne méritent aucune attention.

Nous avons vû dans l'Histoire précedente de l'état de la Philosophie, que ceux qui s'attacherent à inventer des systêmes, & à les rendre universels, ont quelquefois procédé d'une maniere qui paroissoit plausible; mais qu'en avançant dans leurs systêmes, ils ont donné lieu à des conséquences, qui ne pouvoient manquer de dégoûter tous ceux qui ne s'étoient pas laissés entierement séduire par ces trompeuses imaginations. Quelques-uns par leur obstination à tout expliquer par le Méchanisme, ont été conduits jusqu'à tout exclure de l'Univers hors la Matiere & le Mouvement; d'autres d'une disposition contraire, n'admettent que des perceptions, & les choses perçûes; & il y en a qui ont poussé cette façon de raisonner, jusqu'à n'admettre que leurs propres perceptions. D'autres, en méprisant les causes immédiates & remontant d'abord à l'influence de la premiere cause, alterent la beauté de la Nature & mettent fin à nos recherches dans la plus sublime partie de la Philosophie. Celui qui a poussé un systême le plus loin, a rendu cet important service, que tandis qu'il s'imaginoit vainement le rendre parfait & universel, il en a découvert la fausseté & l'a réduit à une ab-

ſurdité. Le ſyſtême de Deſcartes auroit eu plus de Partiſans, ſi les impiétés de Spinoſa ne les euſſent retenus. M. Leibnitz ſe ſeroit attiré beaucoup de Sectateurs de ſon ſyſtême, de la Néceſſité abſolue, s'ils n'euſſent été rebutés par ſes Monades & ſon Harmonie *préétablie*. Et quelques-uns conſentant à rejetter la réalité de la Matiere, ne purent ſe réſoudre à rejetter celle de l'Ame.

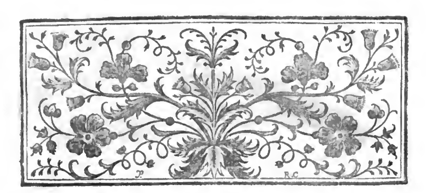
La variété des opinions & des diſputes perpétuel[les] parmi les Philoſophes, a fait penſer à beaucoup de perſonnes dans ces derniers tems, comme dans les plus reculés, que c'étoit envain qu'on cherchoit à acquérir de la certitude dans la Phyſique, & qu'on devoit attribuer cette difficulté à quelques défauts inévitables dans les principes de cette Science. Mais il a paru ſuffiſamment, par les découvertes de ceux qui ont conſulté la Nature, & non pas leurs propres imaginations, & particulierement parce que nous apprenons de M. le Chevalier Newton, que la faute retombe ſur les Philoſophes eux-mêmes, & non pas ſur la Philoſophie. On ne peut trop recommander à tous ceux qui voudront y faire du progrès de ne jamais perdre de vûe cette excellente maxime (*a*) : tout ce qui ne ſe déduit pas des Phénomenes n'eſt qu'une Hypotheſe ; & les Hypotheſes ſoit Métaphyſiques, Phyſiques, Méchaniques ou de qualités occultes, n'ont pas lieu dans la Philoſophie expérimentale. Dans cette Philoſophie on déduit les propoſitions des Phénomenes & on les rend générales par des inductions. C'eſt ainſi qu'on a découvert l'impénétrabilité, la mobilité & la force des corps, les loix du Mouvement & de la Gravité. On

(a) *Quidquid enim ex Phænomenis non deducitur* Hypotheſis *vocanda eſt : & Hypotheſes ſeu Metaphyſicæ, ſeu Phyſicæ, ſeu Mechanicæ, ſeu qualitatum occultarum, in* Philoſophia experimentali *locum non habent. In hac Philoſophia propoſitiones deducuntur ex Phænomenis, & redduntur generales per inductionem. Sic impenetrabilitas, mobilitas & impetus corporum & leges motuum & gravitatis innotuerunt. Newton* Philoſ. natur. Princip. Mathem. Schol. gener. p. 530.

ne devoit pas à la vérité attendre un Systême complet d'un seul homme, d'un siecle, ou peut-être d'un très-grand nombre de siecles; si on avoit lieu de l'attendre des facultés d'un seul homme, nous l'aurions sûrement eu de M. le Chevalier Newton; mais il connoissoit trop la Nature, pour former une pareille entreprise. Nous allons maintenant considérer jusqu'où il a pénétré, & qu'elles sont les plus importantes de ses découvertes.

Fin du premier Livre.





DÉCOUVERTES PHILOSPHIQUES DE M. NEWTON.

LIVRE SECOND.

De la Théorie du Mouvement & des Méchaniques rationelles.

CHAPITRE PREMIER.

De l'Espace, du Tems, de la Matiere & du Mouvement.

1. OMME nous sommes certains de notre propre existence & de celle de nos idées, par un sens intime; de même nous sommes intérieurement convaincus qu'il y a des objets, des puissances, ou des causes hors de nous, & qui agissent sur nous. Car dans plusieurs de nos idées, particulierement celles qui sont

accompagnées de douleur, l'Ame est passive & reçoit les impressions (qui sont involontaires) des causes externes qui ne dépendent pas de nous. Nous distinguons aisément ces objets en deux classes générales. La premiere est de ceux que nous appercevons avoir une spontanéité, ou une puissance de se mouvoir d'eux-mêmes & differentes autres propriétés & affections semblables à celles de notre Ame, telles que de raisonner, de juger, de vouloir, d'aimer, de hair, &c. La seconde classe générale, est de ceux qui n'ont point de pareilles affections, mais qui sont tellement d'une nature passive, qu'ils ne se meuvent jamais d'eux-mêmes, & lorsqu'ils sont en mouvement, ne s'arrêtent pas sans quelque cause externe. Si quelqu'un de ces objets vient à être mû, sans qu'il paroisse un moteur, nous concluons aussi-tôt que ce mouvement est dû à quelqu'agent invisible, tant nous sommes persuadés de sa propre inertie. Si nous le mettons en quelqu'endroit, nous nous attendons à l'y retrouver à quelque intervalle de tems que ce soit, si aucune puissance n'a agi sur lui. Cette nature passive ou cette inertie, est ce qui distingue principalement la seconde classe des objets externes, qu'on appelle Corps ou Matiere; comme la premiere est appellée Ame ou Esprit.

2. Il n'est pas maintenant de notre sujet d'examiner, comment les objets externes de l'une & l'autre classe, agissent sur l'Ame, en produisant une si grande variété d'impressions ou d'idées & il n'est pas nécessaire pour nous de déterminer combien la ressemblance peut être parfaite ou exacte entre nos idées & les objets ou substances qu'elles représentent. Les idées qui sont des répétitions d'autres idées, ont beaucoup plus de ressemblance avec les objets, que celles dont elles sont les repétitions. L'idée que nous formons dans notre imagination d'une personne, d'un lieu, ou d'une figure que nous avons souvent vûe, a une ressemblance beau-

coup plus parfaite avec l'impreſſion que nous recevons par les ſens, que l'idée que nous ſommes capables de former dans notre imagination de la douleur, n'en a avec la ſenſation que nous en avons éprouvée. Et comme ce n'eſt pas une objection contre l'exiſtence des Ames des autres hommes, de dire qu'elles peuvent être très-differentes de la notion que nous pouvons en avoir; de même on ne doit rien conclure contre l'exiſtence de la Matiere, de ce que ſon eſſence interne, ou *ſubſtratum*, peut être très-differente de toutes les propriétés que nous lui connoiſſons. C'eſt cependant trop rabbaiſſer les idées que nous avons des objets externes, que de les comparer aux mots, ou à des ſignes purement arbitraires, ſervant ſeulement à les diſtinguer les uns des autres. Car c'eſt par les idées que nous en avons, que nous apprenons leurs propriétés, leurs rapports, & leurs influences les uns ſur les autres & ſur nos Ames, & que nous acquérons une connoiſſance utile de ces objets, & de nous-mêmes. Par exemple, en comparant & en examinant nos idées, nous jugeons de l'ordre & de la confuſion, de la beauté & de la difformité, de la régularité & de l'irrégularité des choſes. Les idées de nombre & de proportion qui ſervent de fondement à des ſciences ſi utiles & ſi étendues, ont la même origine.

3. L'Ame eſt intimement perſuadée de ſa propre activité en refléchiſſant ſur ſes idées, en les examinant & les arrangeant, en formant celles qui ſont complexes des plus ſimples, & enfin lorſqu'elle raiſonne en conſéquence, choiſit & ſe détermine. Par-là, auſſi-bien que par l'influence des objets externes ſur elle, & par ſa connoiſſance du cours de la Nature, l'Ame acquiert aiſément les idées de cauſe & d'effet. Lorſqu'une figure repréſentée ſur une table, produit une idée ou une impreſſion ſemblable ſur tous ceux qui la voyent, il eſt auſſi naturel d'attribuer cela à une cauſe, que lorſque nous parlons à une nombreuſe aſſemblée, l'effet

du discours doit nous être attribué; quoique nous ne puissions expliquer comment l'impression de la figure est communiquée aux differens spectateurs, ou le discours aux Auditeurs. Il seroit aisé de faire beaucoup plus de remarques sur cette espece de Philosophie, dont les principes conduiroient à soûtenir, que les objets externes varient avec nos perceptions, & que l'objet est toûjours different, lorsqu'il est perçû par differentes personnes, ou par la même en différens tems ou en différentes circonstances. On ne doit pas attendre de nous, que dans un Traité tel que celui-ci, nous entrions plus avant dans l'examen de ces sortes de doctrines, qui sont aussi inutiles qu'elles sont extravagantes.

4. Le corps non-seulement ne change jamais son état de lui-même, en conséquence de sa nature passive, ou de son inertie, mais de plus il résiste aux causes qui produisent ce changement; lorsqu'il est en repos, ce n'est pas sans difficulté qu'il est mis en mouvement, & lorsqu'il est en mouvement, il faut une certaine force pour l'arrêter. Cette force par laquelle il tend à persévérer dans son état, & resiste à tout changement, est appellée sa force d'inertie. Elle provient de l'inertie de ses parties, qui est toujours proportionnelle à la quantité de matiere contenue dans le corps; ensorte que c'est par cette inertie seulement, que nous sommes capables de juger de la quantité de matiere. Et ce jugement est bien fondé, parce que nous trouvons constamment, que lorsque nous rendons un corps double ou triple, ou que nous l'augmentons ou le diminuons en quelque proportion, nous sommes obligés de doubler ou de tripler la force requise pour le mouvoir avec la même vitesse, ou de l'augmenter ou la diminuer dans la même proportion, que le corps. Si les parties solides simples & sans pores, d'un égal volume, ont une inertie égale, alors ce que nous venons de dire sera exactement vrai; mais s'il

s'il y a des especes de matieres si differentes entr'elles, que les parties solides élémentaires des unes, ayent une plus grande inertie, que les parties solides élémentaires égales des autres especes, alors ce ne sera qu'en comparant celles de la même sorte, que nous pourrons assurer que l'inertie est proportionnelle à la quantité de matiere. Ces differentes especes de matiere peuvent exister autant que nous le sçavons ; mais c'est en diminuant ou augmentant le nombre ou la dimension des pores des corps qu'ils sont condensés ou rarefiés, suivant l'expérience, & c'est par-là que l'inertie d'un volume donné, est augmentée ou diminuée.

5. L'Espace est d'une étendue sans bornes, immobile, uniforme, similaire en toutes ses parties, & libre de toute résistance. Il est composé à la vérité de parties, qui peuvent être divisées en d'autres parties plus petites, & celles-ci de même jusqu'à l'infini; mais elles ne peuvent être séparées les unes des autres, & avoir leurs situations & leurs distances changées.

6. Le Corps est étendu dans l'Espace, mobile, terminé par une figure, solide & impénétrable, résistant par son inertie, divisible en parties de plus petites en plus petites jusqu'à l'infini, en sorte qu'elles peuvent être séparées les unes des autres, & avoir leurs situations & leurs distances changées de toute maniere.

7. La succession de nos propres idées, & les variations successives des objets externes suivant le cours de la Nature, nous font aisément naître les idées de la durée, du tems & de leurs mesures. Nous concevons que le tems vrai & absolu s'écoule uniformement, suivant un cours immuable, en sorte qu'il sert seul à mesurer avec exactitude les changemens de toutes les autres choses. Car à moins qu'on ne corrige les mesures vulgaires du tems, qui sont grossieres & peu exactes, par des équations convenables, (comme en prédisant les Eclipses des Satellites de Jupiter, & la

plûpart des autres Phénomenes astronomiques) les conclusions se trouvent toujours fautives & sans exactitude : & quelque variable que puisse paroître l'écoulement du tems à différens Etres intellectuels, on ne peut au moins s'imaginer qu'il dépende des idées d'aucun Etre créé. On peut concevoir le tems divisé en parties, successivement plus petites & plus petites sans fin ; quoique respectivement à chaque Etre particulier, il puisse y avoir le plus petit espace de tems sensible, de même qu'il y a un *minimum sensibile* dans les autres grandeurs.

8. Le Mouvement est un changement de lieu, c'est-à-dire, de la partie d'espace que le corps occupe, ou dans laquelle il est étendu. Le mouvement est *réel* ou *absolu*, lorsque le corps change de place dans l'espace absolu. On l'appelle *relatif*, lorsque le corps ne change de place que respectivement aux corps environnants ; & il est *apparent*, lorsque le corps change sa situation relativement aux autres corps, qui nous paroissent être en repos. Les parties de l'espace absolu, n'étant pas les objets des sens, c'est une des plus grandes difficultés en Philosophie, de distinguer les mouvemens vrais & réels, de ceux qui ne sont qu'apparens. Cependant les Philosophes par de certaines précautions, sont souvent en état d'en venir à bout, en faisant de justes raisonnemens, en conséquence des causes du mouvement, lorsqu'elles sont connues, ou de leurs propriétés & de leurs effets. Un mouvement réel circulaire, par exemple, est toûjours accompagné d'une force centrifuge, qui vient de la tendance du corps à se mouvoir en ligne droite. Ainsi, la force centrifuge qui a l'Equateur, diminue la Gravité, & retarde le mouvement du Pendule, en sorte qu'il y fait ses vibrations plus lentement que vers l'un ou l'autre Pôle, est une preuve de la révolution diurne de la Terre sur son axe. En même-tems, la révolution diurne des corps célestes autour de la Terre, ne peut être qu'apparente ; puisque si elle étoit

réelle, il s'ensuivroit de-là une force centrifuge immense, qui se manifesteroit sûrement, parce qu'ils se meuvent dans des espaces libres, & que les orbes solides ont été rejettés par les raisons les plus évidentes.

9. Je sçais qu'il y a quelques Métaphysiciens de grande réputation, qui condamnent la notion d'Espace absolu, & qui accusent en cela les Mathématiciens de trop réaliser leurs idées; mais si ces Philosophes faisoient plus d'attention aux Phénomenes du mouvement, ils verroient combien leur reproche est mal fondé. Nous sçavons tous par l'observation de la Nature qu'il y a du mouvement, qu'un corps en mouvement persévere dans cet état, jusqu'à ce que par l'action ou l'influence de quelque puissance, il soit obligé de le changer : que ce n'est pas dans le mouvement relatif ou apparent, qu'il persévere en conséquence de son inertie, mais dans le mouvement réel & absolu. Ainsi le mouvement diurne apparent des Astres cesseroit, sans que la moindre force agît sur eux, si le mouvement de la Terre venoit à s'arrêter; & si le mouvement apparent d'un Astre étoit détruit par un mouvement contraire qui lui fut imprimé, les autres corps céléstes paroîtroient toujours persévérer dans leur course; la force centrifuge à l'Equateur subsisteroit encore, avec la figure sphéroïdale de l'Océan ; Phénomenes qui sont les conséquences du mouvement réel de la Terre sur son axe. Ceux qui ne sont pas bien instruits de la Théorie du mouvement, conviennent plus aisément, qu'un corps en repos y persévere en conséquence de sa nature passive, ou de son inertie, qu'ils n'accordent qu'un corps en mouvement, continue de se mouvoir: mais cette persévérance d'un corps dans un état de repos, ne peut avoir lieu que relativement à l'espace absolu, & même n'est intelligible qu'en l'admettant. Lorsqu'une Toupie tourne sur un petit pivot, son mouvement circulaire continue pen-

dant long-tems, tandis qu'un corps placé sur sa surface, n'y reste pas, mais s'échappe aussi-tôt. Tant qu'un Vaisseau continue de se mouvoir, un corps posé sur le Tillac y reste à sa place, comme si tout étoit en repos; mais lorsque le mouvement du Vaisseau vient à cesser, le corps s'échappe dans la direction de son premier mouvement; car en conséquence de son inertie, il tend à persévérer, non dans son état de repos sur le Vaisseau; mais dans son état de mouvement ou de repos respectivement à l'espace absolu. Il seroit aisé de s'étendre sur ce sujet, & de faire voir qu'on ne peut expliquer les Phénomenes de la Nature, sans convenir d'une distinction réelle entre le mouvement vrai, & le mouvement apparent, & entre l'espace absolu & relatif. Quoique puissent prétendre ces Philosophes, nous n'avons pas d'idée plus claire que celle de l'Espace; & si quelques-unes de nos recherches sur cette matiere, donnent lieu à des disputes embarrassantes, nous sçavons qu'il en peut naître de même sur toutes les recherches que nous faisons dans la Nature; nous devons tâcher d'en acquérir des connoissances aussi claires & aussi bien fondées qu'il est possible, quoique nous prétendrions en vain les rendre complettes & parfaites, comme nous l'avons remarqué dans le premier Livre.

10. Le Corps étant distingué de l'Espace par sa force d'inertie ou sa résistance, nous sentons évidemment que tout Espace n'est pas également plein de matiere; & il résulte des observations Philosophiques, que la matiere solide dans les corps les plus denses, n'a que très peu de proportion à tout leur volume. Les rayons de Lumiere trouvent un passage au travers d'un globe de verre en toutes directions, ce qui fait voir la grande rareté du globe, autant que la subtilité de la Lumiere. On doit dire la même chose des Ecoulemens magnetiques & électriques, & de la matiere subtile qui pénetre les pores des corps avec une grande liberté dans

les expériences Chymiques. Quant à ces fluides, que les Philosophes ont inventé pour remplir les pores des corps, afin d'exclure le vuide de l'Univers, nous avons fait quelques observations à leur sujet, dans le premier Livre, & nous aurons occasion, dans la suite, de faire voir combien ils sont incapables de servir à l'explication des Phénomenes, dont on prétendoit qu'ils étoient la cause.

11. L'Espace & le Tems servent à se mesurer réciproquement par le mouvement; le tems s'écoule & se perd continuellement; mais l'espace parcouru par le mouvement, en conserve la représentation. Lorsque des parties égales d'espace, sont parcourues dans des parties égales de tems, alors le mouvement est uniforme, & la vitesse est constante ou invariable durant le mouvement. Lorsque les parties d'espace, parcourues dans des parties égales successives de tems, augmentent continuellement, le mouvement est accéleré; & lorsque ces parties d'espace diminuent constamment, le mouvement est retardé. En général, la vitesse du mouvement est toujours mesurée par l'espace, qui seroit parcouru par ce mouvement continué uniformement pendant un tems donné. Il est clair que l'espace parcouru par un mouvement uniforme est en raison composée du tems & de la vitesse du mouvement: mais en général que AB, (*Planch. I. Fig. I.*) la base d'une figure, représente le tems d'un mouvement, & que l'ordonnée ou perpendiculaire PM, à un point quelconque P de la base, mesure la vitesse au terme correspondant du tems (c'est-à-dire l'espace qui seroit parcouru par le mouvement continué uniformement depuis ce terme pendant un tems donné) alors l'aire de la figure ABD ainsi formée mesurera l'espace parcouru par le mouvement dans le tems représenté par la base AB. Ainsi un Parallelogramme rectangle sert

à mesurer l'espace parcouru par un mouvement uniforme, le tems étant représenté par la base, & la vitesse constante du mouvement par la perpendiculaire. L'Espace parcouru par un mouvement qui est uniformément accéléré (dont la vitesse augmente comme le tems, c'est-à-dire reçoit des augmentations égales dans chaques parties égales successives de tems,) est représenté par un triangle; le tems étant représenté par la base, & la vitesse accélérée par la perpendiculaire qui augmente dans la même proportion que la base. Comme le triangle est la moitié d'un Parallelogramme de même base & de même hauteur, l'espace parcouru par un mouvement uniformement accéléré durant un tems quelconque dès le commencement du mouvement, est la moitié de celui qui auroit été parcouru si le mouvement eut été uniforme, & si la vitesse eut été la même que celle qui est acquise à la fin de ce tems. Les triangles semblables étant comme les quarrés de leurs côtés homologues, les espaces parcourus par un mouvement uniformement accéléré dont ces triangles sont la mesure, sont comme les quarrés des vitesses acquises à la fin de ces tems. Les espaces parcourus par des mouvemens uniformement retardés se mesurent de la même maniere; on doit seulement prendre les tems & les vitesses dans un ordre contraire jusqu'à l'extinction du mouvement. Dans d'autres cas les espaces sont mesurés par des aires curvilignes. Et parce qu'il y a des aires dont les ordonnées diminuent de telle maniere que quoique la figure soit prolongée à l'infini, l'aire n'augmente pas jusqu'à un certain espace fini, il paroît que les vitesses d'un mouvement retardé peuvent diminuer de même, ensorte que quoique le mouvement fut continué durant un tems infini, cependant l'espace parcouru n'excederoit pas certaine ligne donnée. Par exemple, si la vitesse durant la premiere heure étoit double de ce qu'elle est dans la seconde heure, & que celle-ci fut réduite à sa

moitié dans la troisieme, & ainsi de suite continuellement, alors l'espace parcouru par ce mouvement, quoique continué pendant le plus grand nombre de siecles ne deviendroit jamais le double de la ligne parcourue dans la premiere heure.

12. La quantité de mouvement dans un corps étant la somme des mouvemens de ses parties, est en raison composée de sa quantité de matiere & de la vitesse du mouvement. Si le corps A d'une quantité de matiere représentée par 2, se meut avec une vitesse représentée par 5, & le corps B représenté par 3 avec une vitesse comme 4; alors la quantité de mouvement de A sera à la quantité de mouvement de B en raison composée de 2 à 3 & de 5 à 4, c'est-à-dire comme 2×5 à 3×4 ou comme 10 à 12. Il paroit que c'est sans fondement qu'on voudroit faire une distinction entre la quantité de mouvement & la force d'un corps en mouvement; puisque toute la puissance ou l'activité d'un corps ne dépend que de son mouvement. Nous ne devons pas cependant attendre que tous les effets du mouvement des corps soient proportionels à la quantité de mouvement, à moins qu'on ait égard au tems & à la direction dans laquelle, ce mouvement agit suivant les vrais principes de Méchanique. Un corps en conséquence de son mouvement uniforme parcourt un certain espace dans un certain tems; mais il n'y a point d'espace si grand qu'il ne puisse parcourir si le tems n'étoit pas limité. Lorsqu'un corps agit sur un autre corps, l'effet est très-different suivant la direction dans laquelle il agit. On verra plus particulierement dans le Chapitre suivant de quelle nécessité il est d'avoir égard à toutes ces choses en déterminant les effets du mouvement & de l'action des corps.

13. Lorsqu'un corps tend à se mouvoir, mais qu'il en est empêché par quelque obstacle, cette tendance est appellée pression. On ne doit pas plus la compa-

rer avec un corps en mouvement qu'une ligne avec le Rectangle qu'elle a produit. De cette espece est la gravité d'un corps qui est arrêté & qui presse sur une table, ou celle de l'eau sur le fonds d'un vase, ou de l'air sur les voiles d'un Vaisseau. Lorsque l'obstacle est ôté l'action continuelle de la pression produit du mouvement dans le corps pendant un certain tems fini; ainsi la Gravité accélere le mouvement des corps qui tombent en agissant sans cesse sur eux. Lorsqu'il y a un orifice ouvert dans le fonds d'un vase, la pression du fluide accélere le mouvement de l'eau qui sort & dans un tems extremêment petit porte la vitesse à son plus haut point. Lorsque le vent agit sur les voiles d'un Vaisseau, il accélere son mouvement pour quelque tems jusqu'à ce que la résistance de l'eau (qui augmente à proportion de la vitesse du Vaisseau) contrebalance l'action du Vent, après quoi son mouvement devient uniforme. Dans ces exemples & tous autres semblables, le mouvement commence d'un point de repos, & c'est en conséquence de l'action continuelle de la puissance ou pression, que la vitesse acquise dans un tems fini, est finie. Si nous supposions que chaque action de la puissance produisît une augmentation finie de vitesse, le mouvement acquis dans le moindre tems fini seroit infini, ou surpasseroit toute vitesse assignable, comme nous l'avons démontré ailleurs (*a*).

14. La Gravité est celle de toutes ces puissances ou pressions qui est la plus connue. Tous les corps descendant avec une vitesse égale dans le vuide, la Gravité des corps doit être proportionnelle à leur quantité de Matiere, & ne dépend pas ne la figure ou de la contexture de leurs parties, mais seulement de leur matiere solide. Cela est évident par les expériences du mouvement des Pendules faites avec la plus grande exactitude. Car lorsque les longueurs des Pendules sont

(*a*) Voyez le Traité des Fluxions. §. 44.

égales

égales, des corps de volumes très-differens & de diverse contexture au-dedans & au-dehors font, dans des tems exactement égaux, leurs vibrations dans des arcs égaux, marchant toûjours ensemble, & acquerant des vitesses égales dans les points correspondants de ces arcs, à moins que la résistance de l'air n'agisse inégalement sur eux. On a toûjours mesuré pour les usages communs de la vie, la quantité de matiere des corps par leurs poids, quoique l'influence de l'air soit variable dans ses differens états, & rende cette mesure quelque peu fautive dans les choses de grande conséquence. Quoique la gravité des corps provienne réellement de leur gravitation vers les différentes parties de la Terre (comme il paroîtra dans la suite), cependant parce que cette puissance agit de tous côtés, & que sa direction est à peu près vers le centre de la Terre, on l'appelle à cause de cela force centripete. Nous verrons dans la suite qu'il y a des forces centripetes semblables qui tendent au Soleil & aux Planetes. Ces forces sont de trois sortes : la force *absolue* qui est mesurée par le mouvement qu'elle produiroit dans un corps donné, à une distance donnée. Par exemple, la force centripete absolue tendant vers le Soleil est à celle qui tend vers la Terre, comme le mouvement qui seroit produit par la force qui tend vers le Soleil, dans un corps donné, à une distance donnée hors du corps du Soleil, est au mouvement qui seroit produit par la force qui tend vers la Terre, dans un corps égal, à égale distance de ce Globe. De même que pour déterminer les forces de deux Aimans on doit comparer leurs effets à des distances égales; ainsi lorsque nous comparons les forces absolues qui tendent à des corps placés au centre, la comparaison ne peut être juste, à moins qu'elle ne soit entre des effets produits lorsque les circonstances sont égales. La seconde sorte de force centripete est la force *accélératrice*, qui se mesure par la vitesse qu'elle

P

produit dans un tems donné, & qui est différente à différentes distances du même corps central, mante à ne dépend pas de la quantité de matiere du corps qui gravite, étant égale dans toutes sortes de corps à distances égales du centre. La troisieme espece est le poids ou la force *motrice*, qui se mesure par la quantité de mouvement produit dans un corps pesant dans un tems donné, & elle differe de la force accélératrice comme le mouvement differe de la vitesse.

15. Le pouvoir de la Gravité nous étant si bien connu, lorsque nous faisons des recherches sur d'autres puissances, nous tâchons de les comparer avec celle de la Gravité & de déterminer leur proportion. Nous trouvons une grande variété de puissances qui lui sont analogues dans la Nature; comme celle qui fait rassembler en gouttes les particules des fluides; celle par laquelle les parties des corps durs adhérent ensemble; celle qui fait que les rayons de lumiere en entrant dans l'Eau ou dans le Verre, ou dans tout autre milieu d'une plus grande force refractive, sont constamment rompus en approchant de la perpendiculaire, & que lorsqu'ils tombent avec une suffisante obliquité sur la surface postérieure du Verre, ils sont tous refléchis, quoiqu'il n'y ait au delà du Verre aucun milieu sensible qui puisse produire cet effet; de la même maniere qu'un corps pesant jetté obliquement en haut, décrit une courbe & retombe de nouveau sur la Terre par sa gravité. Ces puissances & plusieurs autres semblables dans la Nature ont une analogie avec la Gravité; mais elles s'étendent à de moindres distances & observent des loix un peu différentes. On a trouvé beaucoup de difficulté à les expliquer méchaniquement. Dans ce dessein quelques-uns ont imaginé certains écoulemens qui s'échappent des corps, ou des atmospheres qui les environnent : d'autres ont inventé des Tourbillons; mais toutes leurs entreprises ont eu jusqu'ici fort peu de suc-

cès. Il est de la derniere évidence que de telles puissances ont lieu dans la Nature, & contribuent à produire ses principaux Phénomenes : mais leurs causes sont très-obscures, & presque impénétrables pour nous. Dans tous les cas où des corps paroissent agir les uns sur les autres, quoiqu'éloignés, & tendre réciproquement à s'approcher sans aucune cause apparente qui les pousse, cette force a été communement appellée *attraction*, & ce terme est souvent employé par M. le Chevalier Newton. Mais il a eu soin d'avertir qu'il ne prétendoit pas en faisant usage de ce terme déterminer la nature de la puissance, ou la maniere dont elle agit, & même il assure ou insinue toujours qu'un corps ne peut agir sur un autre qui est éloigné que par l'intervention d'autres corps. Il est de la derniere importance en Philosophie d'établir un petit nombre de puissances générales dans la Nature, avec une évidence incontestable, de déterminer leurs loix, & d'en tirer les conséquences, quelques obscures que puissent être les causes de ces puissances ; & c'est ce que M. Newton a fait avec un grand succès.

16. Mais quelque commode que soit le terme d'Attraction pour éviter une circonlocution inutile & ennuyeuse, cependant parce que quelques scholastiques s'en étoient servis pour voiler leur ignorance, les adversaires de M. le Chevalier Newton ont pris le prétexte injuste de l'usage qu'il fait de ce terme, pour déprécier sa doctrine, & même la tourner en ridicule, malgré toutes les précautions qu'il a prises à ce sujet. Ils nous convainquent par là qu'ils ne l'ont pas entendue cette Doctrine, ou qu'ils ne l'ont pas examinée avec impartialité & avec toute l'attention nécessaire. M. Leibnitz employa ce terme dans le même sens que le Chevalier Newton, avant qu'il se rangea parmi ses adversaires ; & on le trouve souvent dans les Ecrits des Philosophes les plus exacts, qui s'en sont toujours servis, sans même

se précautionner, comme lui, contre l'abus qu'on en pourroit faire. Un terme de l'art a souvent été mis en usage avec trop de succès par des personnes adroites, pour embarrasser leurs adversaires, tromper ceux qui ne sont pas sur leurs gardes & les dégoûter de s'appliquer à la recherche de la vérité ; mais cette mauvaise foi est indigne des Philosophes. Il n'a paru aucun Ecrivain contre le Chevalier Newton qui n'ait insisté fort au long sur cet argument, quoique si mal fondé ; & quelquefois ils y ont ajoûté tous les ornemens que l'esprit ou l'humeur pouvoit leur fournir ; mais si le Lecteur prend la peine de comparer leurs descriptions avec la propre exposition de M. le Chevalier Newton, il s'appercevra bientôt combien peu ils l'ont entendu, & que le résultat de tout leur art & toute leur science n'aboutit qu'à faire voir, qu'ils sont capables de mettre au jour l'ouvrage de leur propre imagination. Peut-être que quelques ignorans se sont imaginés que les corps pouvoient s'attirer les uns les autres, par quelque charme ou quelque vertu inconnue, sans être poussés par d'autres corps qui agissent sur eux, ou par aucune puissance de quelque espece qu'elle soit : & d'autres peuvent avoir pensé qu'une tendance mutuelle étoit essentielle à la Matiere, quoique cela soit directement contraire à l'inertie des corps dont nous avons parlé ci-devant. Mais sûrement on n'a aucune raison d'attribuer de telles opinions à M. le Chevalier Newton, il s'est clairement expliqué qu'il pensoit que ces puissances venoient de l'impulsion d'un milieu subtil éthéré qui est répandu dans l'Univers & qui pénétre les pores des corps grossiers. Il paroît par ses lettres à M. Boyle (*a*) que c'étoit son opinion depuis long-tems, & que s'il ne l'avoit pas plûtôt rendue publique, c'étoit seulement parce qu'il ne se trouvoit pas en état par l'expérience & l'observation, de défi-

(*a*) Voyez la vie de M. Boyle mise à la tête de la derniere édition complette de ses Oeuvres.

nir ce milieu d'une maniere ſatisfaiſante, & d'expoſer ſa maniere d'opérer en produiſant les principaux Phénomenes de la Nature. Ceux qui s'imaginent qu'il n'a fait qu'introduire une nouvelle phraſe ou deux en Philoſophie, ſans lui avoir procuré aucun avantage réel, ſeront aiſément convaincus de leur erreur, s'ils veulent bien ſeulement conſidérer, avec quelle évidence il a réſolu, par ces puiſſances, le principal Phénomene du ſyſtême du Monde; commenr il a calculé la quantité de Matiere & la denſité du Soleil & de plusieurs des Planetes; comment il eſt parvenu à terminer le mouvement des nœuds de la Lune à très-peu de choſe près, en raiſonnant conſéquemment à ſa cauſe, enfin comment il a expliqué pluſieurs de ſes irrégularités & les autres mouvemens du ſyſtême de l'Univers. Mais nous avons peut-être trop inſiſté là-deſſus : car de même qu'aucun Philoſophe ne fait ſcrupule de dire que l'Aiman attire le fer & que les corps électriques, lorſque leur vertu eſt excitée par le frottement, attirent les corps légers; on doit au moins accorder comme une expreſſion exacte, ou même plus inconteſtable, que la Terre attire les corps peſants, puiſqu'ils deſcendent tous vers ce Globe avec des forces proportionnées à leur quantité de Matiere à diſtances égales : & cette puiſſance s'étend à toutes diſtances variant ſuivant une certaine Loi connue.



CHAPITRE II.

Des Loix du Mouvement & de leurs Corollaires généraux.

1. LA premiere loi du mouvement est, qu'un « corps persévere toujours dans son état de re- « pos, ou de mouvement uniforme, en droite ligne, « jusqu'à ce que quelque cause externe vienne à le « changer. » Les observations les plus communes, & la nature passive de la Matiere, nous persuadent aisément qu'un corps de lui-même persévere dans son état de repos: mais qu'il persiste pareillement de lui-même dans son état de mouvement, aussi-bien que dans celui de repos, c'est ce qui n'est pas si évident, & même, qui pendant quelque tems, n'a pas été compris par les Philosophes mêmes, lorsqu'ils demandoient la cause de la continuation du Mouvement; il est cependant aisé de voir que cette derniere loi de la Nature est aussi générale & aussi constante que la premiere. Tous les mouvemens que nous produisons ici sur la Terre, languissent bientôt, & s'évanoüissent à la fin; d'où on a pris cette idée vulgaire, qu'en général le mouvement diminue, & tend toujours au repos. Mais ce n'est que l'effet des differentes résistances, que les corps y rencontrent dans leur mouvement, particulierement du frottement qu'ils éprouvent sur les autres corps dans leur progression, qui est la principale cause de la destruction de leur mouvement. Car, lorsque par quelque méchanisme, ce frottement est fort diminué, il arrive toujours que le mouvement continue long-tems. Ainsi lorsque le frottement de l'Axe est diminué par les *Roues à frottement* qui lui sont

appliquées & qui tournent avec lui, la grande Roue continue quelquefois de faire ses révolutions, pendant une demie heure. Et lorsqu'une Toupie de cuivre se meut sur un très-petit pivot qui tourne sur un verre plan, elle persévere dans un mouvement égal, pendant un grand nombre de minutes. Un pendule suspendu d'une maniere avantageuse, fera de même ses vibrations fort long-tems, malgré la résistance de l'air. Il paroît par ces observations, que si le frottement & les autres résistances, pouvoient être totalement détruits, le mouvement seroit perpétuel. Mais ce qui met cette vérité dans un plus grand jour, c'est qu'un corps placé sur le Tillac d'un Vaisseau, y reste en repos, tant que le mouvement du Vaisseau est uniforme & constant; & il en est de même d'un corps qui est emporté dans quelqu'espace, qui a lui-même un mouvement uniforme en ligne droite. Car si un corps en mouvement tendoit au repos, celui qui seroit placé sur le Tillac d'un Vaisseau, devroit se retirer vers le Gouvernail; ce qui paroîtroit aussi surprenant, lorsque le mouvement du Vaisseau est uniforme & constant, que si le corps se mouvoit de lui-même vers le Gouvernail, lorsque le Vaisseau est en repos. C'est pour cette raison que le mouvement de la Terre sur son axe, n'a point d'effet sur le mouvement des corps à la surface de ce Globe; que le mouvement d'un Vaisseau emporté par le courant, est insensible à ceux qui sont dans ce Vaisseau, à moins qu'ils n'ayent occasion de le découvrir par les objets qu'ils sçavent être fixes comme les rivages & le fonds de la Mer, ou par des observations Astronomiques; & que les mouvemens des Planetes & des Cometes dans les espaces libres des Cieux, n'exigent point de nouvelles impulsions pour se perpétuer.

2. C'est une partie de la même loi, qu'un corps ne change jamais la direction de son mouvement de lui-même, mais seulement par quelqu'influence externe; & il suit aussi évidemment de la nature passive des

corps qu'ils ne changent jamais leur viteſſe d'eux-mêmes. Comme le corps n'a pas la puiſſance de ſe mouvoir de lui-même, s'il devoit changer ſa direction, comment pourroit-il ſe déterminer à une direction, plutôt qu'à une autre? Cette partie de la loi eſt pareillement confirmée par l'expérience conſtante. Si ſur un plan poli on jette un Globe d'une contexture uniforme, il avance toujours en ligne droite, ſans décliner d'aucun côté, juſqu'à ce que ſon mouvement ſoit détruit par le frottement du plan, & par la réſiſtance de l'Air. Il eſt vrai que dans certains cas, une boule avance ſur un Billard d'abord en ligne droite, enſuite elle retourne un peu d'elle-même en arriere, ſuivant la même ligne droite; mais cela vient du mouvement de la boule ſur ſon axe, qui ſe fait dans une direction contraire à celle de ſon mouvement progreſſif ſur la table; ce qui fait tourner la boule en arriere, lorſque le mouvement progreſſif eſt détruit par le frottement, juſqu'à ce que ce mouvement ſur ſon axe, ſoit pareillement éteint par le même frottement. Lorſqu'on jette une boule en l'air, ſa gravité lui fait à la vérité décrire une courbe dans ſon mouvement, mais elle continue de ſe mouvoir dans le plan de ſa premiere direction perpendiculaire à l'horiſon, ſans quitter abſolument ce plan, à moins que dans quelques cas, lorſqu'à cauſe de ſon mouvement ſur ſon axe, la réaction de l'air l'en fait un peu écarter. Si les corps changeoient la direction de leur mouvement d'eux-mêmes, ils ne pourroient perſévérer en repos, dans un eſpace qui eſt emporté uniformément en avant dans une ligne droite, comme on obſerve toujours qu'ils le ſont. De même donc qu'un corps eſt paſſif, en recevant ſon mouvement, & la direction de ſon mouvement, ainſi il y perſévere ſans aucun changement, juſqu'à ce que quelque cauſe externe agiſſe ſur lui. Cette Loi eſt maintenant reçûe généralement comme étant de la derniere

évidence,

évidence; mais elle n'a pas été entendue clairement, même dans le tems de Kepler, comme on le voit par l'exposition que nous avons donnée de sa doctrine dans le premier Livre. Il paroît par cette Loi, pourquoi nous ne recherchons pas en Philosophie, la cause de la continuation du mouvement des corps, ou de leur mouvement uniforme en ligne droite. Mais si un mouvement commence, ou si un mouvement déja produit est accéléré ou retardé, ou bien si la direction du mouvement est changée, il est du devoir d'un Philosophe, de rechercher la puissance ou la cause qui a produit ce changement; le principal objet de la Philosophie, comme le remarque M. le Chevalier Newton, est de découvrir les puissances qui produisent tous les mouvemens donnés, ou lorsque les puissances sont données, de rechercher les mouvemens qui sont produits.

3. La seconde Loi générale du Mouvement, est « que le changement de mouvement est proportionnel « à la force imprimée, & qu'il est produit dans la ligne « droite, suivant laquelle cette force agit. » Ainsi lorsqu'un mouvement est accéléré, comme celui d'un corps pesant, descendant dans la ligne verticale, l'accélération est proportionnelle à la puissance qui agit sur le corps. Si un corps descend le long d'un Plan incliné, l'accélération du mouvement le long du Plan, est proportionnelle, non à la force totale de la Gravité, mais à cette partie seulement qui agit dans la direction du Plan, comme il paroîtra plus clairement, lorsque nous traiterons de la résolution du Mouvement. Lorsqu'un Fluide agit sur un corps, comme l'Eau sur les Aubes d'une roue de Moulin, ou le vent sur les Voiles d'un Vaisseau, & sur les Aîles d'un Moulin à vent, l'accélération du mouvement n'est pas proportionnelle à ou te la force de ces Fluides; mais à cette partie seulement qui presse sur les Aubes ou les Voiles, qui dépend

de l'excès de la viteſſe du Fluide, ſur celle que les Aubes ou les Voiles avoient déja acquiſe: car ſi la viteſſe du Fluide étoit ſeulement égale à la viteſſe des Aubes, ou des Voiles, il les ſuivroit exactement dans leur mouvement, mais il n'auroit pas le pouvoir de le retarder ou de l'accélérer.

Il eſt en même-tems de la plus grande importance, d'avoir égard à la direction, dans laquelle la force eſt imprimée, afin de déterminer le changement de mouvement qu'elle produit. On ſe tromperoit beaucoup, ſi on ſuppoſoit que l'accélération du mouvement d'un Vaiſſeau, dans la direction où il avance, eſt proportionnelle à la force imprimée, lorſqu'elle agit obliquement ſur la Voile, ou lorſque la poſition de la Voile eſt oblique à la direction, dans laquelle le Vaiſſeau ſe meut. Le changement de ſon mouvement doit être d'abord eſtimé dans la direction de la force imprimée; & de-là par une juſte application des principes Méchaniques & Géométriques, on doit déduire le changement du mouvement du Vaiſſeau dans ſa propre direction. Lorſque la Gravité ou une force centripete, agit ſur un corps qui ſe meut dans une direction oblique à la ligne droite tirée de ce corps au centre, le changement de ſon mouvement, n'eſt pas proportionnel à toute la force centripete qui agit ſur lui, mais à cette partie ſeulement, qui après une exacte décompoſition de la force, ſe trouve agir dans la direction de ſon mouvement. Il paroît par ces exemples, combien ces Loix générales ſont d'un uſage étendu dans la doctrine du Mouvement.

4. La troiſieme Loi générale du Mouvement, eſt « que l'action & la réaction, ſont égales dans des di- « rections oppoſées, & doivent être toujours eſtimées « dans la même ligne droite. » Le Corps non-ſeulement ne change jamais ſon état de lui-même, mais il réſiſte par ſon inertie à toute action, qui tend à produire quelqu'altération dans ſon mouvement. Lorſque deux

Corps se rencontrent, chacun s'efforce de persévérer dans son état, & résiste à tout changement; & parce que celui qui est produit dans l'un des deux, peut être également mesuré par l'action, qu'il exerce sur l'autre, ou par la résistance qu'il en éprouve, il suit que les changemens produits dans les mouvemens de chacun d'eux sont égaux, mais qu'ils se font en directions contraires. L'un n'acquiert aucune force nouvelle, que celle que l'autre perd dans la même direction; & ce dernier ne perd aucune force, que celle que l'autre acquiert : d'où il suit que quoique par leur choc, le mouvement passe de l'un à l'autre, cependant la somme de leurs mouvemens, estimés dans une direction donnée, est toujours la même, & qu'elle est inaltérable par leurs actions mutuelles l'un sur l'autre. En prenant cette somme, les mouvemens qui ont des directions contraires, doivent être représentés par des signes contraires : un mouvement vers l'Orient, est contraire à un mouvement vers l'Occident; ensorte que si l'on cherche la somme des mouvemens qui ont une direction Occidentale, on doit considérer comme négatif, un mouvement vers l'Orient, ou le soustraire des précédens. Ainsi cette Loi sert à rendre la premiere plus générale, & à l'étendre à un nombre de corps quelconque; car comme par la premiere Loi, un corps persévere dans son état de repos, ou de mouvement uniforme en ligne droite, jusqu'à ce qu'il soit affecté de quelque cause externe; ainsi il suit de cette Loi « que « la somme des mouvemens d'un nombre de corps « indéterminé, estimés dans une direction donnée, « persévere la même dans leurs actions ou leurs chocs « mutuels, jusqu'à ce que quelqu'influence externe « vienne à les déranger. »

5. La vérité de cette troisieme Loi, paroît par un grand nombre d'expériences, dans les chocs des corps de toute espece. Mais des Philosophes ingénieux, sem-

blent s'être trompés dans la signification qu'ils lui ont attribuée en plusieurs occasions; & il est nécessaire de nous précautionner contre cette erreur. Ceux qui soutiennent la nouvelle opinion sur la force des Corps, les mesurant par la raison composée de la quantité de Matiere & du quarré de la Vitesse, trouverent impossible d'expliquer les actions & les chocs des Corps d'une dureté parfaite, privés de toute élasticité, d'une maniere compatible avec cette doctrine. C'est pourquoi, afin de se tirer de cet embarras, quelques-uns prétendirent qu'il étoit absolument impossible, que de semblables Corps pussent exister, fondés sur des raisons dont nous avons fait voir la foiblesse dans le premier Livre; tandis que d'autres se contenterent d'observer, qu'ils ne connoissoient dans la Nature aucun Corps de cette espece, & jugerent que c'étoit une excuse suffisante, pour ne point expliquer leurs chocs; quoiqu'en même-tems ils s'étendissent fort au long sur les Corps d'une élasticité parfaite, dont on ne peut trouver aucun dans la Nature. Nous avons beaucoup plus de raison de conclure qu'il y a des Corps d'une dureté parfaite, que d'une parfaite élasticité, parce que nous devons nécessairement supposer que les dernieres parties élémentaires des Corps privés de tous pores, ou les Atômes sont parfaitement durs & infléxibles, ensorte qu'ils ne cédent pas dans les actions ou les chocs ordinaires des Corps. Mais après tout cet art employé à la défense de leur opinion favorite, la difficulté reparut de nouveau dans l'explication du choc des Corps mous; & il fallut recourir à quelque nouvelle invention pour accorder les Phénomenes avec leur doctrine. Car si un Corps mou avec la vitesse u, frappe un autre Corps mou égal & en repos, ils s'avanceront comme en une seule masse avec la vitesse $\frac{1}{2}u$ divisant également entre eux le mouvement du premier Corps, en conséquence de la troisiéme Loi générale du Mou-

vement. Suivant la nouvelle opinion, la force du premier Corps avant le choc étoit uu; la force de chacun d'eux après le choc est $\frac{1}{2}u \times \frac{1}{2}u$ ou $\frac{1}{4}uu$, & la somme de de leurs forces est $\frac{1}{2}uu$; ensorte que la somme des Forces après le choc n'est que la moitié de ce qu'elle étoit avant le choc, tandis que la quantité de Mouvement est toûjours la même sans aucun changement. Maintenant la difficulté étoit de rendre raison de la perte de la moitié de la force du premier Corps dans le choc: dans cette vûe ils avancerent sans aucune autre preuve cette nouvelle doctrine, que lorsque les parties des Corps mous cedent sans se rétablir, étant privés d'élasticité, il se perd une certaine quantité de force dans la compression de leurs parties par le choc, tandis que nous ne connoissons dans un Corps d'autre façon de perdre sa force qu'en la communiquant à un autre. Les parties des Corps mous sont à la vérité mues hors de leur place dans le choc, & il y a quelque mouvement de perdu dans le premier Corps, qui est communiqué de cette maniere aux parties du second; mais ces parties ne peuvent perdre ce mouvement autrement qu'en le communiquant à d'autres parties ou en l'ajoûtant à celui du Corps entier: ensorte qu'il n'y a point de juste raison de supposer qu'il y ait aucun Mouvement ou aucune force perdue dans l'applatissement ou l'enfoncement des Corps mous dans leurs chocs; & cette doctrine nouvelle n'est absolument inventée que pour servir à leurs vûes particulieres.

6. Le plus sçavant & le plus habile défenseur de cette opinion, paroît s'être grandement trompé sur cette troisiéme Loi du Mouvement, lorsqu'il nous dit que la conservation de la somme des Mouvemens absolus des Corps dans leurs chocs, est une conséquence si immédiate de l'égalité de l'action & de la réaction, qu'on ne feroit que la rendre plus obscure si on cherchoit à la prouver; l'augmentation ou la diminution de la force de l'un,

dit-il, étant la conséquence nécessaire de la diminution ou de l'augmentation de la force de l'autre. Maintenant il est clair que cette troisiéme Loi du Mouvement est générale, s'étendant à toutes sortes de Corps : il est très-connu que lorsque des Corps mous se rencontrent dans des directions opposées, la somme de leurs Mouvemens absolus ou de leurs forces est diminuée ; & lorsque les Corps sont égaux & leurs vitesses pareillement égales, elle est totalement détruite par leur choc. Ce n'est pas la somme des mouvemens absolus ou des forces des Corps, mais celle des mouvemens qui se font dans une direction donnée, qui est inaltérable dans leurs chocs, en conséquence de cette troisieme Loi du Mouvement & la conservation de la somme des forces absolues d'aucune sorte de corps n'en peut être regardée comme une conséquence immédiate. Au contraire la somme des mouvemens absolus des Corps même parfaitement élastiques est quelquefois augmentée & dans d'autres cas diminuée par leurs chocs ; ensorte qu'il faudroit prouver que la somme de leurs Forces absolues (de quelque maniere qu'elles soient mesurées) se conserve inaltérable dans leurs chocs ; particulierement puisque cette somme, suivant sa propre doctrine, subit une variété infinie de changemens, durant le peu de tems dans lequel les Corps agissent l'un sur l'autre, tandis que les parties cedent d'abord & ensuite se rétablissent à leurs premieres situations.

7. Les mêmes Philosophes entendent mal cette troisiéme Loi ou sa partie la plus essentielle, lorsqu'ils mesurent l'action & la réaction suivant différentes lignes droites. Dans un fameux argument dont ils se servent pour appuyer leur nouvelle doctrine sur les forces des Corps, & qui est tant vanté par ceux qui la soûtiennent, ils font voir qu'un Corps avec une vitesse comme 2, est capable de bander ou de surmonter la résistance de quatre ressorts, dont un seul est équivalent à la for-

ce du même Corps qui auroit une vitesse comme 1, d'où ils inferent que dans le premier cas la force est quadruple, quoique la vitesse soit seulement double de ce qu'elle est dans le dernier cas. De même parce qu'un corps qui se meut avec une vitesse proportionnelle à la diagonale d'un Rectangle est capable de contrebalancer la Résistance de deux ressorts proportionnels aux côtés du même Rectangle, ils concluent que la force d'un Corps qui se meut avec une vitesse comme la diagonale, est égale à la somme des forces de deux Corps dont les vitesses sont proportionnelles aux côtés du rectangle; & parce que le quarré de la diagonale est égale à la somme des quarrés des deux côtés, ils inférent delà que les forces des corps égaux sont comme les quarrés de leurs vitesses. Mais dans tous ces raisonnemens (qui sont les plus plausibles qui ayent été faits en faveur de leur nouvelle doctrine & les plus propres à séduire les Lecteurs) ils ne considerent pas que la force que perd un Corps en agissant sur un autre n'est pas égale à celle qu'il produit ou détruit dans cet autre estimée dans toute direction à volonté, mais dans celle seulement suivant laquelle le premier Corps agit, & qu'un corps en conséquence de son inertie non-seulement résiste à toute altération dans sa quantité de mouvement, mais aussi à tout changement dans la direction de son mouvement. Si une Planete fait sa révolution dans un cercle, sa gravité vers le centre n'est employée durant toute la révolution qu'à changer la direction de son mouvement sans produire aucune augmentation ou diminution du mouvement même; mais toutes ces choses paroîtront dans un plus grand jour après que nous aurons traité de la composition & de la résolution du Mouvement: nous observerons seulement ici que pour défendre leur doctrine favorite, ils embrouillent la Théorie du Mouvement qui est aussi belle qu'elle est claire & simple, en négligeant le tems

dans quelques circonstances, & dans d'autres en confondant les directions dans lesquelles les Corps agissent les uns sur les autres ou sur des ressorts; tandis que toutes les conséquences importantes qu'ils prétendent tirer de cette doctrine suivent plus naturellement & de la seule maniere satisfaisante des Loix du Mouvement entendues & appliquées comme il faut.

8. Le premier Corollaire que tire M. Newton des Loix du Mouvement est, que lorsque deux forces agissent en même tems sur un Corps elles lui font parcourir la diagonale, par le mouvement qui résulte de leur composition, dans le même tems qu'il parcourroit les côtés du Parallelograme, si ces forces agissoient séparement. Qu'un corps A (*Fig.* 2.) ait un mouvement dans la direction AB, représenté par la ligne droite AB, qu'en même tems un autre mouvement lui soit communiqué dans la direction AD, représenté par la ligne droite AD; finissez le Parallelogramme ABCD; & le Corps avancera suivant la diagonale AC, & la parcourera dans le même tems qu'il auroit parcouru le côté AB par le premier mouvement, ou le côté AD par le second. Pour entendre la démonstration que donne M. Newton de ce Corollaire, il faut d'abord poser ce Principe évident que lorsqu'une puissance parallele à une ligne droite, dont la position est donnée, agit sur un Corps, elle n'a aucun pouvoir pour le faire approcher ou éloigner de cette ligne droite; mais son effet seulement consiste à le mouvoir dans une ligne parallele à cette droite: comme il paroît par la seconde Loi du Mouvement. C'est pourquoi AD étant parallele à BC, le mouvement dans la direction AD ne peut faire avancer ni retarder l'approche du corps A vers la ligne BC; par conséquent il arrivera à cette ligne BC dans le même tems que s'il n'y eut eu que le premier mouvement AB imprimé sur lui. De même parce que AB est parallele à DC, le mouvement AB n'agit pas en avan-

çant

çant ou retardant l'approche du corps A vers la ligne DC; par conséquent il arrivera à cette ligne DC dans le même tems que si le mouvement AD eut été seul imprimé sur lui. Le corps A arrivera donc aux deux lignes BC & DC dans le même tems que par le premier mouvement seul il auroit parcouru AB, ou que par le second il auroit parcouru AD. Mais il ne peut arriver aux deux lignes BC & DC autrement qu'en parvenant à leur interfection C; donc lorsqu'un Corps reçoit tout à la fois les deux mouvemens AB & AD, il se meut de A en C, & parcourt la diagonale AC dans le même tems que par ces mouvemens agissant séparement, il auroit parcouru les côtés AB & AD.

9. Ce Corollaire étant d'un usage très-étendu, il est à propos de l'éclaircir encore davantage. Supposons (*Fig.* 3.) que l'espace EFGH soit emporté uniformément en avant dans la direction AB & avec une vitesse représentée par AB; qu'un mouvement dans la direction AD & mesuré par la ligne droite AD, soit imprimé sur le corps A dans l'espace EFGH. Le corps A paroîtra à ceux qui sont dans cet espace se mouvoir dans la ligne droite AD; mais son mouvement réel & absolu sera dans la diagonale AC du Parallelograme ABCD; & il parcourra AC dans le même tems que l'espace ou quelqu'un de ses points sera emporté par son mouvement uniforme suivant une ligne droite égale à AB, ou que le corps A par son mouvement à travers l'espace parcourra AD. Car il est évident que la ligne AD en conséquence du mouvement de l'espace est emportée dans la situation BC & le point D en C, ensorte que le corps A se meut réellement suivant la diagonale AC.

10. L'inverse de ce Corollaire est que le mouvement dans la diagonale AC peut être résolu en deux mouvemens suivant la direction des côtés du Parallelograme AB & AD. Car il est évident que si (*Fig.* 4.) on

prend AK égale à AD avec une direction opposée, & si on finit le Parallelograme AKBC, la ligne droite AB sera la diagonale de ce Parallelograme ; par conséquent, par les deux derniers Articlès, le mouvement AC combiné avec le mouvement AK égal & opposé au mouvement AD produit le mouvement AB, c'est-à-dire si du mouvement AC dans la diagonale, vous retranchez le mouvement AD suivant l'un des côtés, il restera le mouvement AB dans la direction de l'autre côté du Parallelograme ABCD.

11. Cette doctrine recevra un plus grand éclaircissement en décomposant chacun des Mouvemens AB & AD en deux Mouvemens, l'un dans la direction de la diagonale AC & l'autre dans celle qui lui est perpendiculaire ; (*Fig.* 5.) c'est-à-dire en décomposant le Mouvement AB en ces deux Mouvemens AM & AN, & le Mouvement AD en AK & AL. Car les triangles ADK & BCM étant égaux & semblables, DK est égale à BM ou AL à AN ; ensorte que les Mouvemens AL & AN étant égaux & opposés, ils détruisent mutuellement leur effet : & comme c'est un Principe évident & général que le Mouvement d'un corps en ligne droite n'est point affecté par deux puissances ou par deux Mouvemens égaux, qui agissent dans des directions perpendiculaires à cette ligne & qui sont opposés l'un à l'autre, on voit pourquoi le corps A est déterminé à se mouvoir dans la diagonale AC ; & parce que AK est égale à MC on apperçoit comment les mouvemens qui restent AM & AK sont accumulés dans la direction AC ; ensorte qu'ils produisent un mouvement mesuré par AC. Il paroît aussi pourquoi le mouvement absolu se perd dans la composition du Mouvement ; car les parties des Mouvemens AB & AD qui sont représentées par AN & AL, étant égales & opposées, détruisent réciproquement leur effet, & les autres parties AM & AK restent seules dans la direction du Mouvement composé AC : tandis qu'au contraire dans la résolution

du Mouvement, la quantité du Mouvement abſolu eſt augmentée, la ſomme des Mouvemens AB & AD, ou BC étant plus grande que le Mouvement AC, mais la ſomme des Mouvemens eſtimés dans une direction donnée, n'eſt nullement affectée par la compoſition ou la réſolution du Mouvement, ou par aucunes actions ou influences des Corps les uns ſur les autres égales & réciproques, & qui ont des directions oppoſées.

Car ſuppoſons que (*Fig.* 6.) les Mouvemens doivent être eſtimés dans la direction AP, que CP, BR, DQ ſoient perpendiculaires à cette direction dans les points P, R & Q; alors les Mouvemens AC, AB, AD réduits à la direction AP devront être eſtimés par AP, AR & AQ reſpectivement, les parties qui ſont perpendiculaires à AP n'ayant aucun effet dans cette direction. Que AP rencontre BC en S; alors à cauſe que RP eſt à SP, comme BC (ou AD) eſt à CS, c'eſt-à-dire comme AQ à SP, il ſuit que AQ eſt égale à RP & que AR + AQ eſt égale à AP; c'eſt-à-dire que la ſomme des Mouvemens AB & AD, réduits à une direction donnée AP, eſt égale au Mouvement compoſé AC réduit à la même direction. D'où il eſt évident qu'en général lorſque pluſieurs Mouvemens ſont compoſés enſemble ou ſont réſolus ſuivant ce Corollaire, la ſomme de leurs Mouvemens perſiſte invariablement la même, juſqu'à ce que quelque cauſe externe agiſſe ſur eux.

12. L'utilité du même Corollaire a porté les Auteurs à inventer d'autres démonſtrations afin de le rendre encore plus évident. Nous ajoûterons ſeulement un exemple d'un cas très-ſimple, lorſque les Mouvemens AB & AD ſont égaux & que l'angle BAD eſt un angle droit; dans ce cas ABCD (*Fig.* 7. & 8.) eſt un quarré, & la diagonale AC coupe en deux également l'angle BAD; & parce que les Puiſſances & les Mouvemens de AD & AB ſont égaux, & qu'il n'y a point de raiſon pourquoi la direction de la Puiſſance ou du Mouvement

composé inclineroit à l'un de ces deux côtés plutôt qu'à l'autre, il est évident que sa direction doit être dans la diagonale AC; & que la Puissance ou le Mouvement composé est mesuré par AC, comme on va le voir. S'il n'étoit pas mesuré par AC, supposons d'abord qu'il fut mesuré par une ligne droite AE moindre que AC; tirez BD coupant à AC en K, sur AC prenez AM plus grande que AK dans la même proportion que AC est plus grande que AE; par le point M tirez la ligne droite FG parallele à BD, rencontrant AD en G & AB en F; finissez les Parallelogrammes AMGH & AMFN: alors parce que ces Parallelogrammes sont quarrés aussi bien que ABCD & que AD est à AG comme AK est à AM, c'est-à-dire comme AE à AC; & AB à AF dans la même proportion, & parce que AE est supposée être la Puissance ou le Mouvement composé de AB & AD, il suit que la Puissance ou le Mouvement AD peut être supposé composé des Mouvemens ou Puissances AM & AH, & AB de AM & AN. Mais AH & AN agissant également avec des directions opposées, détruisent réciproquement leur effet; ensorte qu'il s'en suivroit que les Puissances ou les Mouvemens restans AM + AM (c'est-à-dire 2AM) qui sont réunis dans la direction de la diagonale AC, seroient égaux à AE, ce qui est absurde; car AM est plus grande que AK par la construction, & 2AM plus grande que 2AK ou AC, qui est supposée plus grande que AE. On fait voir de la même maniere (*Fig.* 8.) que la Puissance ou le Mouvement composé dans la diagonale AC, n'est pas mesuré par une ligne droite plus grande que AC; il est donc mesuré précisement par la diagonale AC elle-même.

13. On juge de l'état d'un nombre de corps quelconque, quant au mouvement & au repos par celui de leur centre de Gravité, de la maniere la plus simple & la plus convenable. Dans un Corps régulier d'une con-

texture homogene, le centre de Gravité est le même que le centre de figure; & en général, c'est ce point d'un corps pesant, lequel étant soutenu, le Corps l'est aussi lui-même. Dans deux Corps égaux il est dans un point d'une ligne droite qui joint leurs centres, à égale distance de l'un & l'autre: lorsque les Corps sont inégaux, il est plus près du plus grand corps à proportion que ce dernier surpasse l'autre en grandeur, ou les distances de ce point à leurs centres sont réciproquement comme les Corps. Que A (*Fig. 9.*) soit plus grand que B, tirez AB sur laquelle prenez le point C, ensorte que CA soit à CB, comme le corps B est au corps A, ou que $A \times CA$ soit égal à $B \times CB$, alors C est le centre de de Gravité des corps A & B; & nous ferons voir dans la suite que si A & B étoient joints par une verge inflèxible AB exemte de gravité, & le point C soutenu, alors les Corps A & B seroient en équilibre. Si on cherchoit le centre de gravité de trois corps, il faudroit d'abord trouver C le centre de gravité de A & B, & supposant qu'un corps égal à la somme de A & de B fût placé à ce point C, cherchez G son centre de gravité & du corps D; alors G sera le centre de gravité des trois Corps A, B & D: on détermine de la même maniere le centre de gravité d'un nombre de Corps quelconque.

14. La somme des produits formés de la multiplication des corps par leurs distances respectives d'une ligne droite, ou d'un plan, dont la position est donnée, est égale au produit de la somme des corps multipliés par la distance où est leur centre de gravité de la même ligne droite, ou du même plan, lorsque tous les corps sont du même côté de cette ligne: mais lorsque quelques-uns d'eux sont du côté opposé, leurs produits multipliés par leurs distances respectives de cette ligne doivent être considérés comme négatifs ou être soustraits. Que IL (*Fig. 10.*) soit la ligne droite dont la position est don-

née, C le centre de gravité des corps A & B, Aa, Bb, Cc des perpendiculaires à IL aux points a, b, c, alors si les corps A & B sont du même côté de IL, nous trouverons $A \times Aa + B \times Bb = \overline{A+B} \times Cc$. Car tirant par le point C la ligne droite MN parallele à IL, rencontrant Aa en M & Bb en N, nous avons A à B comme BC est à AC, par la propriété du centre de gravité, & par conséquent A à B, comme BN à AM, ou $A \times AM = B \times BN$; mais $A \times Aa + B \times Bb = A \times Cc + A \times AM + B \times Cc - B \times BN = A \times Cc + B \times Cc = \overline{A+B} \times Cc$.

Lorsque (*Fig.* 11.) B est de l'autre côté de la ligne droite IL, & C du même côté que A, alors $A \times Aa - B \times Bb = A \times Cc + A \times AM - B \times BN + B \times Cc = \overline{A+B} \times Cc$: & lorsque la somme des produits des corps d'un côté de IL, multipliés par leurs distances de cette ligne, est égale à la somme des produits des corps, multipliés par leurs distances de l'autre côté de IL, alors Cc s'évanouit, ou le centre commun de gravité de tous les corps tombe sur cette ligne droite IL.

15. Supposons maintenant que les corps A & B s'avancent sur les lignes droites AD & BE, (*Fig.* 12.) & que lorsqu'ils arrivent en D & en E leur centre de gravité soit en G : que Dd, Ee, Gg soient perpendiculaires à IL en d, e, g ; que DM, EN & GK paralleles à IL, rencontrent Aa, Bb, Cc, respectivement, aux points M, N, K. Par le dernier Article $A \times Dd + B \times Ee = \overline{A+B} \times Gg$; & rétranchant cette équation de celle de l'Article précédent, à sçavoir $A \times Aa + B \times Bb = \overline{A+B} \times Cc$, alors $A \times AM + B \times BN = \overline{A+B} \times CK$. En procédant de la même maniere, on trouvera que $A \times DM + B \times EN = \overline{A+B} \times GK$. Les mouvemens de A & de B étant supposés unifor-

mes, les lignes droites AM & BN augmenteront uniformément; ensorte qu'elles deviendront doubles dans un tems double : par conséquent CK augmentera aussi uniformément, ou dans la même proportion que le tems. Et parce que DM & EN augmentent uniformément, il s'ensuit que GK augmente aussi uniformément; & que CK est à KG en raison constante de A × AM + B × BN à A × DM + B × EN. D'où il paroît que lorsqu'un nombre de corps quelconque se meuvent en ligne droite avec des mouvemens uniformes, leur centre commun de gravité se meut pareillement en ligne droite d'un mouvement uniforme; & que la somme de leurs mouvemens estimés dans une direction donnée, est précisement la même que si tous les corps en une seule masse, étoient emportés suivant la direction & le mouvement de leur centre commun de gravité. Parce que la somme des Mouvemens des corps estimés dans une direction donnée, persiste invariablement la même dans leurs chocs sans être affectée par leurs actions les uns sur les autres, lorsqu'elles sont égales & mutuelles & qu'elles ont des directions contraires; il suit que l'état de leur centre de gravité n'est nullement affecté par leurs chocs, ou par aucunes actions semblables, & qu'il persévere dans son état de repos & de mouvement uniforme, de la même maniere que par la premiere Loi du Mouvement, tout Corps persévere dans son état jusqu'à ce que quelque cause externe le dérange. Ces propositions répandent beaucoup de lumiere sur la Théorie du Mouvement & nous mettent en état de juger des mouvemens d'un systême de corps presque avec la même facilité que de ceux d'un seul corps.

16. Les mouvemens & les actions des Corps les uns sur les autres dans un Espace qui est emporté uniformément en avant sont les mêmes que si cet Espace étoit en repos; & les Puissances ou les Mouvemens qui agissent sur tous les corps, & qui leur impriment des

viteffes égales dans la même ligne droite ou dans des paralleles, n'ont aucun effet fur leurs actions mutuelles ou leurs mouvemens refpectifs. Ainfi le mouvement des corps s'exécute dans un Vaiffeau qui eft emporté en avant conftamment & uniformément comme fi le Vaiffeau étoit en repos. Lorfqu'une Flotte eft emportée d'un mouvement uniforme, les mouvemens rélatifs des Vaiffeaux ne font point alterés par le courant, mais ils font les mêmes que fi la Mer étoit en repos. Le Mouvement de la Terre & de l'Atmofphere autour de fon axe, n'a aucun effet fur les actions des Corps & fur les agens qui font à fa furface, qu'autant qu'il n'eft pas uniforme & ne fe fait pas en ligne droite. En général les actions des Corps les uns fur les autres ne dépendent pas de leur Mouvement abfolu mais du rélatif, qui eft la différence de leurs Mouvemens abfolus lorfqu'ils ont la même direction, & leur fomme lorfqu'ils font mus dans des directions oppofées.

17. Aucun Principe n'étant plus univerfellement accordé que celui-là, ou plus évidemment fondé fur l'expérience commune, nous en avons déduit l'argument fuivant contre la nouvelle Doctrine fur les forces des Corps en mouvement, dans une Piece qui remporta le Prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris en 1724; nous le rapporterons ici de nouveau à caufe de fa clarté & de fa fimplicité. Que A & B (*Fig.* 13.) foient deux Corps égaux féparés l'un de l'autre par des refforts interpofés entr'eux (ou de toute autre maniere équivalente) dans un Efpace EFGH, qui s'avance en même tems uniformément dans la direction BA, fuivant laquelle les refforts agiffent avec une viteffe comme 1; & fuppofons que les refforts impriment à des Corps égaux A & B des viteffes égales dans des directions oppofées qui foient chacune comme 1. Alors la viteffe abfolue de A qui étoit comme 1 fera maintenant comme 2, & fuivant la nouvelle Doctrine fa force comme 4: au lieu que la viteffe

tesse absolue & la force de B qui étoit comme 1 sera pour lors détruite ; ensorte que l'action des ressorts ajoûte à A une force comme 3, & retranche du Corps B son égal une force comme 1 seulement ; cependant il semble que les actions des ressorts sur ces Corps égaux doivent être égales ; (& M. Bernouilli avoue expressement que cela doit être ainsi) : c'est-à-dire des actions égales des mêmes ressorts sur des Corps égaux produiroient des effets très-inégaux, l'un étant triple de l'autre suivant la nouvelle Doctrine ; on pourroit à peine avancer une chose plus absurde dans la Philosophie ou la Méchanique. En général si *m* représente la vitesse de l'Espace EFGH dans la direction BA, *n* la vitesse ajoûtée à celle de A & soustraite de celle de B par l'action des ressorts, alors les vitesses absolues de A & de B seront représentées par $m + n$ & $m - n$ respectivement, la force ajoûtée à A par les ressorts sera $2\,mn + nn$, & la force retranchée de B sera $2\,mn - nn$ qui différent de $2\,nn$. De plus on convient que les actions des Corps les uns sur les autres sont les mêmes dans un Espace qui s'avance d'un Mouvement uniforme, que si cet Espace étoit en repos : mais si l'Espace EFGH étoit en repos, on convient que les forces communiquées par les ressorts aux corps A & B seroient égales ; & suivant la nouvelle Doctrine la force de chacun eut été représentée par *nn* ; au lieu que la force communiquée à A par les ressorts dans l'Espace EFGH est représentée par $2\,mn + nn$ & la force retranchée de B sera $2\,mn - nn$. Ces raisonnemens sont simples & évidens & paroissent les plus convenables au sujet dont il s'agit. Ceux qui soutiennent la nouvelle Doctrine peuvent définir la force de façon que la dispute ne paroisse rouler que sur les mots ; mais comme les termes d'action & de force ont entr'eux une liaison très-intime, c'est surement vouloir mettre de la confusion dans les notions que nous avons & dans nos expressions, que de soûtenir que des actions égales engendrent ou produisent des

forces inégales dans le même tems ; mais ce qui fait voir évidemment que les Auteurs partisans de cette nouvelle opinion n'ont pas entendu ce qu'ils enseignoient, c'est qu'ils nous disent que la quantité de force absolue est inaltérable par le choc des Corps, & que cela suit si évidemment de l'égalité de l'action & de la réaction qu'on ne feroit que le rendre plus obscur en voulant le démontrer. Car il paroît delà qu'ils entendent que des changemens égaux sont produits dans les forces des Corps, en conséquence de l'égalité de l'action & de la réaction; & cependant il est évident parce que nous avons démontré que les changemens produits dans les forces des Corps sont très-inégaux suivant cette nouvelle Doctrine, quoique l'action & la réaction qui les produisent soient égales. Il semble que ce fut par une méprise que M. Leibnitz se trouva le premier engagé à soutenir cette nouvelle Doctrine en 1686 ; & de même quelques-uns de ses Disciples paroissent l'avoir adoptée témérairement sans avoir fait attention aux conséquences.

18. Dans la Théorie du Mouvement entendue comme il faut, les mêmes Loix qui servent à comparer, composer ou résoudre les Mouvemens, sont également observées par les Pressions; c'est-à-dire les Puissances qui engendrent le Mouvement ou qui tendent à le produire : car les forces ne sont autre chose que les sommes de ces Pressions accumulées dans les Corps, en conséquence de l'action continuée des Puissances pendant un tems fini; & les Pressions sont considérées comme des forces infiniment petites, ou comme les élémens dont les forces sont produites ; cette Théorie du Mouvement reçoit un nouveau lustre & une nouvelle évidence de ce que les mêmes Loix sont observées par les Pressions & les Mouvemens. Lorsqu'une force est produite dans un Corps par la réunion d'autres forces ou impulsions, celle qui est produite dans quelque direction, doit être égale à la somme de celles qui sont toutes employées

& consommées, dans cette direction, en la produisant; & si la force est produite par une action continuelle successive, le Mouvement produit doit être égal à la somme des Pressions employées à le produire. De même si le Mouvement est détruit par la résistance de quelque Puissance opposée, il doit être égal à la somme de toutes les actions qui le détruisent entierement. D'un autre côté l'intensité de la Puissance, qui produit le mouvement dans un Corps, est proportionnelle à l'augmentation de la force qu'elle engendre dans un tems donné, & l'intensité de la Puissance qui résiste ou détruit le mouvement, est mesurée par la diminution de la force produite dans un tems donné; puisque l'augmentation du mouvement dans le premier cas & sa diminution dans le second, sont les effets complets de la puissance, qui est supposée d'une nature à se renouveller à chaque instant, & à faire agir toute son influence tout à la fois. En général l'intensité de quelque Puissance qui produit ou détruit le mouvement est plus grande, à proportion que le changement de vitesse, produit dans la la direction de cette Puissance, est plus grand, & que le tems dans lequel ce changement est produit, est moindre, si l'intensité de la Puissance persiste uniforme durant ce tems: mais si la Puissance varie, son intensité à un terme donné du tems, doit être mesurée par le changement de vitesse qui auroit été produit, dans un tems donné, par la Puissance continuée uniformément pendant ce tems.

19. La Pression ou la Puissance qui produit le mouvement dans un Corps, est en raison composée de la quantité de matiere contenue dans le Corps, & de la vitesse qu'elle lui imprimeroit dans un tems donné, si elle étoit continuée uniforme pendant ce tems; & ces Pressions sont toujours égales dans deux Corps, lorsque leurs quantités de Matiere sont réciproquement comme ces vitesses, c'est-à-dire, lorsque l'in-

tensité de la Puissance qui agit sur le plus grand Corps A, est moindre que l'intensité de celle qui agit sur le plus petit Corps B, dans la même proportion que B est moindre que A. Si deux corps tirés ou poussés par de telles Puissances, dans des directions opposées, sont en contact, aucune des Puissances ne prévaudra, & il n'y aura point de Mouvement produit. Pareillement, si deux Corps qui se meuvent avec des vitesses réciproquement proportionnelles à leurs quantités de Matiere, se rencontrent avec des directions opposées, leurs Mouvemens se détruiront l'un l'autre, si ce sont des corps mous; ou s'ils sont si parfaitement durs, que leurs parties soient absolument inflexibles, ils s'arrêteront tous deux après le choc; mais s'ils ont quelqu'élasticité, ils rejailliront avec des mouvemens égaux. Ainsi il y a une harmonie parfaite entre les Loix des Pressions ou des Puissances, & celles des mouvemens ou des forces produites par ces Puissances; comme en général il doit y avoir une analogie entre les Puissances, qui produisent quelqu'effet, & les effets eux-mêmes qui sont produits. Mais cette harmonie est entierement perdue quant aux forces des corps, suivant la nouvelle Doctrine; car suivant cette opinion, lorsque la vitesse est finie, quelque petite qu'elle soit, la force se mesure par le quarré de la vitesse. Mais lorsque la vitesse est infiniment petite (ainsi que le prétendent les Partisans de la nouvelle Doctrine) en conséquence de la premiere impulsion de la Puissance qui produit le Mouvement, la force est simplement comme la vitesse; & nous ne pouvons nous empêcher de remarquer que ce changement soudain de la Loi, ne paroît pas être compatible avec le principe favorit de *continuité*, soutenu avec tant de zele par les mêmes Philosophes. Suivant la même opinion, les forces qui se contrebalancent réciproquement, avec des directions opposées, & qui détruisent leurs effets

mutuels, peuvent être inégales en quelque raison donnée; & lorsque les Corps se rencontrent avec des forces égales dans des directions opposées, ils ne se soûtiennent pas pour cela mutuellement, mais celui qui a la plus grande vitesse, l'emporte sur l'autre. Que V désigne la vitesse de A, & v la vitesse de B; alors $A \times V$ exprimera le mouvement ou la force de A, & $B \times v$ le mouvement ou la force de B; ensorte que ces mouvemens sont égaux, lorsque $A \times V = B \times v$, c'est-à-dire, lorsque V est à v, comme B est à A: & c'est le cas dans lequel l'expérience constante nous apprend que les Mouvemens se soûtiennent réciproquement, pourvû que leurs directions soient opposées. Mais suivant la nouvelle opinion la force de A est mesurée par $A \times VV$, & la force de B par $B \times vv$ qui sont l'une à l'autre dans la même proportion que V est à v, dans le cas présent, parce que nous supposons $A \times V = B \times v$. Ces forces donc, suivant la nouvelle Doctrine, sont si éloignées d'être égales, que la force de A est moindre que celle de B, à proportion que V est moindre que v, ou B moindre que A; ensorte que, suivant cette opinion, une force pourra soûtenir, ou même surmonter une force 1000 fois plus grande qu'elle, ou qui la surpasse en une proportion assignable quelconque. Suivant la même doctrine, les forces de A & de B sont égales, lorsque $A \times VV = B \times vv$, c'est-à-dire par exemple, lorsque A étant quadruple de B, la vitesse de B est double de la vitesse de A; dans lequel cas la quantité de Mouvement, ou le moment de A est double de celui de B; & le mouvement de A se trouve par l'expérience plus que suffisant, pour soûtenir le mouvement de B. Les Partisans de la nouvelle opinion, ont pris beaucoup de peine, pour tâcher de concilier leur Théorie avec l'Expérience; mais si le Lecteur prend la peine d'examiner leurs raisonnemens, il verra combien ils sont peu

satisfaisans, & leurs efforts infructueux.

20. Que les Corps A & B (*Fig.* 14.) en s'approchant l'un de l'autre, compriment des ressorts égaux & semblables, placés entr'eux, jusqu'à ce que par la réaction de ces ressorts, leurs mouvemens soient détruits. M. Bernouilli avoue expressément que les actions des ressorts sur ces Corps, sont constamment égales entr'elles, & cependant il soûtient qu'elles détruisent une force en B plus grande que la force de A, dans la même proportion que le Corps A, est plus grand que B, ou (C étant le centre de gravité de A & de B) que CB est plus grand que CA. Il soûtient donc que des pressions ou actions de ressorts égales, produisent dans le même-tems, des forces qui peuvent être inégales en toute raison assignable; ce qui répugne aux notions les plus évidentes que nous sommes capables de former de l'action & de la force, & ne sert qu'à introduire des façons de parler mystérieuses ou obscures dans la Théorie du Mouvement, sans aucune nécessité. Si nous supposons que le Corps A comprime les ressorts de A en C, alors le corps B comprimera tous les ressorts de B en C, dans le même degré & dans le même tems; & de-là il infere que la force de A est à la force de B, dans la même proportion que le nombre des ressorts de C en A, au nombre de ressorts de C en B. Mais puisque le mouvement, la force, ou l'effet de quelqu'espece qu'il soit, produit ou détruit dans A ou B, dépend de l'action immédiate qui produit l'effet, & en dépend uniquement; & puisque dans ce cas les actions des ressorts sur les Corps A & B, sont celles qui détruisent leurs mouvemens; enfin puisque M. Bernouilli convient que les actions des ressorts sur ces corps sont égales; n'est-il pas évident que les forces, détruites par ces ressorts dans le même-tems, doivent être égales? Et n'est-il pas aussi manifeste, que les forces qui sont

produites ou détruites dans les Corps, doivent être mesurées par les efforts, avec lesquels les ressorts agissent sur les Corps, en produisant cet effet, & non pas par le nombre des ressorts? C'est le dernier ressort seulement, qui est en contact avec le Corps, qui agit sur lui, les autres ne servant qu'à le soûtenir dans son action; en sorte que tout le changement produit dans le Corps, de quelque nom qu'il soit appellé, doit être déterminé par l'action de ce dernier ressort seulement, & ce n'est qu'à lui seul qu'on doit avoir égard dans le calcul, en raisonnant juste. S'il eut défini la force par le nombre de ressorts égaux & semblables, qui, par un degré donné d'expansion ou de compression, la produisent ou la détruisent; ces expressions nouvelles & confuses, auroient trouvé de justes oppositions, comme absolument impropres, & ne tendant qu'à embrouiller & obscurcir la Théorie du Mouvement, qui étoit auparavant très-claire & très-évidente: mais alors cette dispute n'eût eu principalement rapport qu'aux mots & aux termes de l'Art, & les erreurs dérivées de leur Doctrine, n'eussent pas été si dangereuses. Mais il n'adopte point cette définition de la force.

21. Lorsqu'un Corps descend par sa gravité, le mouvement produit peut-être considéré comme la somme des impulsions uniformes & continuelles accumulées dans le Corps, durant le tems de sa chute. Et lorsqu'un Corps est jetté perpendiculairement en haut, son mouvement peut être considéré comme équivalent à la somme des impulsions de la même Puissance, jusqu'à ce qu'elles le détruisent. Lorsque le Corps est jetté en haut avec une vitesse double, ces impulsions uniformes doivent continuer durant un tems double, pour pouvoir détruire le mouvement du corps; & de-là il suit, qu'un Corps jetté avec une vitesse double, & montant pendant un tems double, doit s'élever à une hauteur quadruple, avant que son mouvement

soit épuisé. Mais cela prouve qu'un Corps avec une vitesse double, se meut avec une force double, puisqu'elle est produite ou détruite par la même Puissance uniforme, continuée pendant un tems double, & non pas avec une force quadruple, quoiqu'il s'éleve à une hauteur quadruple. Ce fut cependant, sur cet Argument, que M. Leibnitz fonda d'abord cette Doctrine; & les preuves qui depuis ont été tirées des enfoncemens produits dans des substances molles, par des Corps qui y tombent, sont du même genre & de la même force. On ne doit pas mesurer les causes par tous les effets qu'elles produisent, pris sans aucun choix ou jugement, & sans avoir égard aux circonstances. Les Mouvemens & les forces ne doivent pas être mesurés par les effets produits, sans égard aux tems & aux directions de ces Mouvemens, suivant les principes de Géométrie & de Méchanique. En Géométrie nous jugeons des Touts, en comparant leurs parties ou les Elemens dont ils sont produits, & en Méchanique, nous ne pouvons avoir de meilleure Méthode de juger des Mouvemens ou des forces, que par les Puissances qui les produisent. Le Mouvement, ou la force d'un corps, a une analogie beaucoup plus simple & plus claire, avec la Puissance qui le produit, qu'avec l'Espace qu'il parcourt dans la terre glaise, ou tout autre milieu résistant.

22. Le principe, que la cause doit être mesurée par son effet, est un de ceux qui seroit le plus propre à nous induire en erreur, en Métaphysique, & en Physique, si on l'appliquoit d'une maniere vague & confuse, sans les précautions suffisantes. Ceux qui soutiennent la nouvelle opinion, ou du moins quelques-uns d'eux, définissent la force, cette Puissance d'agir, dans un Corps, qui doit être mesurée par son effet total, jusqu'à ce que son mouvement soit détruit. Cette Définition est aussi adoptée par quelques Philosophes, qui

qui voudroient représenter cette dispute, comme roulant uniquement sur les mots. Mais les mêmes Auteurs nous disent pareillement que la force est proportionnelle aux nombres de ressorts qu'elle peut bander avant que d'être détruite; & ils l'avancent sans preuve, comme une Définition ou un Axiome. S'ils se contentoient de cette derniere opinion seulement, nous accorderions que la dispute seroit de peu d'importance, si ce n'est que ces libertés tendroient à confondre les notions que nous avons de l'action & du mouvement des Corps, comme il a été remarqué ci-dessus. Mais tandis qu'ils prétendent que la force, définie comme il leur plaît, doit être considérée comme la cause des effets produits par le Mouvement, & qu'elle doit être mesurée par ces effets, la dispute ne paroît plus consister simplement en mots. M. le Chevalier Newton, dans sa seconde Loi du Mouvement, nous fait voir que la force imprimée, étant considérée comme la cause, le changement de mouvement qu'elle produit, est l'effet qui mesure la cause, & non pas l'Espace parcouru contre l'action d'une Gravité uniforme, ni les enfoncemens produits par le Corps tombant dans la terre glaise. Cette Loi du Mouvement est le plus sûr guide que nous puissions suivre, en déterminant les effets par leurs causes, ou réciproquement les causes par leurs effets.

23. L'harmonie qui est entre les Loix des Pressions ou Puissances, qui produisent le Mouvement, paroît dans un plus grand jour lorsqu'on considere leur composition, & leur résolution. Les Puissances agissant dans les directions AB & AD, (*Fig.* 4.) proportionnelles à ces lignes droites, se combinent en une Puissance qui agit dans la direction de la diagonale AC; & qui se mesure par AC. Parce que AC est moindre que AB+AD, la Puissance composée de AB & de AD, est toujours moindre que ces Puissances elles-

T

« non par les *momens*, mais par les quarrés des vitesses, « conclud que dans le cas où l'angle DAB est aigu, le « quarré de AC (qui est la force composée) est plus « grand que les quarrés de AB & de AD, la somme de « ce qu'ils appellent les forces composantes. »

24. Pour ajouter encore plus d'éclaircissement, supposons que le corps élastique A (*Fig.* 16.) reçoive sa force, dans la direction AB, du corps élastique égal H, & sa force, dans la direction AD, du Corps élastique égal G, en même-tems. Suivant les Défenseurs de la nouvelle Doctrine, les forces de H & de G sont communiquées au corps A, par des degrés infiniment petits, ou par une succession non interrompue de Pressions, & la force totale communiquée à A, est la somme des effets de ces Pressions. Maintenant la Pression ou la force infiniment petite, imprimée à chaque instant sur A, est moindre que la somme des Pressions produites en cet instant par H & par G, à proportion que AC, est moindre que AB+AD, comme on l'accorde de part & d'autre. Donc la somme de toutes les Pressions, ou la force imprimée sur A, doit être moindre que la somme de toutes les Pressions, ou que celle des forces produites par H & par G, dans la même proportion de AC à AB+AD; c'est-à-dire, les forces de A, H, G, doivent être comme les lignes AC, AB, & AD, & non pas comme leurs quarrés. Il n'est pas possible de concevoir, que tandis que la force de A est produite par la collection des pressions, ou des forces infiniment petites, qu'il reçoit à chaque instant des actions de H & de G, & que chacune de ces pressions, ou forces infiniment petites, est moindre que la somme des actions de H & de G qui les produisent, la force totale de A excédât cependant la somme de toutes les actions ou forces de H & de G. Je parle ici de forces infiniment petites, pour me prêter autant qu'il est possible, au style des Partisans

de la nouvelle opinion. Ils ne donnent (*a*) à cela d'autres réponses, si non que ce que nous appellons Forces, doit être appellée *Momens*. Mais ils ne prétendent pas expliquer comment les forces infiniment petites, imprimées sur le corps A, dans la direction AC, viennent à produire une force finie, beaucoup plus grande que leur somme totale ; ou comment l'effet seroit si éloigné d'être proportionnel à la cause ; principe Métaphysique qu'ils semblent adopter ou rejetter, suivant qu'ils y trouvent leur avantage. Si nous supposons que l'angle BAD soit infiniment aigu, les mêmes forces, suivant la nouvelle opinion, produiront une force en A, qui excédera leur somme, autant que le quarré de AB+AD, excéde la somme des quarrés de AB & de AD; en sorte que si AD est égale à AB, elles produiront alors en A, une force double de leur somme; car dans ce cas, le quarré de AB+AD, sera égal au quarré de 2AB, c'est-à-dire à $4AB^2$; quoique les deux forces égales qui sont supposées la produire, prises ensemble, ne valent que $2AB^2$, suivant leur propre calcul, ensorte que dans cette supposition, une cause produit un effet de même espece double d'elle-même. On a répondu (*b*) à cela que, suivant la nouvelle opinion, un double *Moment* peut produire un effet quadruple, si la vitesse est double. Mais sûrement l'Auteur qui a donné cette réponse, n'a pas fait attention à l'objection; car ce que nous avons prouvé, n'est pas qu'un Moment double produit un effet quadruple, mais qu'une force double suivant leur propre notion & leur calcul, produit une force quadruple, suivant le même calcul. Et en vérité le résultat des réponses qu'ils ont faites aux absurdités déduites de leur opinion favorite, revient à ceci, que ce ne sont pas des absurdités, parce que leur nouvelle doctrine oblige de les admettre.

(*a*) Ibid pag. 73, dans la derniere note.
(*b*) Ibid. pag 74. dans les notes.

25. La résolution des Puissances ou Pressions, est une conséquence nécessaire de leur composition. Comme il se perd du Mouvement dans la composition, il s'en acquiert aussi nécessairement dans la résolution du Mouvement ; & comme on accorde cela des mouvemens & des Puissances qui les produisent, il ne peut y avoir de bonnes raisons, pour ne pas l'accorder des effets de ces Puissances, ou de la force de Corps. Les mêmes raisons qui prouvent une augmentation dans le premier cas, prouvent avec la même évidence, qu'on doit aussi convenir d'une augmentation dans le second. Qu'un corps C (*Fig.* 17.) qui se meut dans la direction DC, diagonale du Parallelogramme CLDK, frappe le Corps égal A obliquement, ensorte qu'il le pousse dans la direction CA continuation de CK, & en même-tems le Corps égal B, dans la direction CB continuation de CL; le corps A avancera dans la ligne droite CA, le corps B dans la direction CB, continuation de CL, & C leur ayant communiqué toute sa force s'arrêtera. On ne sera pas étonné que les mouvemens & les forces de A & de B excédent le mouvement ou la force de C, si on considere que C communique le mouvement entier ou la force CK au Corps A, & le mouvement entier ou la force CL à B, que la résistance ou inertie de A réagissant sur C, non dans la direction de son mouvement CD, mais dans la direction CK qui lui est oblique, le mouvement absolu ou la force de C, dans la direction DC, n'est pas autant diminuée par cette réaction, que si elle étoit directement opposée au mouvement de C ; car aucune Puissance ou résistance, ne peut produire un effet si grand dans toute autre direction, que dans celle dans laquelle elle agit. De la même maniere, la réaction de B, détruit le mouvement ou la force LC dans le corps C, dans la direction suivant laquelle B réagit ; mais non pas un mou-

vement ou une force si considérable dans la direction DC, à laquelle sa réaction est oblique: & ainsi il paroît que le mouvement ou la force de C, dans la direction DC, doit nécessairement être moindre que la somme des mouvemens ou des forces des corps A & B, dans leurs directions respectives. Si on objectoit que dans ce cas le mouvement de C, dans la direction DC, est la cause des mouvemens de A & de B, dans les directions CA & CB, en sorte qu'une cause produit des effets, dont la somme est plus grande qu'elle même: Pour répondre à cela, nous avons déja observé, que comme on l'accorde de part & d'autre, des mouvemens & des pressions, il ne peut être absurde de l'accorder aussi des forces, mais que cela doit y avoir lieu pour les mêmes raisons. De plus, nous devons observer qu'en conséquence de l'inertie du Corps, il résiste non-seulement à tout changement de son mouvement, mais aussi à tout changement dans la direction de ce Mouvement; & que lorsque l'action des Corps l'un sur l'autre, n'est pas en ligne droite, on doit avoir égard aux effets produits par ces deux résistances. Supposons que le corps C frappe d'abord A, alors la réaction de A a un effet double; elle retranche une partie du mouvement ou de la force de C, & en même-tems elle produit un changement dans la direction de C; & la réaction de A, (qui est égale au mouvement ou à la force qu'il reçoit) ne doit pas être estimée par un de ces effets seulement, mais par tous les deux conjointement. Après que le Corps C a frappé A, il avance dans la ligne droite CB, avec un mouvement ou une force, comme CL, & heurtant directement contre B, il communique tout son mouvement ou sa force à B, qui réagit directement contre lui. Nous avons supposé les Corps C, A & B parfaitement élastiques, pour nous conformer aux suppositions de nos Adversaires,

quelques-uns desquels se restraignent dans leurs recherches, à cette seule espece de Corps.

26. Si on substitue des ressorts à la place des Corps A & B, & que leurs résistances soient mesurées par CK & CL, il paroîtra de la même maniere, que les résistances de ces ressorts ne sont pas les vraies mesures de la force du Corps C, mais que prises ensemble, elles la doivent excéder; car le ressort A agit au desavantage du mouvement ou de la force de C. Il a tout son effet dans la direction CK, dans laquelle il résiste; mais son effet n'est pas si grand dans la direction CD, qui est oblique à celle dans laquelle il agit. Si le ressort A agissoit avec le même avantage que B, ils produiroient ensemble un plus grand effet, que dans la situation où ils sont dans la figure; & par conséquent, les plus grandes résistances qu'ils sont capables d'opposer, prises ensemble, doivent excéder la force du Corps C. Ainsi il paroît que cet Argument confirme notre Doctrine, au lieu de la renverser, & que ceux qui l'ont avancé, supposoient que ces forces étoient égales, qui suivant les principes connus de Méchanique sont fort inégales. Si l'on demandoit ce que devient l'excès de la force du ressort A, sur ce qui est détruit de la force de C? On répondroit qu'il n'est pas sans son effet; car la direction du Corps est changée de la ligne DC, dans la ligne droite CB; & aucun Principe soit en Métaphysique, soit en Méchanique, ne nous apprend que cet effet doive être négligé, en comparant dans ce cas la cause & les effets. Au contraire, on peut donner plusieurs exemples où une force est employée à produire un changement dans la direction du Mouvement d'un Corps seulement, sans l'accélérer ou le retarder. La force qui suffit pour élever un Corps perpendiculairement à l'Horizon, à une distance double du centre de la Terre, est égale à celle qui, imprimée dans une direction horizonta-

le, l'emporteroit continuellement dans un cercle autour de la Terre, en faisant abstraction de la résistance de l'air ; comme il paroît par la Théorie de la Gravité ; & cependant la premiere ne surmonteroit que pour un certain tems, la résistance qui provient de la gravité du Corps, au lieu que l'autre surmonteroit cette résistance pour toujours, sans aucune diminution de Mouvement. Dans le premier cas, la gravité du Corps agiroit directement contre sa force ; dans le second, elle agiroit dans une ligne perpendiculaire à la direction de son Mouvement : dans la premiere supposition, l'action de la Gravité est entierement employée à détruire la force du Corps ; dans la derniere, à changer seulement sa direction. Les Argumens, en faveur de la nouvelle opinion, tirés de la résolution du Mouvement, paroissent à la premiere vûe les plus plausibles qui ayent été faits à ce sujet; mais les Observations que nous avons présentées, convaincront un Lecteur impartial, qu'au lieu de détruire la Doctrine commune, ils ne font que la confirmer. De même que dans d'autres exemples, les Partisans de M. Leibnitz, négligent la considération du tems, en raisonnant sur la force des Corps; ainsi nous trouvons ici qu'ils n'ont pas eu égard, comme ils le devoient, aux directions des Mouvemens & des forces, en estimant & comparant leurs effets ; cependant ces directions ne sont pas, en Méchanique, de moindre importance que les Mouvemens ou les forces mêmes.

27. Nous avons fort insisté sur ces Observations ; parce qu'elles mettent la Théorie du Mouvement dans un jour très-clair. Les disputes sur les Propositions élémentaires d'une Science, nous procurent souvent cet avantage, qu'on les examine avec plus de soin, & que lorsqu'on les trouve justes, on les éclaircit, & on ne les entend que mieux, pour avoir été disputées. Nous ne pouvons cependant abandonner ce sujet, sans rapporter

porter une Expérience faite par l'ingénieux & exact M. Graham à qui les Sciences Méchaniques sont si redevables. Il prépara un Pendule qui avoit une cavité capable de recevoir un autre Corps d'un poids égal, au plus bas point de sa vibration ; & lorsque le Corps y fut placé, il trouva que la vitesse de cette masse double étoit précisement la moitié de celle que le Pendule avoit auparavant ; d'où il paroît que la même force produit dans une quantité double de Matiere la moitié seulement de la vitesse ; ce qui est conforme à la doctrine commune, mais qui répugne directement à la nouvelle, sur les forces des Corps en Mouvement. Plusieurs Sçavans ont écrit des dissertations ingénieuses contre cette nouvelle Doctrine, auxquelles nous renvoyons le Lecteur qui souhaite de voir cette matiere traitée plus au long (*a*). On prétend que cette Doctrine nous met en état de résoudre des Problêmes d'une maniere fort aisée, qui sans cela sont d'une grande difficulté ; mais en rejettant les Corps durs & infléxibles, on a plus perdu que gagné à cet égard, comme nous l'avons fait voir ailleurs, & comme il paroîtra dans la suite, lorsque nous viendrons à déterminer plus particuliérement les effets du choc des Corps.

28. C'est parce que l'action & la réaction sont toujours égales, que les actions mutuelles des Corps n'ont point d'effet sur le Mouvement du centre commun de Gravité du Systême auquel ils appartiennent. S'il y avoit une action dans un Systême de Corps qui n'eut pas une réaction contraire & égale correspondante, elle changeroit l'état du centre de Gravité du Systême & troubleroit son mouvement: & réciproquement, si on accorde que l'état du centre de Gravité d'un Systême n'est pas dérangé par les actions des Corps les uns sur les au-

(*a*) Comme une Piece de l'Illustre M. DE MAIRAN dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 1728. Différentes Dissertations du Docteur Jurin, Transactions Philosophiques, &c.

tres qui font ses parties, nous conclurons que leurs actions font mutuelles, égales, & dans des directions contraires. On trouvera donc qu'il est conforme au cours des choses & à l'expérience continuelle, que la troisiéme Loi du Mouvement soit étendue généralement à toutes les sortes de Puissances qui ont lieu dans la Nature; celles d'*Attraction* & de *Répulsion* aussi bien que les autres, (& que ce n'est pas une supposition introduite arbitrairement par le Chevalier Newton ;) puisqu'on voit que ces Puissances ne dépendent pas moins des Corps qui *attirent* ou *repoussent* que de ceux qui font *attirés* ou *répoussés*. Nous trouvons que l'Aiman attire le Fer, & que le Fer attire l'Aiman avec une force égale : & parce qu'ils s'attirent l'un l'autre également, ils restent en repos lorsqu'ils viennent au contact. Si une montagne par sa gravité pressoit sur la Terre, & que la Terre ne réagit pas également sur la montagne ; alors celle-ci emporteroit nécessairement la Terre devant elle par sa Pression, avec un mouvement accéléré à l'infini. On doit dire la même chose d'une pierre, ou de la moindre partie de la Terre aussi bien que d'une montagne. Les corps agissent sur la Lumiere à proportion de leur densité, *cæteris partibus*, en la rompant lorsqu'elle les pénétre, & réciproquement la Lumiere agit sur les Corps en les échauffant & mettant leurs parties en mouvement. Cette égalité d'action & de réaction a lieu si généralement, que lorsqu'un nouveau Mouvement est produit par quelque Puissance ou quelque agent dans la Nature, il y a toûjours un mouvement correspondant égal & opposé produit par sa réaction en même tems, ou quelque mouvement égal dans la même direction détruit. Lorsqu'un Corps est lancé par une Machine, la Machine réagit avec une force égale sur la Terre & sur l'Air. Si cette Loi n'étoit pas observée, l'état du centre de Gravité de la Terre seroit dérangé par toute action ou impulsion de chaque Puissance qui

agiroit sur ce Globe ; mais à raison de cette Loi, l'état du centre de gravité de la Terre & le cours général des choses sont conservés indépendants de tous les Mouvemens qui peuvent être produits à la surface, près de la surface, ou dans les entrailles de la Terre. Par la même loi, l'état des Systêmes particuliers des Planetes, & le repos du Systême général perseverent sans que les actions des agens quels qu'ils soient y puissent causer aucun dérangement. Nous devons donc convenir que dans les Puissances attractives & répulsives qui ont lieu dans la Nature, de quelque sorte de cause qu'elles puissent provenir, l'action & la réaction sont toujours égales ; & puisque cette Loi a lieu dans toutes sortes de Mouvemens causés par l'impulsion, nous serions fort surpris si nous trouvions des Philosophes qui expliquent les Puissances par l'impulsion, portés à la revoquer en doute. Cette Loi est également observée même dans les mouvemens produits par des agens volontaires & intelligens : car quoique le Principe de Mouvement soit dans ces agens au-dessus du Méchanisme, cependant les instrumens dont ils sont obligés de se servir dans leurs actions, lui sont autant soumis que cette Loi l'exige. Lorsqu'une personne lance une pierre, par exemple, en l'air, elle réagit en même tems sur la Terre avec une force égale, & par là le centre de gravité de la Terre & de la pierre persévere dans le même état qu'auparavant. La nécessité de cette Loi pour conserver la régularité & l'uniformité de la Nature, méritoit bien l'attention de ceux qui ont donné des Traités si complets & si utiles sur les causes finales, s'ils l'avoient remarquée.



CHAPITRE III.

Des Puissances Méchaniques.

1. LA connoissance de la Méchanique est une de ces choses qui contribuent le plus à distinguer les Nations civilisées des Barbares. C'est d'elle que les ouvrages de l'Art tirent leur principale beauté & leur mérite ; sans son secours nous ne pourrions faire que très-peu de progrès dans la connoissance des ouvrages de la Nature. C'est cette Science qui nous apprend à retirer le plus grand avantage des Puissances ou des Forces qui existent dans la Nature, & à rendre utiles aux differens desseins de la vie les mouvemens des Elémens, l'Eau, l'Air & le Feu, lorsque l'industrie & les matériaux pour les instrumens nécessaires ne manquent pas. Quelque foible que paroisse la force de l'homme destitué de cet Art, il n'y a presque aucune entreprise qui soit au-dessus de lui lorsqu'il en est secouru. C'est une Science susceptible de l'évidence la plus rigoureuse, & qu'il est de la derniere importance d'établir sur ses vrais Principes, & de cultiver avec le plus grand soin.

M. le Chevalier Newton la distingue en Méchanique *pratique* & Méchanique *rationnelle*; la premiere traite des Puissances méchaniques à sçavoir du *Levier*, de l'*Axe* & de la *Roue*, de la *Poulie*, du *Coin*, de la *Vis*, du *Plan incliné* & de leurs différentes combinaisons. Les Méchaniques rationelles renferment toute la Théorie du Mouvement; & enseignent lorsque les Puissances ou les Forces sont données, comment on doit déterminer les Mouvemens qu'elles produisent, & réciproquement lorsque les Phénomenes des Mouvemens sont donnés, comment on doit rechercher les Puissances ou les Forces dont ils sont les effets. Ainsi il paroît que toute la Philosophie

naturelle après la description des Phénomenes de la Nature n'est presque qu'une juste application des Méchaniques rationelles à ces Phénomenes ; en remontant de ces derniers aux Puissances qui opérent dans la Nature, nous procédons par analyse ; & en déduisant les Phénomenes des Puissances ou des causes qui les produisent, nous employons la Méthode de Synthese. Mais dans l'un & l'autre cas pour procéder avec certitude, & faire les plus grands progrès, il est nécessaire d'établir auparavant avec toute la clarté possible les Principes de cet Art comme les fondemens de tout l'ouvrage, nous avons déja examiné l'inertie ou la nature passive du Corps, suivant laquelle il persévere dans son état de mouvement ou de repos, reçoit aussi du mouvement à proportion de la force imprimée, & résiste à raison de la résistance qu'il éprouve lui-même. C'est le résultat des trois Loix générales du Mouvement desquelles avec leurs Corollaires généraux démontrés dans le dernier Chapitre, nous allons maintenant déduire les Principes de Méchanique. De même que ces Loix & & leurs Corollaires ont lieu, quoique les causes du Mouvement, la nature de la force imprimée ou de la résistance nous soient inconnues, ou du moins nous paroissent fort obscures ; ainsi l'obscurité de la nature & de la cause de la Puissance qui produit les mouvemens, ne nous empêche pas de découvrir ses effets en Méchanique avec une évidence suffisante, pourvû que nous puissions soumettre son action à une juste mesure : & nous sçavons en effet que des personnes qui ne se sont pas donné la peine de rechercher la cause de la Gravité, ont cependant inventé d'excellens moyens pour lever des Poids & surmonter leurs résistances.

2. En traitant des Machines méchaniques nous considérerons toujours le *Poids* qui doit être élevé, la *Puissance* par laquelle il est élevé & l'*Instrument* ou la Machine qui doit servir à cet effet. Il y a deux Problêmes

principaux qui doivent être résolus en traitant de chacune de ces Machines. Le premier est « de déterminer » la proportion que la Puissance ou le Poids doivent » avoir entre eux, afin qu'ils puissent se soutenir exac» tement l'un l'autre, ou être en équilibre. » Le second » est « de déterminer qu'elle doit être la proportion de la » Puissance & du Poids entre eux, afin qu'ils puissent » produire *le plus grand effet possible, dans un tems donné.* « Tous ceux qui ont écrit de la Méchanique traitent du premier de ces Problêmes; mais il y en a peu qui ayent parlé du second, quoique dans la pratique il ne soit pas moins utile que l'autre. Quant au premier il y a une regle générale uniforme qui a lieu dans toutes les Puissances, qui est fondée sur les Loix du Mouvement, & fait une autre preuve de la beauté & de l'harmonie qui résultent de la simplicité de la Théorie du Mouvement exposée dans le dernier Chapitre. Supposons que la Machine soit en mouvement, on réduit d'abord les vitesses de la Puissance & du Poids aux directions respectives dans lesquelles elles agissent, & on voit quelle est la proportion de ces vitesses; alors si la Puissance est au Poids comme la vitesse du Poids est à la vitesse de la Puissance, ou ce qui revient au même, si la Puissance multipliée par sa vitesse donne le même produit que le Poids multiplié par sa vitesse, c'est le cas dans lequel la Puissance & le Poids se soûtiennent mutuellement en équilibre; ensorte que l'un ne l'emporteroit pas sur l'autre si la Machine étoit en repos; & si elle se trouvoit en mouvement, elle continueroit de se mouvoir uniformément, si ce n'étoient le frottement de ses parties & plusieurs autres résistances. Ce Principe à une parfaite analogie à celui par lequel nous avons déterminé en général (*Chap.* 2. §. 19) l'égalité des mouvemens ou des forces des Corps. Car comme les mouvemens des Corps sont égaux & détruisent réciproquement leurs effets, si leurs directions sont contraires, lorsque le

premier est au second comme la vitesse du second est à la vitesse du premier, la plus grande vitesse du plus petit Corps compensant exactement sa quantité moindre de Matiere; de même les actions des Puissances & des Poids sont égales & détruisent mutuellement leurs effets sur la Machine, lorsque la Puissance est au Poids comme la vitesse du Poids est à la vitesse de la Puissance. Mais quoiqu'il soit utile & satisfaisant d'observer avec quelle uniformité ce Principe a lieu dans les Machines de toute espece partout où il y a équilibre; cependant il ne seroit pas juste de se reposer de l'évidence d'une Doctrine si importante sur une preuve pareille. C'est pourquoi nous démontrerons la Loi de l'équibre dans le *Levier*, qui est le fondement de toutes les autres propositions de ce genre en Méchanique, par une nouvelle Méthode qui nous paroît fondée sur les Principes les plus clairs & les plus évidens : nous y joindrons la démonstration que M. le Chevalier Newton a donnée de la même Loi, & celle qui est attribuée à Archimede.

3. En premier lieu il est évident, que si des Puissances égales agissent à des distances égales de differens côtés du point d'appui, ou du centre du mouvement, avec des directions opposées & paralleles l'une à l'autre, elles auront le même effet. Ainsi AB (*Fig.* 18.) étant divisée en deux parties égales au point C, si une Puissance A agit sur le Levier dans la direction AF, & qu'une Puissance égale B agisse aussi sur ce Levier dans une direction opposée & parallele BE, alors les effets de ces Puissances pour mouvoir le Levier autour du centre C seront précisement égaux; ensorte que l'une pourra toujours être substituée à la place de l'autre. Il est encore certain que la Gravité étant supposée agir en lignes paralleles, si le point d'appui C (*Fig.* 19. *N°.* 1.) est entre les Corps A & B, il doit soûtenir la somme de leurs Poids; parce que le Levier étant chargé de ces Poids seroit obligé de céder si le point d'appui ne soûte-

noit pas leur somme; mais que lorsque les Puissances A & B sont du même côté du point d'appui C (*Fig.* 19. *N°.* 2.) dans lequel cas l'une comme A doit tirer en haut, tandis que l'autre B tire vers le bas ensorte qu'il y ait équilibre, il est seulement chargé de la différence des Puissances A & B. L'un de ces cas suit toujours de l'autre si nous considerons que l'équilibre ayant lieu, une des trois Puissances qui agissent en A, B & C, peut être considérée comme celle du point d'appui, & les deux autres comme s'efforçant de mouvoir le Levier autour d'elle ; de ces Principes nous déduisons la Loi de l'équilibre dans le Levier de la maniere suivante.

4. Supposant d'abord deux Puissances égales A & B (*Fig.* 20.) agissant dans des directions AF & BH, pour élever un Corps C, sur le Levier AB, placé en C à égale distance de ces Puissances ; il est évident que dans ce cas chacune d'elles soûtient la moitié du Poids C, en le divisant également entre elles. Imaginons maintenant que la Puissance A soit ôtée & que l'extrémité A du Levier, au lieu de reposer sur elle, soit soutenue par un point d'appui en A ; il est évident que la Puissance B & le point d'appui A soutiennent comme auparavant chacun la moitié du Poids C, le point d'appui A agissant maintenant à tous égards comme la Puissance en A auparavant ; & l'équilibre continuant, il paroît que dans ce cas une Puissance B égale à la moitié du poids C le soutient & le contrebalance, lorsque la distance de C au point d'appui A est la moitié de la distance de B au même point A ; c'est-à-dire lorsque B est à C comme CA à BA, ou $B \times BA = C \times CA$. Par cette simple preuve nous voyons que les Puissances agissent sur un Levier non par leur force absolue seulement, mais que leur effet dépend nécessairement de la distance du point où elles agissent au point d'appui, ou au centre du mouvement; & particuliérement qu'une Puissance en contrebalance une double qui agit à la moitié de sa distance du

point d'appui du même côté de ce point avec une direction opposée.

Le cas où les deux Puissances agissent de differens côtés du point d'appui suit du précédent par les Principes établis dans le dernier Article. Car que BH & CG (*Fig.* 21.) représentent les directions & les forces avec lesquelles les Puissances A & B agissent sur le Levier ; sur BA prolongée, prenez AE égale à AC, ou $\frac{1}{2}$ AB, & au lieu de la Puissance CG substituez une Puissance égale EK en E, avec une direction opposée, & par le premier de ces Principes, cette Puissance EK aura le même effet que CG, seulement le point d'appui, ou le centre du mouvement A soutiendra alors la somme des forces EK & BH, par le second Principe du dernier Article ; mais l'équilibre entre les Puissances BH & EK continuera comme il étoit auparavant entre BH & CG ; ensorte que les Puissances BH & EK seront en équilibre lorsque la Puissance BH sera la moitié de EK, & que la distance de EK au point d'appui A sera la moitié de la distance de BH au même point A ; c'est-à-dire lorsque la Puissance en B sera à la Puissance en E comme AE à AB ou $B \times BA = E \times EA$. Dans ce cas le point d'appui A étant chargé des deux Puissances B & E qui agissent avec la même direction, sa réaction doit être égale à leur somme $EK + BH = 3BH$, & dans la direction opposée AF. Au lieu de cette réaction substituons maintenant (*Fig.* 22.) une Puissance AF en A égale au triple de BH, & au lieu de la Puissance EK, substituons un point d'appui en E soutenant cette extrémité du Levier BE ; & puisque l'équilibre continue comme auparavant, il suit que le point d'appui ou le centre du mouvement étant en E, la Puissance BH soutient la Puissance AF qui est triple de BH, lorsque la distance de BH au point d'appui est triple de la distance de la Puissance AF au même point, c'est-à-dire lorsque $BH \times BE = AF \times AE$.

Si nous supposons que la Puissance EK reste, (*Fig.* 23.) mais que l'extrémité B du Levier EB repose sur un point d'appui, alors les Puissances AF & EK se soutiendront & se contrebalanceront l'une l'autre, le point d'appui en B étant maintenant à la place de la Puissance BH; en ce cas AF = 3BH, & EK = 2BH; ensorte que AF sera à EK comme 3 à 2; & les distances EB & AB étant dans la même proportion, il paroît que lorsque deux Puissances dans la proportion de 3 à 2 agissent sur un Levier, du même côté du point d'appui ou du centre du mouvement, avec des directions opposées, à des distances en proportion de 2 à 3, elles se soutiennent mutuellement. Nous avons donc démontré que lorsque les Puissances sont en proportion soit de 2 à 1, ou de 3 à 1, ou de 3 à 2, & que les distances du point de leur application au centre du mouvement sont en raison réciproque, alors ces Puissances se contrebalancent l'une l'autre ou sont en équilibre.

5. Sur BE prolongée (*Fig.* 24 *N°* 1.) prenez EL = EA; & au lieu de la Puissance BF substituez une Puissance LM = AF, mais avec une direction contraire; cette Puissance LM aura le même effet pour mouvoir le Levier autour du centre du mouvement E qu'avoit AF par le premier Principe au §. 3. par conséquent elle sera en équilibre avec la Puissance BH comme AF l'étoit. Donc lorsque deux Puissances LM & BH en proportion de 3 à 1, agissent sur un Levier, avec la même direction, elles sont en équilibre, si leurs distances au centre du mouvement LE & EB sont en raison de 1 à 3, c'est-à-dire lorsque LM × LE = BH × BE. Dans ce cas les Puissances LM & BH agissant avec la même direction, le point d'appui E doit soutenir leur somme LM + BH = 4BH, par le second Principe du §. 3. Donc une Puissance comme L, comme 3, & une Puissance agissant en B avec la même direction que L, sont soutenues par une Puissance agissant en E

avec une direction contraire, comme 4. D'où il suit qu'en substituant au lieu de la Puissance LM un point d'appui en L, une Puissance en B comme 1 soutient une Puissance en E comme 4, agissant avec une direction contraire, lorsque BL : EL :: 4 : 1; c'est-à-dire lorsque les Puissances sont réciproquement comme leurs distances du point d'appui, ou du centre du mouvement. En substituant le point d'appui en B au lieu de la Puissance BH, il paroît qu'une Puissance LM en L, comme 3, soutient une Puissance agissant avec une direction opposée en E comme 4, lorsque leurs distances LB & EB au point d'appui B, sont entre-elles comme 4 à 3, ou lorsque $LM \times LB = EK \times EB$. En prenant sur LB prolongée $e = BE$ (*Fig.* 24. N°. 2.) & au lieu de la Puissance en E, substituant une Puissance égale en *e* avec une direction contraire, il suit du premier Principe du §. 3 qu'une Puissance en L comme 3 soutient une Puissance agissant en *e*, avec la même direction, comme 4, lorsque la distance LB est à la distance *e*B comme 4 à 3. Dans ce cas le point d'appui en B soutient la somme des Puissances agissant en L & *e*, c'est-à-dire une Puissance égale à sept fois BH. D'où il suit qu'en substituant un point d'appui en L ou *e* à la place des Puissances qui y agissent une Puissance en *e* comme 4 soutient une Puissance en B comme 7, autour du centre du mouvement L, lorsque leurs distances au point d'appui *e* L & BL sont entre-elles comme 7 à 4 : & qu'une Puissance en L comme 3 soutient la Puissance en B comme 7, lorsque leurs distances au point d'appui L*e* & B*e* sont en raison de 7 à 3.

6. En procédant de cette maniere on voit que lorsque les Puissances sont entre-elles comme nombre à nombre, & que leurs distances au centre du mouvement sont en raison inverse des mêmes nombres, alors ces Puissances se soutiennent l'une l'autre ou sont en équilibre. D'où il est aisé de faire voir en général que lorsque les Puissances sont entre-elles en quelque rai-

son quoiqu'incommensurable, & les distances du poins de leur application au centre du mouvement dans la même raison inverse, alors elles sont en équilibre; parce que la raison des quantités incommensurables peut toujours être limitée, jusqu'à un certain dégré d'exactitude à volonté, entre une plus grande & une plus petite raison de nombre à nombre. Et je regarde cette preuve comme la plus naturelle & la plus directe de la Loi d'équilibre dans le Levier, proposition fondamentale de la Méchanique.

7. Lorsque le centre du mouvement C est entre les Corps A & B, c'est le même point qui est appellé leur centre de gravité, Chap. 2. §. 13; d'où il suit que lorsque deux Corps sont supposés joints par une verge inflexible exemte de gravité, si le centre de gravité est appuyé les Corps seront aussi soutenus.

Si deux Puissances ou Poids B & D (*Planch. II. Fig.* 25.) agissent sur un Levier aux distances BC & DC du centre du mouvement, les forces avec lesquelles elles agissent sur le Levier seront dans la même proportion que B × BC à D × DC; c'est-à-dire en raison composée de la raison des Puissances, ou des Poids, & de celle de leurs distances au centre du mouvement. Car l'effort de B est soutenu par A, si A × AC = B × BC; & l'effort de la Puissance D est soutenu par K appliqué à la distance CA, si K × AC = D × DC; mais les efforts des Puissances ou des Poids B & D sur le Levier sont entre eux en même raison que les Puissances A & K, qui, appliquées à la même distance CA du centre du mouvement, les soutiennent, ou comme A × AC est à K × AC, & par conséquent comme B × BC à D × DC. Il arrive delà qu'un nombre de Puissances agissant sur un Levier, si la somme des produits formés de la multiplication de chaque Puissance par sa distance respective au centre du mouvement d'un côté du point d'appui, est égale à la somme des produits qui résultent de

la multiplication de chaque Puissance de l'autre côté du point d'appui par sa distance respective à ce même point, alors ces Puissances se soutiennent mutuellement, où le Levier est en équilibre. Mais parce que nous avons démontré au §. 13. Chap. 2. le centre du mouvement est précisement dans ce cas au même point que le centre de gravité. Donc si un nombre quelconque de Puissances ou de Poids agissent sur un Levier, & leur centre de gravité étant déterminé par la construction comme on l'a enseigné dans cet Article, si le point d'appui est appliqué à ce centre, le Levier sera en équilibre. De même si plusieurs Puissances ou Poids sont appliqués sur un plan qui repose sur une ligne droite donnée IL (*Fig.* 26.) & que le centre de gravité de toutes les Puissances ou des Poids tombe sur cette ligne, le plan sera en équilibre. Car par cet Article, les sommes des produits formés de la multiplication de chaque Puissance par sa distance respective à l'axe du mouvement étant égales des differens côtés de cet axe, leurs efforts pour mouvoir le plan doivent être égaux & contraires, & détruire mutuellement leurs effets. Donc de même que l'état de tout Systême de Corps, quant au mouvement & au repos dépend du mouvement ou du repos du point appellé le centre de gravité, suivant ce qui a été démontré ci-dessus dans le dernier Chapitre; ainsi c'est une autre propriété remarquable de ce point que si les Corps sont joints ensemble par des lignes inflexibles exemtes de gravité, ce point étant soutenu tous les Corps le seront aussi & resteront en équilibre.

8. Lorsque des Puissances B & D (*Fig.* 25. 26.) agissent sur un Levier, s'efforçant de le mouvoir autour du centre du mouvement C, ou lorsqu'elles agissent sur un plan en tâchant de le tourner autour de l'axe du mouvement IL, leur effet est le même que si une Puissance ou un Poids égal à leur somme étoit substitué à leur place au centre de gravité N. Car par le §. 14. Chap. 2.

$B \times BC + D \times DC = \overline{B + D} \times NC$; ou ſi Bb, Dd, Nn ſont perpendiculaires à IL, aux points b, d, n, alors par le même Article $B \times Bb + D \times Dd = \overline{B + D} \times Nn$. Si G le centre de gravité de toutes les Puiſſances ou de tous les Poids qui agiſſent ſur le Levier, ſe trouve d'un côté de C centre du mouvement, ou ſi le centre de gravité de toutes les Puiſſances qui agiſſent ſur le plan, eſt d'un côté de l'axe IL ; alors ce côté l'emportera, & il en ſeroit de même que ſi au lieu de ces Puiſſances, on en avoit ſubſtitué une autre égale à leur ſomme au centre commun de gravité. Car on a fait voir que $B \times BC + D \times DC - A \times AC = \overline{A + B + D} \times GC$, lorſque la Puiſſance A agit d'un côté, & les Puiſſances B & D de l'autre. Donc comme lorſque le tre de gravité des Puiſſances repoſe ſur le centre du mouvemement, le tout eſt en équilibre, & le point d'appui C ſoutient une force égale à leur ſomme ; de même lorſque le centre de gravité n'eſt pas ſoutenu par le point d'appui, mais qu'il ſe trouve à côté, c'eſt ce même côté qui l'emporte, & il arrive la même choſe que ſi toutes les Puiſſances ou les Poids étoient raſſemblés à ce centre. L'Analogie entre ces Théorêmes ſtatiques & ceux de la Théorie du Mouvement au ſujet de ce centre expoſés dans le dernier Chapitre, mérite notre attention, & met dans un plus grand jour la ſimplicité de cette Doctrine & l'harmonie de toutes ſes parties.

9. M. le Chevalier Newton démontre la propoſition fondamentale ſur le Levier par la réſolution du mouvement. Que C (*Fig.* 27.) ſoit le centre du mouvement dans le Levier KL ; que A & B ſoient deux Puiſſances appliquées en K & L, agiſſant dans les directions KA & LB. Du centre du mouvement ſoient tirées CM & CN perpendiculaires à ces directions en M & N ; que CM ſoit ſuppoſée moindre que CN, & du centre C, à la diſtance CN, ſoit décrit le cercle NHD, ren-

contrant KA en D. Que la Puissance A soit représentée par DA, & qu'elle soit resolue en la Puissance DG agissant dans la directionCD, & la PuissanceDF perpendiculaire à CD, finissant le Parallelogramme AFDG. La Puissance DG agissant dans la direction CD du centre du cercle, ou de la Roue DHN, vers sa circonférence n'a aucun effet pour le tourner autour du centre, de D vers H, & tend seulement à le tirer hors de ce centre. Il n'y a que la partie DF qui s'efforce de mouvoir la Roue de D vers H & N, & qui est totalement employée à cet effort. La Puissance B peut être conçue appliquée en N aussi bien qu'en L, & totalement employée à s'efforcer de tourner la Roue dans un sens contraire de N vers H & D. Si donc la Puissance B est égale à cette partie de A qui est représentée par DF, ces efforts étant égaux & opposés doivent détruire mutuellement leur effet; c'est-à-dire lorsque la Puissance B est à la Puissance A, comme DF est à DA, ou à cause de la similitude des triangles AFD & DMC, comme CM à CD, ou comme CM à CN, alors les Puissances doivent être en équilibre; elles se contrebalancent toujours l'une & l'autre lorsqu'elles sont en raison inverse des distances de leurs directions au centre du mouvement, ou lorsque le produit d'une Puissance multipliée par la distance de sa direction au centre, est égal au produit de la Puissance, placée de l'autre côté, multipliée pareillement par sa distance au même centre du mouvement

10. La démonstration communément attribuée à Archimede est fondée sur ce Principe, que lorsqu'un Corps cylindrique ou prismatique est appliqué sur un Levier il a le même effet que si tout son Poids étoit réuni & appliqué au point du milieu de son axe. Que AB (*Fig.* 28.) soit un Cylindre d'une contexture uniforme, C son point du milieu; il est manifeste que si le point C est appuyé les moitiés égales du Cylindre CA &

CB se contrebalanceront autour du point C & le Corps restera en équilibre. Que le Cylindre AB soit divisé en parties inégales AD & DB ; divisez en deux également AD en E & DB en F ; alors une Puissance appliquée en E égale au Poids de la partie AD, avec une direction contraire, la soutiendra ; & une Puissance appliquée en F égale au Poids de la partie DB, avec une direction contraire, soutiendra aussi cette partie : ensorte que ces deux Puissances agissant en E & en F, respectivement égales aux Poids de AD & DB, ont précisément le même effet qu'un point d'appui en C, soutenant tout le Cylindre AB, & peuvent être considérées comme en équilibre avec une Puissance agissant en C égale à tout le Poids du Cylindre. Mais la distance $CE = CA - AE = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} DB$, & pareillement la distance $CF = CB - BF = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} DB = \frac{1}{2} AD$; par conséquent CE est à CF comme DB à AD ; c'est-à-dire comme la Puissance appliquée en F à la Puissance appliquée en E, ces Puissances étant en équilibre avec le Poids de tout le Cylindre appliqué en C. D'où il paroît que les Puissances appliquées en E & F, qui sont entre-elles en proportion de CF à CE, se soutiennent l'une l'autre autour du centre C.

11. Qu'on suppose que le Levier AB (*Fig.* 29.) avec les Poids A & B tourne autour du centre C ; les Corps A & B décriront des arcs semblables A*a* & B*b*, & A*a* sera à B*b*, comme CA est à CB, ou comme B est à A ; par conséquent $A \times Aa = B \times Bb$; c'est-à-dire les *momens*, ou quantités de mouvement de A & de B seront égaux, & considérant l'un d'eux comme la Puissance & l'autre comme le Poids, la Puissance sera au Poids, comme la vitesse du Poids à la vitesse de la Puissance. Donc dans ce Levier comme dans les Machines méchaniques, lorsqu'une petite Puissance éleve un grand Poids, la vitesse de la Puissance est beaucoup plus grande que la vitesse du Poids, & ce qui est gagné en for-

ce

ce est dit pour cela perdu en tems. Pareillement lorsque plusieurs Puissances sont supposées agir sur le Levier, & qu'il est mû autour de leur centre commun de gravité C, les sommes des momens des différens côtés de C sont égales.

12. Le Levier est communément distingué en trois especes. Dans la premiere le centre du mouvement est entre la Puissance & le Poids. Dans la seconde le Poids est entre le centre du mouvement & la Puissance. Dans la troisieme la Puissance est appliquée entre le Poids & le centre du mouvement. Dans cette derniere espece la Puissance doit excéder le Poids, à proportion que sa distance au centre du mouvement est moindre que la distance du Poids à ce même centre. Mais comme les deux premieres servent à produire un Mouvement lent par un vîte; de même la derniere sert à produire un mouvement vîte du Poids par un mouvement lent de la Puissance. C'est par cette espece de Levier que les Mouvemens musculaires des Animaux s'exécutent; les muscles ayant leurs insertions beaucoup plus près du centre du mouvement que le point où le centre de gravité du Poids qui doit être élevé est appliqué; ensorte que la Puissance du muscle est beaucoup plus grande que le Poids qu'elle peut soutenir. Quoique cela puisse d'abord paroître un désavantage pour les Animaux, parce que par là leur force est diminuée; c'est cependant l'effet d'un excellent Méchanisme : car si dans ce cas la Puissance étoit appliquée à une plus grande distance que le Poids, la figure des Animaux seroit non-seulement difforme & incommode, mais même elle ne seroit pas propre au mouvement; comme Borelli l'a démontré dans son Traité *de Motu Animalium*.

13. Lorsque les deux bras d'un Levier ne sont pas en ligne droite, mais qu'ils forment quelque angle invariable en C (*Fig.* 30.) la Loi de l'équilibre est la même que dans le premier cas; c'est-à-dire si la Puissance P

eſt appliquée en B au bras CB, & que le Poids W agiſſe par le moyen de la Poulie M dans la direction AM perpendiculaire au bras CA, la Puiſſance & le Poids ſe ſoutiendront en équilibre, ſi P eſt à W comme CA à CB, ou P × CB = W × CA. Si pluſieurs Puiſſances agiſſent ſur le bras CA, trouvés leur centre de gravité A ſur le bras CA par §. 13. Chap. 2. & ſuppoſez que toutes les Puiſſances y ſoient réunies, alors ſi la Puiſſance P eſt à leur ſomme comme CA à CB elle les contrebalancera. La ſomme des Puiſſances étant ſuppoſée donnée, il eſt évident que plus leur centre de gravité A eſt éloigné du centre du mouvement C, plus grande ſera la réſiſtance qu'elles oppoſeront à la Puiſſance P, qui aura beſoin d'une plus grande force pour les ſurmonter. De-là Galilée conclud avec juſtice que les os des Animaux ſont plus forts en ce qu'ils ſont creux, leur Poids étant donné; ou ſi le bras CBF repréſente leur longueur, le cercle CHD une Section perpendiculaire à la longueur, P une Puiſſance qui tend à les rompre appliquée à quelque point de leur longueur; alors la force de toutes leurs fibres longitudinales par laquelle l'adhéſion des parties eſt conſervée, peut être conçue réunie en A le centre du cercle CHD qui eſt le centre commun de gravité de ces forces, ſi la Section eſt un cercle ou un anneau; mais il eſt clair que l'aire de la Section ou le nombre des fibres étant donné, la diſtance CA eſt plus grande lorſque la Section eſt un anneau, que lorſque c'eſt un cercle ſans aucune cavité; par conſéquent la Puiſſance avec laquelle les parties ſont unies & réſiſtent à P qui s'efforce de les ſéparer eſt plus grande dans la même proportion. Par la même raiſon les Tiges de bled, les Plumes d'Oiſeaux & les pointes creuſes réſiſtent plus aux accidens qui tendent à les rompre que ſi elles étoient du même Poids & de la même longueur, mais ſolides ſans aucune cavité. En cela l'Art ne fait donc qu'imiter la ſageſſe de la Nature.

14. Le même Auteur observe que dans les Corps semblables, soit Machines ou Animaux, les plus grands sont plus exposés aux accidens que les plus petits, & ont une force rélative moindre ; c'est-à-dire que les plus grands n'ont pas une force proportionée à leur grandeur. Une grande colomne par exemple est en beaucoup plus grand danger d'être rompue en tombant qu'une petite qui lui seroit semblable ; un homme est plus exposé aux accidens de cette espece qu'un enfant ; un Insecte peut porter un Poids plusieurs fois plus considérable que lui-même, au lieu qu'un grand Animal comme un cheval peut à peine porter une charge égale à son propre Poids. Pour expliquer ce fait il suffira de faire voir que dans les Corps similaires de même contexture, la force qui tend à les rompre ou à les rendre sujets aux accidens nuisibles, augmente dans les plus grands Corps en plus grande raison que la force qui tend à les maintenir entiers, ou à les munir contre ces accidens. Supposons que des poutres similaires ABDE, FGHK, (*Fig.* 31.) de figure cylindrique ou prismatique soient fixées dans un mur immobile IL ; & faisons pour le présent abstraction de toute autre force qui puisse tendre à les rompre, à l'exception de leur propre Poids. Divisez AB en deux également en C & FG en M, & leurs Poids pourront être conçus réunis aux points C & M qui sont directement sous leurs centres de gravité. Pour la plus grande facilité du calcul, supposons AB = 2FG, & par conséquent le Poids de la poutre ABDE sera huit fois plus grand que le Poids de la poutre similaire FGHK ; le Poids de la premiere étant conçu rassemblé en C, celui de la derniere en M, & la distance AC étant double de FM ; il suit que la force qui tend à rompre la premiere en A étant huit fois plus grande que celle qui tend à rompre la derniere en F, & en même tems agissant à une distance double, son effort pour ces deux raisons doit être seize fois plus grand que celui de la

derniere. Maintenant afin de comparer les forces qui tendent à conserver ces poutres dans leur entier & fixées dans le mur, que ARE soit la Section de la plus grande poutre & FSK celle de la plus petite, perpendiculaires à leurs longueurs aux points A & F : divisez AE en deux parties égales en p & FK en q; alors le nombre des fibres longitudinales dont l'adhésion cause la résistance de ces poutres à leur rupture, ou plutôt la quantité de cette adhésion dans la plus grande poutre sera à la quantité d'adhésion dans la plus petite, comme l'aire de la Section ARE est à l'aire de la Section FSK, c'est-à-dire dans le cas présent, (à cause de la similitude des figures) comme le quarré de AE au quarré de FK, ou comme 4 à 1. Mais l'adhésion des parties qui sont en contact entre-elles dans la Section ARE peut être conçue rassembleé en p leur centre de gravité; & l'adhésion des parties en contact entre-elles dans la Section FSK doit être conçue comme réunie en q par la même raison. L'adhésion donc qui tend à conserver la grande poutre en son entier est quadruple de celle qui tend à conserver la plus petite entiere, & en même tems elle doit être conçue comme agissant à une distance double du centre du mouvement, parce que $Ap = 2Fq$, ensorte que l'effort qui tend à empêcher la grande poutre d'être rompue est huit fois plus grand que celui qui tend à conserver la petite en son entier. Nous avons donc trouvé que l'effort qui tend à rompre la plus grande poutre en A, est seize fois plus grand que celui qui tend à rompre la plus petite en F; mais que la force qui d'un autre côté tend à conserver l'adhésion des parties de la grande poutre, n'est que huit fois plus grande que celle qui tend à conserver l'adhésion dans la petite poutre. En général il paroîtra aisément de la même maniere que les efforts tendant à détruire l'adhésion des poutres, qui ne sont que l'effet de leur propre gravité, augmentent en raison quadru-

plée de leurs longueurs, mais que les efforts opposés tendant à conserver leur adhésion, augmentent seulement en raison triplée des mêmes longueurs. D'où il suit que les grandes poutres doivent être en plus grand danger d'être rompues, que les petites qui leur sont semblables; & que quoiqu'une petite poutre puisse être ferme & solide, cependant une plus grande qui lui sera semblable pourra être faite si longue qu'elle se rompra nécessairement par son propre Poids. De-là Galilée conclud avec raison que ce qui paroît très-solide & qui réussit parfaitement dans les modeles peut être très-foible ou même tomber en pieces par son seul Poids, lorsqu'il vient à être exécuté en grand suivant le modele.

15. Des mêmes principes ce célébre Auteur infere qu'il y a des limites nécessaires dans les Ouvrages de la Nature & de l'Art qu'ils ne peuvent surpasser en grandeur. Si les arbres étoient d'un volume énorme, leurs branches tomberoient par leur propre Poids. Les grands Animaux n'ont pas une force proportionnée à leur volume, & s'il y avoit des Animaux terrestres beaucoup plus gros que ceux que nous connoissons, ils pourroient à peine se mouvoir, & seroient continuellement exposés aux accidens les plus dangereux. Il n'en est pas à la vérité de même des Animaux de la Mer, parce que la gravité de l'Eau les soutient considérablement, & en effet nous en connoissons dont le volume surpasse prodigieusement celui des Animaux terrestres les plus grands. On ne doit rien conclure contre cette Doctrine de ce qu'on a trouvé des os qui ont été supposés avoir appartenu à des Géants d'une grandeur immense, tels que les squelettes dont parlent Strabon & Pline, le premier desquels étoit haut de 60 coudées, & le second de 46; car les Naturalistes ont déterminé par de justes raisons que dans quelques cas ces os avoient appartenus à des Elephans, & que les plus

monstrueux étoient des os de Baleines qui avoient été transportés aux lieux où on les a trouvés par les révolutions que la Nature a éprouvées dans des tems fort éloignés de nous. Il faut cependant avouer qu'on ne donne pas de bonnes raisons pourquoi il ne peut y avoir eu des hommes qui eussent surpassé de plusieurs pieds en hauteur les hommes les plus grands que nous ayons vûs. Le Lecteur trouvera une dissertation curieuse & utile sur ce sujet par le célébre M. Hans Sloane dans les *Transactions Philosophiques*, ou dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* 1727. Si dans les autres Planetes la même Loi de cohésion & les autres attractions ont lieu, comme sur la Terre, il peut être utile que la Gravité près de leurs surfaces ne soit pas fort différente de celle qui est près de la surface de la Terre. M. Newton avoit peut être cela en vûe, lorsqu'il insinue que ce n'étoit pas sans dessein que les Gravités sur les surfaces des Planetes differoient beaucoup moins l'une de l'autre qu'on ne l'auroit d'abord attendu des attractions de Corps d'une grandeur si inégale.

16. Il suit du §. 14. qu'afin de rendre les Corps, les Machines ou les Animaux d'une force rélative égale, les plus grands doivent avoir une grosseur proportionnée. Ainsi afin que le plus grand Cylindre ABDE puisse être aussi solide & aussi propre à résister aux accidens que le plus petit Cylindre FGHK, la Section ARE & son diametre AE doivent être augmentés jusqu'à ce que l'effort produit par l'adhésion des parties ait une aussi grande proportion à l'effort qui tend à surmonter cette adhésion, dans le grand Cylindre que dans le petit. Ce sentiment nous étant suggeré par une expérience continuelle, nous joignons naturellement l'idée de plus grande force avec la grosseur, & l'idée d'agilité avec la délicatesse. En Architecture où l'apparence de solidité n'est pas moins recherchée que la fermeté & la force réelles, on y a particulierement égard afin de satisfaire

un œil & un goût judicieux; les differens ordres des colonnes servant à représenter divers dégrés de force. Mais par le même principe, si nous supposions les Animaux très-gros à proportion de leur grandeur, il s'ensuivroit nécessairement une pesanteur & un engourdissement qui les rendroient inutiles eux-mêmes & désagréables à la vûe. En cela comme dans tous les autres cas, on doit se conformer à ce qui plaît généralement à ceux dont le goût n'est pas corrompu par l'éducation, ou par des contes merveilleux lorsque leur sentiment paroît fondé sur des principes puisés dans la Nature; quoique véritablement la force de l'habitude est si forte, & ses effets sur nos idées sont si vifs & si soudains, qu'il est souvent très-difficile de découvrir par la reflexion les raisons de ce qui nous plaît.

17. Nous avons insisté si longtems sur le Levier, afin d'être courts en traitant des autres Puissances méchaniques. La *Balance* commune est un Levier qui a deux bras égaux AG & GB (*Fig.* 32.) avec le centre du mouvement C communement placé directement sur G. Si le centre du mouvement étoit en G des Poids égaux suspendus en A & en B, se soutiendroient mutuellement dans toute position du Levier AB; mais lorsque le centre du mouvement est au-dessus de G, ils se soutiennent seulement lorsque le Levier AB est parallele à l'Horison; & lorsque le Poids en A n'est qu'un peu plus grand que le Poids en B, les extrémités A & B descendent & montent alternativement jusqu'à ce que leur centre de gravité *g* se place dans la ligne verticale CG, où ils se soutiennent réciproquement parce que leur centre de gravité est soutenu par C. La Balance est fausse lorsque les bras AG & GB sont inégaux; & l'exactitude de cet instrument consiste principalement à rendre le frottement, au centre du mouvement C, aussi petit qu'il est possible.

18. L'*Axe* & la *Roue* ont beaucoup d'Analogie avec

le Levier ; la Puiſſance eſt appliquée à la circonférence de la Roue, & le Poids eſt élevé par une corde qui ſe roule (tandis que la Machine tourne) autour de l'Axe. La Puiſſance peut être conçue comme appliquée à l'extrêmité du bras d'un Levier égal au rayon de la Roue, & le Poids comme appliqué à l'extrêmité d'un Levier égal au rayon de l'Axe; ſeulement ces bras ne ſe rencontrent pas à un centre de mouvement comme dans le Levier, & au lieu de centre nous avons un Axe du mouvement, à ſçavoir l'Axe de toute la Machine. Mais comme cela ne peut faire de différence, il ſuit que la Puiſſance & le Poids ſont en équilibre lorſqu'ils ſont l'un à l'autre en raiſon inverſe des diſtances de leurs directions à l'Axe de la Machine ; ou lorſque la Puiſſance eſt au Poids, comme le rayon du Cylindre eſt au rayon de la Roue, la Puiſſance étant ſuppoſée agir dans une direction perpendiculaire à ce rayon : mais ſi la Puiſſance agit obliquement au rayon, il faut ſubſtituer une perpendiculaire tirée de l'Axe ſur la direction de la Puiſſance, à la place du rayon. Ainſi ſi ABDE (*Fig.* 33.) repréſente le rouleau cylindrique, HPN la Roue, LM l'Axe ou la ligne droite ſur laquelle toute la Machine tourne, Q le point de la ſurface du Cylindre où le Poids W eſt appliqué, P le point où la Puiſſance eſt appliquée, KQ le rayon du Cylindre, CP le rayon de la Roue; alors ſi la Puiſſance P agit dans une direction perpendiculaire à CP, la Puiſſance & le Poids ſe ſoutiendront réciproquement lorſque P ſera à W comme KQ à CP ou CH : mais ſi la Puiſſance agit dans quelque autre direction PR, qu'on tire CR perpendiculaire de C centre de la Roue ſur cette direction ; alors F & W ſeront en équilibre lorſque P ſera à W comme KQ à CR, parce que dans ce cas une Puiſſance P a le même effet que ſi elle étoit appliquée au point R de ſa direction, agiſſant dans une ligne droite perpendiculaire à CR.

12.

19. La ſimple *Poulie* ſert ſeulement à changer la direction de la Puiſſance ou du mouvement, ſans cauſer aucun avantage, ni aucun déſavantage à l'exception de celui qui réſulte du frottement. Que M (*Fig.* 34.) repreſente une ſimple Poulie, PNW la corde qui paſſe ſur la Poulie de la Puiſſance P au Poids W : il eſt évident que ſi P & W étoient égaux ils ſe ſoutiendroient comme s'ils étoient ſuſpendus aux diſtances égales MA & MB du centre du Levier AB. Mais ſi outre la Poulie fixe M, il y a (*Fig.* 35.) une autre Poulie mobile L, à laquelle le Poids W ſoit fixé, & que la corde qui de la Puiſſance P paſſe ſur la Poulie fixe M, & ſous la Poulie mobile L, ſoit fixée en E, alors il eſt évident que la Puiſſance P ne ſoutient que la moitié du Poids W, parce que la corde KN en ſoutient ſeulement la moitié, l'autre étant ſoutenue par la corde KE.

Il y a une analogie manifeſte entre ce cas des Poulies, & celui dans lequel une Puiſſance ſoutient un Poids double dont la diſtance au centre du mouvement n'eſt que la moitié de la ſienne du même côté de ce centre. Car ſi AB eſt le diametre de la Poulie L, aux extrêmités duquel les cordes paralleles AE & BN touchent cette même Poulie, la Puiſſance P peut être conçue appliquée en B, le Poids W en L & le centre du mouvement en A. Si nous ſuppoſons que la Puiſſance P & le Poids W ſe meuvent, comme P eſt égal à la moitié de W, ainſi la viteſſe de W eſt la moitié de la viteſſe de P, ou P multipliée par ſa viteſſe donne un produit égal à W auſſi multiplié par ſa viteſſe; car pour que le Poids W ſoit élevé d'un pouce, chacune des parties de la corde EK & KN doit être accourcie d'un pouce; & la Puiſſance P qui tire toute la corde de E par K en N, doit deſcendre de deux pouces. On appliquera un raiſonnement ſemblable à toutes les combinaiſons des Poulies.

20. Lorſqu'un Poids W (*Fig.* 36.) deſcend le long

d'un *Plan incliné* AC, une partie de sa gravité est soutenue par la réaction du Plan, & la partie restante produit son mouvement le long du Plan. Que AB soit la hauteur du Plan, BC la base, & la gravité du Poids W, étant représentée par la ligne verticale WM, que cette Puissance soit résolue en la Puissance WN perpendiculaire au Plan, & WQ qui lui soit parallele. La premiere WN est détruite par la réaction du Plan, & la derniere WQ est celle qui produit le mouvement du Corps le long de ce Plan. Parce que les triangles WQM & ABC sont semblables, WQ est à WM comme AB est à AC; & la force avec laquelle un Corps descend le long du Plan est à sa gravité comme la hauteur de ce Plan est à sa longueur; par conséquent une force agissant sur le Corps W avec la direction QW parallele au Plan AC le soûtiendra, si elle est à tout le Poids du Corps comme AB est à AC.

21. Que ABC (*Fig.* 37.) représente un *Coin* enfoncé dans la fente EDF, dont DE & DF sont les côtés, & si nous supposons que ces côtés DE & DF réagissent sur le Coin avec des directions perpendiculaires à DE & DF, que la ligne horizontale EF rencontre DF en F; alors lorsque la force qui enfonce le coin supposée perpendiculaire à l'Horizon, est en équilibre avec les résistances des côtés de la fente DE & DF, ces trois Puissances sont dans la même proportion que les trois lignes droites EF, DE & DF. Car il suit de la composition du mouvement que lorsque trois Puissances sont en équilibre entre elles, elles sont dans la même proportion que les trois côtés d'un triangle paralleles à leurs directions respectives, & par conséquent comme les trois côtés d'un triangle perpendiculaires à leurs directions; ce dernier triangle étant évidemment semblable au premier. Mais EF est perpendiculaire à la direction dans laquelle le Poids du Coin, ou la Puissance qui l'enfonce est supposé agir, & DE, DF sont per-

pendiculaires aux directions dans lesquelles leurs résistances sont supposées agir, par conséquent la Puissance qui pousse le Coin & ces résistances sont dans la même proportion que EF, DE & DF. Si on fait d'autres suppositions sur les résistances des côtés de la fente DE & DF, les proportions des Puissances seront déterminées par le même principe.

22. Lorsqu'un point se meut le long d'un Cylindre avec un mouvement uniforme sur sa surface courbe, tandis que la ligne qu'il parcourt est elle-même emportée d'un mouvement uniforme autour de l'axe du Cylindre, il résulte de ce mouvement composé une ligne qu'on appelle une Spirale. Lorsque cette ligne est élevée sur la surface externe du Cylindre, on lui donne le nom de *Vis extérieure*; mais si la même ligne est enfoncée dans l'intérieur du Cylindre, on l'appelle *Vis intérieure* ou *Ecrou*. Lorsqu'on fait tourner une de ces Vis autour de l'autre, on doit en fixer une, elles forment alors une Machine de grande force pour presser les Corps ou les mettre en mouvement. Si une Puissauce P (*Fig.* 38.) tourne l'une des deux Vis avec une direction parallele à la Base, elle soutiendra le Poids W, qui doit être élevé, si elle est à W dans la même proportion que la distance entre deux Spirales les plus proches est à la circonférence du cercle décrit par la Puissance P; parce que tandis que la Puissance fait une révolution complette, la Vis avance de la distance de deux Spirales situées l'une près de l'autre; & la vitesse de la Puissance est à la vitesse du Poids comme la circonférence décrite par P est à cette distance. On trouvera la même chose en considérant la Vis comme un Plan incliné roulé autour d'un Cylindre. Dans cette Machine le frottement est très-grand. De ces Machines simples on en forme de composées par plusieurs combinaisons, qui servent à différens usages : & dans lesquelles les mêmes Loix générales ont lieu par,

ticulierement celle qui est exposée au §. 2 : Que la Puissance & le Poids se soutiennent réciproquement lorsqu'ils sont en raison inverse des vitesses qu'ils auroient dans les directions dans lesquelles ils agissent, s'ils étoient mis en mouvement. Par là le fameux Problême est résolu où il s'agit de mouvoir un Poids donné par une Puissance donnée, pourvû que la résistance causée par le frottement puisse être surmontée. Comme il est d'une très-grande importance de diminuer ce frottement, on a imaginé différens Méchanismes pour parvenir à ce dessein. Dans les Roues des différentes especes de voitures, on a transporté le frottement de la circonférence de la Roue (où il agiroit si la Roue ne tournoit pas) à la circonférence de l'Essieu ; & par conséquent on a diminué le frottement en raison du rayon de l'Essieu au rayon de la Roue ; ainsi en ce cas on diminue toujours le frottement en diminuant le diametre de l'Essieu ou en augmentant celui de la Roue. Le frottement est pareillement diminué en faisant appuyer l'Essieu d'une Machine sur des circonférences de Roues qui tournent avec lui, au lieu de reposer dans des cavités fixes qui causent beaucoup de frottement : car par ce Méchanisme on transporte le frottement des circonférences de ces Roues à leurs Pivots ; & on peut toujours diminuer de plus en plus le frottement en faisant porter les Essieux de ces Roues sur d'autres Roues qui tournent avec eux. Il est à peine possible de donner des Regles générales & exactes sur le frottement, puisqu'il dépend de la structure des Corps, de la forme de leurs parties prominentes, de leurs cavités, de leur dureté, de leur élasticité, de leur cohérence & de plusieurs autres circonstances. Quelques Physiciens ont fait le frottement sur un Plan horizontal égal au tiers du Poids, mais d'autres ont trouvé qu'on ne devoit l'estimer que le quart, & quelquefois seulement $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{7}$ du Poids. Des Auteurs ré-

cens nous ont dit que le frottement ne dépendoit pas de la surface du Corps, mais seulement de son Poids; on n'a pas trouvé non plus que cela fut exactement vrai. Dans les petites vitesses le frottement est à-peu-près en même raison que les vitesses: mais dans les plus grandes vitesses le frottement augmente en plus grande proportion, soit que les Corps soient secs ou frottés d'huile.

24. Le second Problême général en Méchanique dont nous avons parlé ci-dessus, est de déterminer la proportion que la Puissance & le Poids doivent avoir entre eux, afin que lorsque la Puissance l'emporte & que la Machine est en Mouvement, elle puisse produire le plus grand effet possible dans un tems donné. Il est évident que c'est une recherche de la derniere importance, quoique peu de Méchaniciens y ayent fait attention. Lorsque la Puissance est seulement un peu plus grande que celle qui suffiroit pour soutenir le Poids le mouvement est trop lent; & quoique dans ce cas on éleve un plus grand Poids, cela ne suffit pas pour compenser la perte du tems. Lorsque le Poids est beaucoup plus petit que celui que la Puissance est en état de soûtenir, il est élevé en moins de tems; & il peut se faire que cela ne soit pas suffisant pour compenser la perte qui vient de la petitesse du Poids. On doit donc déterminer dans quel cas le produit du Poids multiplié par sa vitesse est le plus grand possible; car ce produit mesure l'effet de la Machine dans un tems donné, & cet effet est plus grand à proportion que le Poids élevé est plus grand, & qu'il est élevé avec plus de vitesse. Nous rapporterons donc quelques exemples de ce genre qui peuvent être démontrés par la Géométrie commune élémentaire; souhaitanr qu'on fasse de plus grands progrès dans cette partie si utile des Méchaniques.

25. Lorsque la Puissance l'emporte, & que la Machine commence à se mouvoir, le Mouvement du

Poids est d'abord accéléré par dégrés. L'action de la Puissance étant supposée invariable, son influence sur le Mouvement du Poids diminue à mesure que la vitesse du Poids augmente. Ainsi l'action d'un Courant d'Eau ou d'Air sur une Roue doit être estimée seulement par l'excès de la vitesse du Fluide sur la vitesse qu'a déja acquise la partie de la Machine qu'il frappe, ou par leur vitesse respective. D'un autre côté le Poids du Corps qui doit être élevé & le frottement tendent à retarder le Mouvement de la Machine ; & lorsque ces forces, c'est-à-dire, celles qui tendent à l'accélérer & celles qui tendent à le retarder deviennent égales, la Machine persiste alors dans le Mouvement uniforme qu'elle a acquis.

Que AB (*Fig.* 39.) représente la vitesse du Courant, AC la vitesse de la Partie de la Machine qu'il frappe, lorsque le Mouvement de la Machine devient uniforme ; & CB représentera leur vitesse respective de laquelle l'effet de la Machine dépend. On sçait que l'action d'un Fluide sur un Plan donné est comme le quarré de cette vitesse respective; par conséquent le Poids élevé par la Machine lorsque son Mouvement devient uniforme étant égal à cette action est pareillement comme le quarré de CB. Que ce quarré soit multiplié par AC, vitesse de la partie de la Machine poussée par le Fluide, & l'effet de la Machine dans un tems donné sera proportionel à $AC \times CB^2 =$ (supposant CB divisée en deux également en D) $AC \times 2CD \times 2DB = 4AC \times CD \times DB$, par conséquent l'effet de la Machine est le plus grand qui soit possible, lorsque le produit de de AC, CD & DB est le plus grand. Mais il est aisé de voir que ce produit est le plus grand, lorsque les parties AC, CD & DB sont égales, car si vous décrivez un demi-cercle sur AD, & que la perpendiculaire CE rencontre le cercle en E, alors $AC \times CD = CE^2$, & ce produit est le plus grand lorsque C est le centre

du cercle; ensorte qu'afin que AC × CD × DB soit le produit le plus grand possible, AD doit être divisée en deux également au point C, & CB ayant été divisée en deux également en D, il suit que AC, CD, DB doivent être égales; ou que AC vitesse de la partie de la Machine poussée par le Courant ne doit être qu'un tiers de AB vitesse du Courant. Dans ce cas lorsque (faisant abstraction du frottement) la Machine agit avec le plus grand avantage, le Poids qu'elle éleve est au Poids qui soutiendroit précisement la force du Courant, comme le quarré de CB, vitesse relative de la Machine & du Courant, au quarré de AB qui seroit la vitesse relative, si la Machine étoit en repos; c'est-à-dire comme 2 × 2 à 3 × 3 ou 4 à 9. Donc afin que la Machine puisse avoir le plus grand effet possible, elle ne doit pas être plus chargée que du $\frac{4}{9}$ du Poids qui est précisement en état de soutenir les efforts du Courant. Le Lecteur trouvera ce sujet traité plus au long dans mon Traité des Fluxions §. 908.

26. Pour donner un autre exemple, supposons qu'un Poids donné P (*Fig.* 40.) descendant par sa gravité dans la ligne verticale, éleve un plus grand Poids W pareillement donné, par la corde PMW (qui passe sur la Poulie fixe M) le long du Plan incliné BD, dont la hauteur BA est donnée, & qu'on demande de trouver la position de ce Plan le long duquel W doit être élevé dans le moins de tems possible, de la ligne horizontale AD en B. Que BC soit le Plan sur lequel W étant posé seroit exactement soutenu par P, & par le §. 20. de ce Chapitre, P seroit à W comme AB, est à BC; mais W est à la force avec laquelle il tend à descendre le long du Plan BD comme BD à AB, par le même article; par conséquent le Poids P est à cette force comme BD à BC. Donc l'excès de P sur cette force (lequel excès est la Puissance qui accélére les mouvemens de P & de W) est à P comme BD — BC est à BD,

ou, prenant BH sur BC égale à BD, comme CH à BD. Mais on sçait que les Espaces parcourus par des Mouvemens uniformement accélérés sont en raison composée des forces qui les produisent & des quarrés des tems; ou que le quarré du tems est directement comme l'Espace parcouru dans ce tems, & réciproquement comme la force; par conséquent le quarré du tems dans lequel BD est parcouru par W, sera directement comme BD, & réciproquement $\frac{CH}{BD}$, & il sera le moindre possible lorsque $\frac{BD^2}{CH}$ est un *Minimum*, c'est-à-dire lorsque $\frac{BC^2}{CH} + CH + 2BC$, (ou parce que 2BC est invariable) lorsque $\frac{BC^2}{CH} + CH$ est un *Minimum*. Maintenant comme la somme de deux quantités étant donnée, leur produit est un *Maximum*, lorsqu'elles sont égales entre-elles; de même il est évident que lorsque leur produit est donné, leur somme doit être un *Minimum* si elles sont égales. Ensorte qu'il suit que de même que dans la derniere Section, le Rectangle ou le produit des deux parties égales AC & CD étoit CE^2; ainsi le Rectangle ou le produit de deux parties inégales quelconques qui composent la ligne AD, est moindre que CE^2, & AD est la plus petite somme de deux quantités, dont le produit est égal à CE^2. Mais le produit de $\frac{BC^2}{CH}$ & CH est BC^2 & par conséquent donné. Donc la somme de $\frac{BC^2}{CH}$ & CH est la moindre lorsque ces parties sont égales, c'est-à-dire lorsque CH est égale à BC, ou BD égale à 2BC. Il paroît donc que lorsque la Puissance P & le Poids W sont donnés & que W doit être élevé sur un Plan incliné du niveau du point donné A au point donné B, dans le moindre tems possible, nous devons d'abord trouver le Plan BC sur lequel W seroit soutenu par P, & prendre le Plan

BD

BD dont la longueur eſt double de celle du Plan BC; ou nous devons faire uſage du Plan BD ſur lequel un Poids double de W ſeroit ſoutenu par la Puiſſance P.

27. Qu'un Fluide qui ſe meut avec la viteſſe & la direction AC (*Fig.* 41.) frappe le Plan CE, & ſuppoſons que ce Plan ſe meuve parallele à lui-même dans la direction CB perpendiculaire à CA, ou qu'il ne puiſſe ſe mouvoir dans aucune autre direction; alors qu'on demande de trouver la poſition la plus avantageuſe du Plan CE, afin qu'il reçoive la plus grande impulſion de l'action de ce Fluide. Que AP ſoit perpendiculaire à CE en P, tirez AK parallele à CB, & que PK lui ſoit perpendiculaire en K, & AK meſurera la force avec laquelle chaque partie du Fluide pouſſe le Plan EC dans la direction CB. Car la force de chacune de ces parties étant repréſentée par AC, que cette force ſoit réſolue en AQ parallele à EC, & AP qui lui eſt perpendiculaire; il paroîtra ainſi qu'il n'y a que AP qui ait quelque effet ſur le Plan CE. Que cette force ſoit réſolue en la force AL perpendiculaire à CB, & la force AK qui lui eſt parallele; alors il eſt évident que la premiere AL n'a aucun effet pour mouvoir le Plan dans la direction CB; enſorte que la derniere AK ſeulement meſure l'effort avec lequel la partie du Fluide augmente le Mouvement du Plan CE dans la direction CB. Que EM & EN ſoient perpendiculaires à CA & CB, en M & en N; & le nombre des parties qui ſe meuvent dans les directions paralleles à AC, & qui tombent ſur le Plan CE ſera comme EM. Donc l'effort du Fluide ſur CE étant comme la force de chaque partie & comme le nombre de ces parties, ſera comme $AK \times EM$; ou à cauſe que AK eſt à AP(=EM) comme EN à CE comme $\frac{EM^2 \times EN}{CE}$; enſorte que CE étant donnée, le Problême ſe réduit à ceci: trouver le cas où $EM^2 \times EN$ eſt le produit le plus grand poſſible.

Mais parce que la somme de EM^2 & de EN^2 ($= CM^2$) est donnée, étant toujours égale à CE^2, il suit que $EN^2 \times EM^4$ est le le plus grand produit possible, lorsque $EN^2 = \frac{1}{3} CE^2$; de la même maniere qu'on a démontré au §. 25., que lorsque la somme de AC & CB étoit donnée, $AC \times CB^2$ étoit le plus grand produit lorsque $AC = \frac{1}{3} AB$. Mais lorsque $EN^2 \times EM^4$ est le plus grand produit possible, sa racine quarrée $EN \times EM^2$ est aussi nécessairement la plus grande possible. Donc l'action du Fluide sur le Plan CE dans la direction CB est la plus grande lorsque $EN^2 = \frac{1}{3} CE^2$, & par conséquent $EM^2 = \frac{2}{3} CE^2$; c'est-à-dire lorsque EM sinus de l'angle ACE, dans lequel le Courant frappe le Plan, est au rayon, comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$; dans lequel cas, il paroît aisément par les Tables Trigonometriques, que cet angle est de 54°. 44'.

28. On peut résoudre differens Problêmes utiles en Méchanique, par ce qui a été démontré dans le dernier Article. Si nous représentons la vitesse du Vent par AC, une Section de l'Aîle du Moulin à Vent perpendiculaire à sa longueur par CE; comme il suit de la nature de la Machine que son Axe doit être tourné directement du côté du Vent, & que l'Aîle ne peut se mouvoir que dans une direction perpendiculaire à l'Axe, il paroît que, lorsque le Mouvement commence, le Vent aura la plus grande Force pour accélérer ce Mouvement lorsque l'Angle ACE, dans lequel le Vent frappe l'Aîle, est de 54° 44'. De la même maniere si CB représente la direction du Mouvement d'un Vaisseau ou la position de sa Quille, faisant abstraction de son Mouvement de côté, & AC la direction du Vent perpendiculaire à celle du mouvement du Vaisseau, alors la position la plus avantageuse de la Voile CE pour accélérer son mouvement dans la direction CB, est lorsque l'Angle ACE dans lequel le Vent frappe la Voile, est de 54° 44'. On détermine de même

la meilleure position du Gouvernail, afin qu'il puisse avoir le plus grand effet pour faire tourner le Vaisseau, & dans une Lettre * au Sçavant Martin FOLKES, Ecuyer, Président de la Société Royale, j'ai fait voir combien cet Angle entre dans la détermination de la Figure du Rhombe qui forme les bases des Cellules où les Abeilles déposent leur miel, de la maniere la plus économique.

29. Mais on doit observer avec soin que lorsque le sinus de l'Angle ACE est au rayon comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$, ou ce qui est la même chose, lorsque sa Tangente est au rayon comme la diagonale d'un quarré à son côté, c'est l'angle le plus avantageux seulement au commencement du mouvement de la Machine ; ensorte que les Aîles d'un Moulin à Vent commun doivent être situées de façon que le Vent les frappe dans un plus grand Angle que celui de 54°. 44'. Car nous avons démontré ailleurs que lorsque quelque partie de la Machine a acquis la vitesse c, l'effort du Vent sur cette partie sera le plus grand lorsque la Tangente de l'angle dans lequel le Vent la frappe est au rayon non pas comme $\sqrt{2}$ à 1, mais comme $\sqrt{2+9\frac{cc}{4aa}}+\frac{3c}{2a}$ à 1, la vitesse du Vent étant représentée par a. Si par exemple $c=\frac{1}{2}a$ alors la Tangente de l'Angle ACE doit être double du rayon, c'est-à-dire, l'Angle ACE doit être de 63°. 26'. Si $c=a$, alors ACE doit être de 74°. 19'. Cette Observation est de grande importance, parce que dans cette Machine les vitesses des parties de l'Aîle éloignée de l'Axe ont une proportion considérable à la vitesse du Vent, & quelquefois même lui sont égales ; & de plus parce qu'un sçavant Auteur, M. Daniel Bernouilli a tiré une conclusion opposée de ses calculs dans son *Hydrodynamique* en prenant un *Minimum* pour un *Maximum*, où il conclud que l'Angle dans lequel le Vent frappe le Volant doit diminuer comme la distance de l'axe du

* Transactions Philosophiques. N. 471.

Mouvement augmente, que si $c = a$ le Vent devoit le frapper dans un Angle de 45°, & que si le Volant étoit dans un Plan, il devoit être incliné au Vent dans un angle d'environ 50°, en prenant un terme moyen; nous avons expliqué ailleurs * comment il tomba dans ces méprises. De même quoique l'Angle ACE de 54° 44' soit le plus avantageux au commencement du Mouvement lorsque le Vaisseau est à la Voile avec un Vent de côté, cependant on devroit le rendre plus grand dans la suite à mesure que le Mouvement augmente. En général que Aa parallele à CB soit à AC, comme la vitesse que la Machine a déja acquise dans la direction CB est à celle du Courant; sur AC prolongée prenez AD à AC comme 4 à 3, tirez DG parallele à CB, & décrivez du centre C avec le rayon Ca un cercle qui rencontre DG en g, & le Plan CE sera dans la situation la plus avantageuse pour accélérer le Mouvement de la Machine, lorsqu'il divise en deux également l'angle aCg. On suppose généralement qu'un Vent direct favorise toujours plus le mouvement du Vaisseau, la Voile étant perpendiculaire au Vent, qu'aucun Vent de côté; & cette opinion a été soutenue dans differens Traités ingénieux qui ont nouvellement paru; mais pour prévenir les erreurs, nous sommes obligés d'observer que le contraire a été démontré dans notre Traité des Fluxions §. 919; où on trouvera d'autres exemples de ce second Problême général de Méchanique auxquels nous renvoyons.

30. Les Puissances méchaniques suivant leur diverse structure servent à differens desseins; c'est à l'habile Méchanicien à les choisir ou à les combiner de la maniere la plus propre à produire l'effet requis par la puissance dont il peut disposer, & avec la moindre dépense possible. Le Levier peut être employé lorsqu'on a besoin de n'élever les Poids que fort peu, à moins que la

* Traité des Fluxions, §. 914.

Machine elle-même ne soit en mouvement, comme par exemple, pour tirer des pierres hors de leurs lits dans les carrieres, mais l'Axe & la Roue serviront pour élever des Poids des lieux les plus profonds. Les Poulies étant aisées à transporter sur les Vaisseaux, y sont pour cela fort employées. Le Coin est excellent pou- séparer les parties des Corps; & la Vis pour les comr primer ou les resserrer ensemble, & même son grand frottement est quelquefois utile pour conserver l'effet qu'elle a déja produit. La force de la Machine & de ses parties doit être proportionnée aux effets qu'elle est destinée à produire. Comme nous avons trouvé que lorsque le centre du Mouvement est situé entre la Puissance & le Poids, il soutient la somme de leurs efforts, il suit delà qu'on ne doit pas employer une petite Balance pour peser de grands Poids, car ils dérangeroient sa structure & la rendroit incapable de servir à cet usage avec exactitude. Les grandes Machines ne sont pas propres non plus à produire de petits effets : on doit laisser le détail de ces sortes de choses à un Méchanicien habile & expérimenté.

31. Mais nous avons souvent d'autres objets en vûe dans la Méchanique que d'élever des Poids & de surmonter des résistances. Produire un Mouvement régulier qui puisse servir à mesurer le tems aussi exactement qu'il est possible, c'est un des Problêmes les plus importans de cette Science, & qu'on a résolu avec succès jusqu'ici en adaptant des pendules aux Horloges; quoiqu'on ait inventé plusieurs moyens ingénieux de corriger les irrégularités de ces Mouvemens causées par les ressorts. Plusieurs personnes ont fait tous leurs efforts pour trouver un Mouvement perpétuel, mais sans succès; & il y a lieu de penser suivant les principes de Méchanique qu'un tel Mouvement est impossible. Dans plusieurs cas lorsque les Corps agissent les uns sur les autres, il y a un gain de mouvement absolu, mais ce

gain eſt toujours égal dans des directions oppoſées, & la quantité de mouvement direct n'eſt jamais augmentée. Pour produire un mouvement perpetuel, il eſt néceſſaire qu'un nombre de Corps déterminé ſe meuvent continuellement dans un certain Eſpace & d'une certaine maniere, & pour cela il doit y avoir une ſuite d'actions qui ſe ſuccédent ſans ceſſe comme dans un cercle, afin de rendre le mouvement continuel; enſorte que toute action par laquelle la quantité de force abſolue eſt augmentée (& il y en a de pluſieurs ſortes) a une action oppoſée correſpondante qui détruit ce gain de force, & en rétablit la quantité à ſon premier état. Ainſi il n'y aura jamais par ces actions aucun gain de force directe pour ſurmonter le frottement & la réſiſtance du milieu; mais chaque Mouvement ſera détruit peu-à-peu par ces réſiſtances, & à la fin les mouvemens produits par toutes ces actions languiront & ceſſeront entierement.

32. Pour mettre cette vérité encore dans un plus grand jour, nous obſerverons qu'on convient que par la réſolution de la force il y a un gain ou une augmentation de quantité abſolue de forces, ainſi les forces AB & AD (*Pl. I. Fig.* 2.) priſes enſemble ſurpaſſent la force AC qui cependant eſt réſolue en ces deux forces, mais on ne peut par aucune Machine que ce ſoit réſoudre le Mouvement à l'infini; ceux qu'on a réſolus doivent être de nouveau compoſés pour faire un mouvement continuel, & le gain acquis par la réſolution ſera de nouveau perdu par la compoſition. De la même maniere ſi vous ſuppoſez A & B (*Fig.* 42.) parfaitement élaſtiques, & que le moindre Corps A frappe B en repos, il y aura une augmentation de la quantité abſolue de force, parce que A rejaillira; mais ſi vous les ſuppoſez tous deux tourner autour d'un centre C, après le Choc, enſorte qu'ils ſe rencontrent de nouveau en *a* & *b*, cette augmentation de force ſera perdue & leur mouvement réduit à ſa premiere quantité. Un pareil gain

de force qui se perd ensuite dans les actions des Corps ne peut donc jamais produire un Mouvement perpetuel. Il y a encore plusieurs autres manieres de gagner de la force absolue ; mais puisqu'il y a toujours un gain égal dans des directions opposées, & qu'il n'y a aucune augmentation acquise dans la même direction, dans le cercle d'actions nécessaires pour produire un mouvement perpetuel, ce gain sera aussi-tôt perdu, & ne servira pas à la dépense nécessaire de force employée à surmonter le frottement & la résistance du milieu.

33. Nous devons donc observer que quoiqu'on put démontrer que dans un nombre infini de Corps ou dans une Machine infinie, il pourroit y avoir perpetuellement un gain de force & un mouvement continué à l'infini, il ne s'ensuit pas de-là qu'un mouvement perpetuel puisse être produit. Celui qui fut proposé par M. Leibnitz au Mois d'Août 1690, dans les Actes de Leipsick, comme une conséquence de l'estimation commune des forces des Corps en mouvement, est de ce genre, & pour cette raison & plusieurs autres il doit être rejetté. Il est cependant nécessaire d'ajoûter que quoiqu'à plusieurs égards, il paroisse préférable de mesurer les forces aussi bien que les mouvemens des Corps par leurs vitesses & non pas par les quarrés de leurs vitesses ; cependant pour donner une plus grande vitesse à un Corps, la Puissance ou la cause qui doit la produire doit augmenter en plus grande proportion que cette vitesse ; parce que l'action de la Puissance sur le Corps, dépend seulement de leur mouvement rélatif ; ensorte que l'action totale de la Puissance n'est pas employée à produire du mouvement dans le Corps, mais une partie considérable de cette action sert à soutenir la Puissance, afin de la mettre en état de suivre le Corps & d'agir sur lui. Ainsi toute l'action du Vent n'est pas employée à accélérer le mouvement du Vaisseau, mais seulement l'excès de sa vitesse sur

celle de la Voile contre laquelle il agit, étant réduite l'une & l'autre à la même direction. Lorsque le Mouvement est produit dans un Corps par des ressorts, il n'y a que le dernier qui agit sur le Corps par le contact, & les autres servent seulement à le soûtenir dans son action ; ensorte qu'il faut un plus grand nombre de ressorts pour accélérer la vitesse d'un Corps qu'en raison de l'augmentation de cette vitesse. Une Puissance double, comme celle de la Gravité, produira un mouvement double en même tems, & un mouvement double dans un Corps élastique peut produire un double mouvement dans un autre Corps de la même espece. Mais deux impulsions successives égales agissant sur le même Corps ne produiront pas un mouvement double de celui qui seroit produit par la premiere impulsion; parce que la seconde impulsion a nécessairement un effet moindre sur le Corps qui est déja en mouvement que la premiere qui agissoit sur lui lorsqu'il étoit en repos. De même s'il y a une troisiéme & quatriéme impulsion, la troisiéme aura un effet moindre que la seconde & la quatriéme moindre que la troisiéme. De-là il paroît quelle réponse nous devons faire à l'argument spécieux dont on s'est servi pour démontrer la possibilité du Mouvement perpetuel.

Que la hauteur AB (*Planch. III. Fig.* 43.) soit divisée en quatre parties égales AC, CD, DE, EB: supposons que le Corps A acquiert par la descente AC une vitesse comme 1, & que ce mouvement par quelque moyen soit transmis à un Corps égal B; alors que le Corps A par une descente égale CD, acquiere un autre mouvement comme 1, qui sera transmis pareillement au même Corps B, lequel de cette maniere est supposé acquérir un mouvement comme 2, suffisante pour le faire monter de B en A; & parce qu'il reste encore les mouvemens que A acquiert par les descentes DE & EB, qui peuvent être en état de tenir une Machi-

ne

ne mouvement, tandis que B & A montent & descendent alternativement, on conclud de-là que de cette maniere il peut être acquis un gain de force suffisant pour produire un mouvement perpetuel. Mais il paroît par ce qui a été démontré qu'un mouvement comme 2 ne peut être produit en B par les deux impulsions successives transmises de A, chacune desquelles est comme 1.

Quelques Auteurs ont proposé des projets pour produire un mouvement perpetuel dans le dessein de les refuter ; mais ne donnant pas de bonnes réponses ils ont plutôt confirmé les ignorans dans leurs espérances mal-fondées. Nous en avons un exemple dans la *Magie Mathématique du Docteur Wilkin*, *Livre II. Chap. XIII.* Un Aiman en A (*Fig.* 44.) est supposé avoir une force suffisante pour élever un Corps pesant le long du Plan FA de F en B, d'où le Corps est supposé descendre par sa Gravité le long de la courbe BEF, jusqu'à ce qu'il retourne à sa premiere place FF; ensorte qu'il s'éleve ainsi le long du Plan A, & descende le long de la courbe BEF continuellement. Mais supposons que BZE soit une surface sur laquelle un Corps étant placé, sa Gravité & l'attraction de l'Aiman se contrebalanceroient, cette surface rencontrera BEF à quelque point E entre A & F, & le Corps s'arrêtera en descendant le long de AEF au point E.



Bb

CHAPITRE IV.

Du Choc des Corps.

1. QUoique les Loix du Mouvement & les Principes de Méchanique soient suffisamment expliqués & démontrés dans les Chapitres précédens, il est à propos avant que nous procédions à des sujets plus relevés, de considérer les Mouvemens les plus simples & les plus communs avec les Phénomenes qui en dépendent. Ces Loix & ces Principes recevront delà une nouvelle lumiere, & on se convaincra de l'exactitude de nos Méthodes de raisonner en conséquence de ces mêmes Principes. Les Mouvemens dont nous devons parler sont ceux qui sont produits par les Corps en se heurtant les uns les autres; nous avons occasion de les observer souvent, & il dépend de nous de les répéter par différentes expériences. C'est toujours en commençant par les Phénomenes les plus simples que nous pouvons analyser les Loix de la Nature avec la plus grande certitude; de ceux-là nous nous élevons ensuite à d'autres beaucoup plus compliqués: mais il seroit absolument contraire aux régles de la bonne Méthode de commencer par ces derniers. Il seroit ridicule, par exemple, si on vouloit parler ou donner une vraie notion de l'inertie des Corps, de commencer par des expériences chymiques sur la fermentation, les dissolutions des Corps par les Menstrues, les Phénomenes de la Putréfaction & autres d'un genre plus compliqué. Si nous commençions à fixer notre attention sur ces Phénomenes, nous serions portés à attribuer aux Corps une activité qui répugne réellement à leur nature. C'est par des observations & des expériences sur les Corps

ſenſibles & groſſiers que nous devons acquérir la connoiſſance des premiers Principes de cette Science. La Doctrine du Choc des Corps étoit très-évidente & très-claire, & déduite d'une maniere ſatisfaiſante des Loix du Mouvement avant que quelques Auteurs de ces derniers tems ſe fuſſent efforcés de l'obſcurcir, en y introduiſant des notions obſcures, en faveur de leur nouvelle Doctrine ſur l'eſtimation des forces des Corps en mouvement;mais nous n'aurons aucun égard à ces innovations, & nous tâcherons de déduire cette Doctrine d'une maniere claire & ſatisfaiſante des Principes établis & éclaircis dans le ſecond Chapitre.

2. Les Corps ont été communément diſtingués en trois eſpeces: on appelle parfaitement Durs ceux dont les parties ne cédent point dans leurs Chocs, mais ſont abſolument infléxibles, & c'eſt de cette nature qu'on ſuppoſe être les élémens des Corps ou les Atômes. On appelle *Mous* ceux dont les parties cédent dans leurs Chocs, mais ne ſe rétabliſſent pas à leurs premieres ſituations. On donne le nom d'*Elaſtiques* à ceux qui cédent dans leurs Chocs, mais qui ſe rétabliſſent enſuite à leur premier état: & on les appelle parfaitement élaſtiques, lorſqu'ils ſe rétabliſſent avec la même force avec laquelle ils ſont comprimés. Les actions des Corps parfaitement durs & infléxibles les uns ſur les autres ſont conſommées dans un moment: & comme il n'y a aucun reſſort, ni aucune force pour les ſéparer, ils ſe joignent après le Choc comme s'ils ne formoient qu'un ſeul Corps. Mais lorſqu'une Puiſſance ou une Force agit ſur un Corps élaſtique, ſes parties cédent d'abord, & ſe rétabliſſent enſuite peu-à-peu à leurs premieres ſituations. Il y a un tems requis pour cela qui doit être diſtingué en deux périodes; la premiere eſt le tems durant lequel les parties cédent & ſont comprimées de plus en plus; l'autre eſt celui où elles ſe rétabliſſent à leur premier état. Lorſque deux Corps ſphériques élaſtiques ſe ren-

contrent, ils se touchent d'abord en un point, mais leur contact augmente par degrés à mesure que les parties qui se touchent & se pressent mutuellement viennent à ceder, jusqu'à leur plus grande compression : & ensuite ces parties se rétablissent à leurs premieres situations par les mêmes degrés, quoique dans un ordre contraire. Les actions des Corps élastiques peuvent être expliquées en imaginant des ressorts KL placés entre les Corps durs A & B (*Fig.* 14.); car les ressorts doivent avoir le même effet dans ce cas, que l'élasticité des parties des Corps. Si A se meut vers B comprime les ressorts, & par leur médiation agit sur B, les ressorts seront de plus en plus comprimés, jusqu'à ce que les deux Corps ayent des vitesses égales dans la même direction, & alors, aucune force n'agissant sur les ressorts, ils auront la liberté de commencer à se détendre, ce qu'ils feront par les mêmes degrés qu'ils ont été comprimés dans un ordre contraire : & c'est là la seconde période de l'action des Corps l'un sur l'autre. Dans la premiere action des Corps élastiques ou des Corps agissant par l'intervention des ressorts, les mêmes effets sont produits que s'ils étoient parfaitement durs. A la fin de cette période la vitesse respective des Corps est détruite, & dans l'instant où elle cesse la seconde commence, leurs vitesses dans la même direction étant alors égales. Dans cette seconde période de l'action des Corps, si l'élasticité est parfaite, les ressorts se détendant avec la même force avec laquelle ils étoient comprimés, les Corps doivent se séparer avec une vitesse respective égale à celle qu'ils avoient avant leur Choc, & quelque mouvement qui ait été ajoûté à chacun d'eux ou qui en ait été retranché dans la premiere période, ils en perdront ou en recevront autant dans la même direction durant la seconde période ; ensorte qu'il y aura deux fois autant de force perdue, ou deux fois autant de gagnée par l'un & l'autre de ces Corps,

que s'ils eussent été parfaitement durs.

3. Les effets produits dans la premiere période de l'action des Corps qui ont une élasticité imparfaite sont les mêmes que si les Corps étoient parfaitement élastiques; mais parce que leurs parties se rétablissent à leurs premieres situations avec une force moindre que celle qui les avoient déplacées, il y a moins de force gagnée ou perdue dans la seconde période que dans la premiere. Il y a cependant une proportion constante observée entre ce qui est perdu ou gagné dans ces deux périodes dans la même sorte de Corps; ensorte qu'il y a un rapport constant entre leurs vitesses respectives avant & après le Choc. Dans le Verre, par exemple, on trouve que cette proportion est comme de 16 à 15.

4. Dans les Corps mous, dont les parties cédent & ne se rétablissent point du tout à leurs premieres situations, l'action doit être la même que dans la premiere période des Corps parfaitement élastiques & de ceux qui sont d'une dureté parfaite. Leur vitesse respective est détruite par le Choc, l'inertie ou la résistance des parties ayant le même effet dans ce cas que leur ressort dans l'autre. Après le Choc ils vont ensemble comme une seule masse, n'y ayant point de ressort pour les séparer. Parce que les parties cédent dans leurs Chocs, quelques Philosophes ont imaginé qu'il devoit y avoir de la force perdue en produisant cet effet; mais il n'y a point de mouvement communiqué à quelque partie qui puisse le perdre sans le communiquer à d'autres. Un Corps qui se meut dans un Fluide ne perd aucune force que celle qu'il communique aux parties du Fluide; & celui qui agit sur un Corps mou, ne peut perdre d'autre force que celle qu'il communiquera aux parties de ce Corps, laquelle sera par conséquent réunie à la force du tout. Les parties sont à la vérité mues hors de leurs premieres places, mais cela ne peut produire aucune perte de force; car il est évident que si A se meut

& frappe B (*Fig.* 45.) & le pouſſe au point *b* où il frappe C, enſorte qu'il reſte lui-même à ce point *b*, toute la force que A avoit d'abord doit toujours ſe trouver en A ou en C, & il ne peut y avoir de force perdue ou conſumée à tranſporter B de ſa premiere place B à ſa derniere *b*, puiſque A n'a perdu que la force qu'il a donné à B, & que B ne peut avoir perdu que celle qu'il a communiquée à C. Il ne peut pas y avoir plus de force perdue dans ce cas, que ſi B avoit frappé C dans ſa premiere place B, & il n'y auroit pas plus de force perdue en B mû deux ou trois fois auſſi loin avant de frapper C. De même lorſqu'un Corps agit ſur un autre qui eſt mou, & déplace ſes parties, la force que le premier Corps perd eſt employé à la vérité à mouvoir ces parties qui acquierent tout ce qu'il perd, & ne perdent rien de la force qu'elles ont ainſi acquiſe qu'en la communiquant à d'autres parties; il n'importe pas à combien de diſtance elles ſoient mues de leurs places, mais quelle eſt la force qui leur eſt communiquée qu'il n'eſt pas poſſible de concevoir qu'elles puiſſent perdre par leurs ſimples déplacemens, ſans agir ſur d'autres parties.

5. On trouvera toujours ce principe vrai, quoique l'on ſuppoſe que les parties du Corps mou ſoient unies entre-elles avec un certain degré de force. On peut encore rendre ce cas plus clair, en ſuppoſant les parties B, C & D, (*fig.* 46.) cohérentes par un Reſſort d'un certain degré de force, & que A pouſſant C, change la ſituation de ces parties entre-elles. Dans ce cas A ne perdra aucune force qui ne ſoit entierement communiquée à C, mais quelque partie par la médiation du reſſort, doit être imprimée ſur B & D, & tout ce que A perd, & n'eſt pas donné à C, doit être communiqué à B & D, ſi nous ſuppoſons le reſſort infiniment délié, ou ſi nous faiſons abſtraction de ſon inertie, & que nous comptions toute la force dans la même di-

rection. Il est vrai que le ressort sera tendu par la force, qui est d'abord imprimée sur C; mais comme C ne peut perdre que ce qui est reçû par B & D, il ne peut y avoir de force perdue par cette cause; & si le ressort venoit à se rompre, il s'ensuivroit seulement qu'il n'y auroit plus, après cela, de force communiquée de C à B & à D. De l'égalité de l'action & de la réaction, il suit que le ressort agit également sur C & B, & sur C & D; ensorte qu'il ajoûte autant de force à B & D, qu'il en prend de C; & comme ce principe est toujours vrai, il doit aussi avoir lieu, dans l'instant que le ressort se rompt comme auparavant: la cohésion des parties, ne peut donc être la cause d'aucune perte de force, ayant égard à toutes celles qui sont affectées dans le Choc; & il paroît que c'est sans fondement, qu'on supposeroit qu'il y eut d'autre force consumée, en faisant céder les parties des Corps mous, que celle qui est rassemblée dans la masse totale du Corps, tandis que ses parties continuent d'être unies toutes ensembles.

6. Ces observations étant faites, soient supposés d'abord les Corps A & B (*Fig.* 47. privés d'élasticité, que C, soit leur centre de gravité, & que AD & BD représentent leurs vitesses avant le Choc. Alors supposant que le Choc soit direct, ils avanceront ensemble après le coup, comme s'ils ne formoient qu'une seule masse, & leur centre de gravité étant emporté avec eux, leur vitesse commune sera la même que celle de ce centre, qui (par le § 15 Chap. 2.) est la même avant & après le Choc. Mais tandis que les Corps parcourent AD & BD avant le Choc, leur centre de gravité se meut de C en D, lieu où ils se rencontrent, ou celui où l'un attrape l'autre; donc la vitesse commune de A & de B après le Choc, est mesurée par CD, leurs vitesses avant le Choc, étant représentées par AD & BD respectivement. La ligne droite CD marque la direction, aussi-bien que la vitesse de

leurs mouvemens après le Choc; car elle est toujours dans la direction de C à D. Si D tombe sur C, alors CD s'évanouit, & leurs mouvemens sont détruits par le Choc. Cette proposition sert à déterminer les cas où les Corps sont ou parfaitement durs, ou parfaitement mous.

7. Mais si les Corps sont parfaitement élastiques, prenez CE égale à CD, dans une direction opposée; & les vitesses de A & de B après le Choc, avec leurs directions, seront représentées par EA & EB respectivement. Car le changement produit dans leurs mouvemens par le Choc, étant, dans ce cas, double de ce qu'il étoit dans le précédent, par le § 2, & la différence de AD & CD (changement produit dans la vitesse de A dans le premier cas) étant égale à la différence de CD, ou CE, & EA, il suit que la vitesse de A après le Choc, est mesurée par EA; & la différence de EB & CD, ou CE, c'est-à-dire CB, étant égale à la différence de CD & BD, il suit que EB est la vitesse de B après le Choc. Si B étoit en repos avant le Choc, que AB représente la vitesse de A, prenez CE égale & opposée à CB, & EA, EB, représenteront les vitesses de A & de B, après le Choc: dans lequel cas la vitesse de A avant le Choc, est à la vitesse de B après le Choc, comme AB à EB ou 2CB; c'est-à-dire, comme la moitié de AB à CB, & par conséquent, (par la propriété du centre de gravité) comme la moitié de la somme des Corps A & B est à A.

On peut déduire immédiatement de ce Théorême, tous les cas relatifs au mouvement des Corps qui ont une élasticité parfaite. Par exemple, si les Corps A & B sont égaux, alors CA=CB, & puisque CE=CD, il suit que EA=BD & EB=AD; c'est-à-dire, que les Corps font échange de leurs vitesses par le Choc.

8. Mais si l'élasticité des Corps est imparfaite, prenez CE (*Fig*. 48, *n*. 1.) égale & opposée à CD, mais

Ca

C*a* moindre que CA, & C*b* moindre que CB, dans la même proportion que leur élaſticité eſt moindre qu'une élaſticité parfaite; & les lignes droites E*a* & E*b* repréſenteront leurs viteſſes après le Choc, par le § 3, parce que ſi nous diſtinguons le tems dans lequel les Corps agiſſent l'un ſur l'autre en deux périodes, comme dans cet article, l'effet produit dans la ſeconde période, ſera moindre que l'effet produit dans la premiere, en cette raiſon donnée. Dans ce cas, leur viteſſe reſpective après le Choc, eſt repréſentée par *ab*, & elle eſt à leur viteſſe reſpective avant le Choc, comme *ab* à AB. Le Chevalier Newton a trouvé que dans le Verre cette raiſon étoit comme de 15 à 16, ainſi que nous l'avons obſervé ci-deſſus; par conſéquent, en déterminant l'effet de leurs Chocs, nous devons prendre $Ca = \frac{15}{16} CA$, & $Cb = \frac{15}{16} CB$.

9. Si le Mouvement eſt communiqué de cette maniere du Corps A à une ſuite de Corps dans une progreſſion Géométrique, alors la viteſſe, communiquée ſucceſſivement à ces Corps, ſera pareillement, dans une progreſſion Géométrique; & ſi A & B ſont les deux premiers Corps, la raiſon commune des viteſſes ſera celle de la moitié de la ſomme de A & B au corps A; c'eſt-à-dire, ſi les Corps A & B ſont repréſentés par les lignes droites *oa* & *ob* (*Fig.* 48 *n.* 2.) & ſi *ab* eſt diviſée en deux également en *e*, la raiſon commune de deux viteſſes conſécutives quelconques dans la progreſſion, ſera celle de *oe* à *oa*; & ſi *n* repréſente le nombre des Corps, ſans y comprendre le premier A, la viteſſe du dernier ſera à la viteſſe du premier, comme la Puiſſance de *oa* dont l'expoſant eſt *n* à la même Puiſſance de *oe*.

10. Trois Corps étant repréſentés par *oa*, *ob* & *od*, prenez *of* à *od* comme *oa* eſt à *ob*; alors ſuppoſant que le Mouvement commence du premier *oa* (qui étoit ſuppoſé frapper *ob* en repos, & *ob* enſuite frapper *od*

aussi en repos) la vitesse communiquée de cette maniere au troisieme, sera à la vitesse du premier, comme *oa* est à la quatrieme partie de la somme de *oa*, *ob*, *of* & *od*. Car la vitesse du premier *oa* est à la vitesse du second *ob*, comme la somme de *oa* & *ob* à 2*oa*; la vitesse de *ob* est à celle de *od*, comme la somme de *ob* & *od* à 2*ob*; par conséquent la vitesse du premier *oa* est à la vitesse du troisieme *od*, en raison composée de *oa* + *ob* à 2*oa*, & de *ob* + *od* à 2*ob*, c'est-à-dire (puisque *oa*, *ob*, *of*, *od*, sont proportionnelles, ensorte que *oa* est à *ob*, comme *oa* + *of* à *ob* + *od*, & *oa* + *ob* à *ob*, comme la somme de *oa*, *ob*, *of*, *od* & à *ob* + *od*) comme la somme de *oa*, *ob*, *of* & *od*, est à 4*oa*. De-là la vitesse de *oa* étant donnée, la vitesse communiquée à *od* est réciproquement comme la somme de *oa*, *ob*, *of* & *od*, & elle est la plus grande, lorsque cette somme est la plus petite, c'est-à-dire, si *oa* & *od* sont donnés, lorsque *ob* & *of*, se confondent l'un avec l'autre & avec *ok* moyen proportionnel entre *oa* & *od*. Donc la vitesse communiquée à *od* est la plus grande lorsque *ob*, le Corps interposé entre *oa* & *od*, est moyen proportionnel entre eux. Ce Théorême est un de ceux de M. Huyghens; d'où il suit que plus il y a de tels moyens proportionnels géometriques interposés entre *oa* & *od*, plus grande est la vitesse communiquée à *od*. Il y a cependant une limite que la vitesse communiquée à *od* ne peut jamais atteindre, (les Corps *oa*, *od* & la vitesse de *oa* avant le Choc, étant donnés) mais dont elle approche continuellement à mesure que le nombre de ces Corps interposés entre *oa* & *od* est augmenté. Et cette limite est une vitesse qui est à celle du premier *oa* avant le Choc en raison soudoublée de *oa* à *od*; comme nous l'avons démontré dans nos Fluxions, §. 514.

11. Les mêmes principes serviront à déterminer les effets des Chocs, lorsqu'un Corps frappe un nombre

quelconque de Corps tout à la fois dans toutes directions quelles qu'elles soient. Que les Corps soient d'abord parfaitement durs & privés d'élasticité, & que le Corps C (*Fig.* 49.) se mouvant dans la direction CD avec une vitesse représentée par CD, frappe tout à la fois les Corps A, B, E, &c. qui sont supposés en repos avant le Choc, dans les directions CF, CH, CK, &c. dans le même Plan que CD, & que D*a*, D*b* & D*e* soient perpendiculaires à CF, CH, CK en *a*, *b*, & *e* respectivement. Déterminez le point P où le centre commun de gravité des Corps C, A, B, E se trouveroit, si leurs centres étoient placés aux points *c*, *a*, *b*, *e*, &c. respectivement, (par le §. 13. Chap. 2.); tirez DP, & CL parallele à DP sera la direction du Corps C après le Choc. Que PR perpendiculaire à DP rencontre CD en R, & que DL perpendiculaire à CD rencontre CL en L; alors si CL est divisée en G, ensorte que CG soient à CL en raison composée de celle de CD à CR & de celle du Corps C à la somme de tous les Corps, la vitesse de C après le Choc sera représentée par CG; c'est-à-dire la vitesse de C après le Choc sera à celle qu'il avoit auparavant comme CG est à CD. Que G*f*, G*h* & G*k* soient respectivement perpendiculaires sur CF, CH & CK en *f*, *h*, & *k*, & les vitesses de A, B & E après le Choc, seront représentées par C*f*, C*h* & C*k*.

Mais si nous supposons les Corps parfaitement élastiques ou que les vitesses respectives, avant & après le Choc, soit toujours égales, lorsqu'elles sont mesurées sur la même ligne droite; prolongez DG jusqu'à ce que D*g* soit égale à 2DG, tirez C*g* & le Corps C parcourra C*g* après le Choc, dans le même tems qu'il auroit parcouru une ligne droite égale à CD avant le Choc. On détermine les mouvemens de la même maniere, lorsque l'élasticité est imparfaite, si la vitesse respective après le Choc est toujours en raison donnée à la vitesse respective avant le Choc dans la même ligne droite.

M. Bernouilli n'a résolu qu'un cas très-limité de ce Problême dans son Essai sur le Mouvement, *Paris*, 1726; car il suppose les Corps parfaitement élastiques, & que, pour chaque Corps d'un côté de la ligne de direction CD, il y a toujours un Corps égal de l'autre côté, qui est poussé dans une ligne droite formant un angle égal avec CD; ensorte que le Corps C se meut avec la même direction après le Choc qu'auparavant. Il déduit la solution de ce cas particulier (qu'il représente comme une matiere de grande difficulté, & qu'il vante beaucoup comme le fruit de la nouvelle Doctrine sur les forces des Corps) de ce Principe » que la » somme des Corps multipliés par les quarrés de leurs » vitesses est la même avant & après le Choc; » Principe, cependant qu'il n'a jamais démontré; car il ne peut être consideré comme une conséquence immédiate de l'égalité de l'action & de la réaction, comme il l'a conclu trop légérement, ainsi que nous l'avons fait voir ci-dessus. Mais la solution de ces Problêmes & de plusieurs autres semblables se déduit d'une maniere aisée, naturelle & générale des Loix concernant la somme des Mouvemens d'un Systême de Corps estimés dans une direction donnée, & le Mouvement de leur centre de gravité qui n'est jamais affecté par le Choc.

12. Les mêmes choses étant supposées qu'au §. 7. parce que $CE = CD$ (*Fig.* 47.) il suit que $AD^2 - AE^2 = 4CE \times CA$; & que $EB^2 - BD^2 = 4CE \times CB$. Mais $A \times 4CE \times CA = B \times 4CE \times CB$ par la propriété du centre de gravité C: donc $A \times AD^2 - A \times AE^2 = B \times EB^2 - B \times BD^2$, ou $A \times AD^2 + B \times BD^2 = A \times AE^2 + B \times EB^2$; c'est-à-dire lorsque les Corps sont parfaitement élastiques, la somme formée de la multiplication de chacun d'eux par le quarré de sa vitesse, est la même après le Choc qu'elle étoit auparavant. Les mêmes suppositions étant actuellement faites que dans le dernier Article, que DQ, *gq*, *fm*, *hn*, *kr*, soient perpendiculaires à CG

en Q, q, m, n & r; alors les Rectangles formés par Cm & CG, Cn & CG, Cr & CG feront respectivement égaux aux quarrés de Cf, Ch & Ck. Si les Corps C, A, B, E sont supposés sans élasticité, leurs vitesses après le Choc feront représentées par CG, Cf, Ch & Ck, la vitesse de C avant le Choc étant représentée par CD, parce que dans ce cas, il n'y a point de vitesse relative produite par le Choc dans leurs directions respectives; & la somme de A × Cm, B × Cn, E × Cr est égale à C × GQ, parce que la somme des mouvemens qui feroient communiqués à A, B & E dans la direction CG, est égale au mouvement que C perdroit dans la même direction par le §.4. Chap II. donc la somme de A × Cf^2, B × Ch^2, E × Ck^2 est égale à C × CG × GQ, & si nous y ajoûtons C × CG^2, la somme de tous les Corps multipliés par les quarrés de leurs vitesses sera dans ce cas C × CG × CQ; mais lorsque les Corps sont supposés parfaitement élastiques, les vitesses de A, B & E doivent être représentées par 2Cf, 2Ch & 2Ck respectivement; la somme de A × 4Cf^2, B × 4Ch^2 & E 4Ck^2 est égale à C × 4CG × GQ, ou (*Elem.* 8. 2.) C × CQ^2 — C × Cq^2; à quoi si nous ajoûtons C × Cq^2 (ou C × Cq^2 + C × DQ^2) la somme totale des produits, lorsque chaque Corps est multiplié par le quarré de sa vitesse sera égale à C × CD^2, & par conséquent la même avant & après le Choc. Lors donc que les Corps sont sans élasticité, cette somme est moindre après le Choc qu'auparavant en raison de CG × CQ à CD^2, ou de CG à CL, L étant le point où LD perpendiculaire à CD rencontre CG. Et lorsque les Corps A, B, E se meuvent avant le Choc, dans des directions différentes de celles dans lesquelles C agit sur eux, on trouvera toujours la proposition vraie, en décomposant leurs mouvemens en ceux qui sont dans ces directions (qui seuls sont affectés par le Choc) & ceux qui leur sont perpendiculaires (*Elem.* 47. 1.) Cette proposi-

tion a également lieu lorsque des Corps d'une élasticité parfaite frappent quelque obstacle immobile, aussi bien que lorsqu'ils se frappent l'un l'autre, ou enfin lorsqu'ils sont obligés par quelque Puissance ou résistance de se mouvoir dans des directions différentes de celles où ils agissent les uns sur les autres. Mais il est manifeste qu'on ne doit pas la regarder comme un Principe général ou une Loi du mouvement, puisqu'elle n'a lieu que dans les Chocs d'une seule espece de Corps. Les solutions de quelques Problêmes qui en ont été déduites peuvent être tirées d'un maniere générale & directe des principes clairs dont on convient universellement, en déterminant d'abord les mouvemens des Corps durs qui sont supposés sans élasticité, & delà déduisant les solutions des autres cas, lorsque les vitesses relatives avant & après le Choc sont égales ou en quelque raison donnée.

13. Ce qui vient d'être démontré dans le dernier Article nous conduit au principe qui a été appellé par M. Huyghens *la conservation de la force ascendante, conservatio vis ascendentis*. C'est une chose très-connue, & qui a été démontrée au §. 11. Chap. I. que les hauteurs auxquelles les Corps s'élevent contre la résistance directe d'une Gravité uniforme sont comme les quarrés des vitesses avec lesquelles ils commencent à monter. Nous avons trouvé dans le dernier Article que la somme des produits, lorsque les Corps sont multipliés par les quarrés de leurs vitesses, est la même après le Choc qu'elle étoit auparavant, pourvû que les Corps soient parfaitement élastiques. Si donc nous supposons que le mouvement des Corps se fasse en haut dans des lignes verticales, la somme des produits, lorsque chaque Corps est multiplié par la hauteur à laquelle il monteroit, est la même après le Choc qu'auparavant; mais par la propriété du centre de Gravité §. 15. Chap. II. la somme des produits des Corps multipliés par ces hauteurs est égale au produit de la somme des Corps

multipliés par la hauteur à laquelle leur centre de gravité s'éleveroit. Donc lorſque les mouvemens des Corps ſont ſuppoſés dirigés en haut dans des lignes verticales, avant ou après leurs Chocs, leur centre commun de Gravité s'élevera toujours à la même hauteur; & c'eſt ce que M. Huyghens a voulu faire remarquer lorſqu'il nous dit que la force *aſcendante* de tout Syſtême de Corps n'eſt pas affectée par leurs Chocs ou leurs actions mutuelles, pourvû qu'ils ſoient parſaitement élaſtiques; car ſi ce ſont des Corps mous, ou qui ayent une élaſticité imparſaite (ce qui véritablement eſt le cas de tous les Corps que nous pouvons examiner) alors il eſt évident que par ces Chocs leurs mouvemens ſeront ſouvent diminués & quelqueſois totalement détruits; enſorte que le centre de Gravité s'élevera néceſſairement à une hauteur moindre après le Choc qu'auparavant, ſi les mouvemens des Corps ſont ſuppoſés dirigés en haut dans lignes verticales.

14. Lorſque des Corps ſont mus par leur Gravité & agiſſent en même tems l'un ſur l'autre, on trouvera toujours que la ſomme des produits qui réſultent de la multiplication de chaque Corps par le quarré de la viteſſe qu'il a acquiſe, eſt égale à la différence de la ſomme des produits des Corps qui deſcendent multipliés par les quarrés des viteſſes qu'ils auroient acquiſes par les mêmes deſcentes, s'ils fuſſent tombés librement ſans agir les uns ſur les autres, & de la ſomme des produits des Corps qui montent multipliés par les quarrés des viteſſes reſpectives qu'ils auroient acquiſes en tombant librement des hauteurs reſpectives auxquelles ils ſe ſont élevés; pourvû que l'élaſticité des Corps ſoit parfaite, ou ſi elle eſt imparfaite qu'il n'y ait pas de Choc ou de communication ſubite de mouvement d'un Corps à l'autre. Car ſi les viteſſes relatives dans leurs directions reſpectives ſont moindres immédiatement après cette action qu'auparavant, dans ces cas la ſom-

me des produits des Corps multipliés par les quarrés de leurs vitesses sera moindre qu'elle n'eut été s'ils étoient descendus librement des mêmes hauteurs respectives ; & s'ils sont supposés monter avec leurs vitesses respectives à un tems quelconque, & que leurs mouvemens ne soient retardés que par leur Gravité, le centre commun de Gravité ne montera pas à la même hauteur dont il étoit descendu ; comme nous l'avons fait voir fort au long dans notre Traité des Fluxions du §. 521 à 533.

15. Le vrai principe général à ce sujet est que lorsqu'un nombre de Corps mus par leur gravité ont des liaisons entre eux de quelque maniere, ensorte qu'ils agissent les uns sur les autres tandis qu'ils se meuvent, on trouvera toujours que l'ascension de leur centre de gravité dans leurs vibrations ou révolutions, égale sa descente ou qu'elle est moindre, mais elle ne l'excéde jamais : & de ce Principe on déduit certainement l'impossibilité d'un mouvement perpetuel. Car il paroît que dans ces vibrations & révolutions, les ascensions successives du centre de Gravité doivent continuellement diminuer en conséquence du Frottement des parties des Corps & de la résistance du milieu ; puisque l'ascension du centre de Gravité n'étant jamais plus grande que la descente (quoiqu'elle soit souvent moindre,) il ne peut y avoir aucun gain de force pour surmonter ces résistances. Tout mouvement donc doit diminuer & languir peu à peu dans nos Machines méchaniques, à moins qu'il ne reçoive de nouvelles influences de la Puissance qui l'a produit.

16. Il est très-certain que lorsqu'on a égard au défaut d'élasticité des Corps, au Frottement & à la résistance du milieu, ces conclusions sont parfaitement conformes à l'expérience, & servent à confirmer les Loix générales du Mouvement avec leurs Corollaires & nos méthodes de raisonner en conséquence.

CHAPITRE

CHAPITRE V.

Du Mouvement des Projectiles dans le vuide ; de la Cycloïde & du Mouvement du Pendule dans cette Courbe. *

LEMME I.

SUppofons le Mouvement d'un Corps uniformement accéléré ; que le tems foit repréfenté par la ligne droite AM (*Planch. IV. Fig.* 1.) & une partie de ce tems par AK, tirez MN, KL perpendiculaires à AM en M & K, & AN qui les coupent en N & L : alors les viteffes acquifes dans les tems AM, AK depuis le commencement du mouvement, feront comme les perpendiculaires MN, KL, mais les Efpaces parcourus dans ces tems feront comme les Aires AMN, AKL.

Cette Propofition a été démontrée ailleurs, mais nous ajouterons ici la preuve qu'on en donne communément par la méthode des Indivifibles.

Puifque le mouvement du Corps eft fuppofé uniformement accéléré, c'eft-à-dire, recevoir des augmentations égales de viteffe dans des tems égaux, les viteffes acquifes feront toujours proportionnelles aux tems: enforte que fi MN repréfente la viteffe acquife dans le tems AM, il fuit, à caufe que AM : AK : : MN:KL, que KL repréfentera la viteffe acquife dans le tems AK. De la même maniere les viteffes acqui-

* Afin de rendre ce fecond Livre plus complet nous y avons ajouté ce Supplement tiré de deux pieces que l'Auteur avoit coûtume de donner à fes Ecoliers. Il eft pris en fubftance des Traités du Sçavant M. Cotes, imprimés à la fin de fon Livre intitulé *Harmonia Menfurarum*.

ſes dans les tems AB, AC, AD, &c. ſeront repréſentées par les perpendiculaires BE, CF, DG, &c. reſpectivement.

L'Eſpace parcouru par un mouvement uniforme, eſt comme le Rectangle formé par les lignes droites qui repréſentent la viteſſe & le tems : par conſéquent les Eſpaces parcourus dans les tems AB, BC, CD, DH, &c. avec les viteſſes BE, CF, DG, HI, &c. ſont comme les Rectangles AE, BF, CG, DI, &c. & les Eſpaces parcourus dans tout le tems AK, comme la ſomme de ces Rectangles. Pour que le Mouvement puiſſe être uniformement & continuellement accéléré, ſuppoſons le nombre des Parties AB, BC, CD, &c. qui ſont des diviſions de la ligne AK, augmenté à l'infini, & la ſomme des Rectangles AE, BF, CG, &c. deviendra égale au Triangle AKL. Donc dans un mouvement uniformement accéléré, les Eſpaces parcourus dans les tems AK & AM, depuis le commencement du mouvement, ſont comme les Aires AKL, AMN.

Coroll. I. L'Eſpace parcouru par un mouvement uniformement accéléré, dans un tems donné, eſt la moitié de l'Eſpace qu'il auroit parcouru dans le même-tems, par un mouvement uniforme avec la viteſſe acquiſe à la fin de ce tems.

L'Eſpace parcouru par un mouvement uniformement accéléré, dans le tems AK, eſt repréſenté par le Triangle AKL; l'Eſpace qui ſeroit parcouru par un mouvement uniforme, dans le même-tems, avec la viteſſe KL, eſt repréſénté par le Rectangle formé de AK & KL; mais le Triangle AKL eſt la moitié de ce Rectangle ; & la Propoſition eſt évidente.

Coroll. II. Les Eſpaces parcourus par un mouvement uniformement accéléré, ſont comme les quarrés des tems depuis le commencement du mouvement ; car ces Eſpaces ſont comme les Triangles ſemblables AKL,

AMN, dont les côtés homologues AK & AM repréſentent les tems. Par la même raiſon, les Eſpaces ſont auſſi comme les quarrés des viteſſes (KL, MN) acquiſes à la fin de ces Eſpaces.

Coroll. III. Si la force accélératrice eſt ſuppoſée être plus grande ou plus petite en quelque raiſon donnée, les viteſſes produites par cette force, dans un tems donné, ſeront augmentées ou diminuées dans la même raiſon. Et dans des tems donnés, la viteſſe engendrée par cette force, ſera à celle que la précédente a produite, en raiſon compoſée des forces & des tems.

Coroll. IV. La chute des Corps peſans, ſoit perpendiculaire, ou le long des Plans inclinés, étant un mouvement uniformement accéléré, le Lemme précédent & ſes Corrollaires, peuvent lui être appliqués.

LEMME II.

Si deux Corps peſants (*Fig.* 2.) tombent du point de repos C, ſur la ligne horiſontale AB, l'un dans la ligne verticale CE, & l'autre le long du plan incliné CA; le tems de la deſcente de C en B, ſera au tems de la deſcente de C en A, comme CB à CA, & les viteſſes acquiſes en B & en A, ſeront égales.

Car que la Force de la Gravité, par laquelle le Corps deſcend dans la ligne verticale CB, ſoit repréſentée par CB, & réſolue en deux forces BD perpendiculaire à CA & CD; l'autre Corps ſera pouſſé le long du plan incliné par CD ſeulement. Par conſéquent, les forces accélératrices, les Corps qui ſont deſcendre dans la verticale CB, & le long du Plan incliné CA, ſont repréſentées par CB & CD. Les Eſpaces parcourus dans des tems égaux, par l'action uniforme de quelques forces, ſont en même raiſon que ces forces: donc le Corps tombera de C en B, & de

C en D, dans des tems égaux. Mais le tems de la descente de C en D, est au tems de la descente de C en A (par le *Cor.* 2 & 4. *Lem.* 1.) en raison soudoublée de CD à CA, c'est-à-dire, (à cause que CD, CB, CA, sont en proportion continuelle) en raison de CD à CB, ou de CB à CA.

De plus, les vitesses acquises dans les chutes sont en raison composée des forces qui les produisent & des tems dans lesquels elles ont été acquises, (*Corol.* 3. *Lem.* 1.) c'est-à-dire, dans le cas présent, en raison composée de CA à CB, & de CB à CA; laquelle raison composée, est celle d'égalité.

LEMME III.

Sur le même Plan horizontal, soit élevé un autre Plan *ca*, dont l'élévation soit *c*B; de C tirez CI, parallele à *ca*, rencontrant BA en I, & de B la ligne B*d*, perpendiculaire à CI. Alors CB représentant, comme auparavant, la force constante de la Gravité, CD C*d* représenteront les forces accélératrices le long des Plans CA, & (CI ou) *ca*; & leur raison étant composée de celles de CD à CB, & de CB à C*d*, c'est-à-dire, de CB à CA, & de (CI à CB ou de) *ca* à *c*B; il suit que ces forces accélératrices, sont directement comme les élévations des Plans CB & *c*B, & réciproquement comme leurs longueurs CA & *ca*.

Coroll. I. Composons maintenant ces trois raisons; celle de CA à CB, de $\sqrt{CB}$ à $\sqrt{cB}$, & de *c*B à *ca*, leur somme donnera la raison des tems des chutes, suivant CA & *ca*, qui est la raison directe des longueurs CA, *ca*, & l'inverse soudoublée des élévations CB, ou *c*B.

Coroll. II. Les vitesses acquises étant comme les forces accélératrices, & les tems dans lesquels elles agissent; composés la raison de celles que nous avons trouvées

aux *Lemme* & *Corollaire* précédens, & il résultera celle des vitesses, à sçavoir, la raison directe soudoublée des élévations CB, *cB*.

Coroll. III. De-là on conclud pareillement, que si (*Fig.* 3.) un Corps tombe du point de repos C en A, sur la ligne horizontale AB, le long d'un nombre de Plans quelconque CD, DE, EA, inclinés entre-eux, comme en D & E, la vitesse au point A sera la même, que si le Corps fût tombé dans la ligne verticale CB; en faisant abstraction cependant de la perte de vitesse qui résulte des impulsions du Corps en D & en E, sur les Plans contigus.

Que multipliant le nombre des Plans de C en A, jusqu'à ce que le Corps descende par une courbe, la vitesse en A sera précisément la même, que dans la chute perpendiculaire CB.

Et enfin, que si le Corps descend sur une suite de Plans *cd*, *de* &c. semblables & situés comme les précédens, ou sur deux arcs de courbe, semblables & semblablement situés, les vitesses seront comme les longueurs des Espaces parcourus, & les tems en raison soudoublée de ces longueurs, des hauteurs CB, *cb*, ou de deux côtés homologues de ces Figures.

Coroll. IV. Que AD (*Fig.* 4.) soient le diametre d'un Cercle touchant la ligne horizontale en A, CA *c*A, deux cordes quelconques tirées au point A. Alors si les Corps descendent par la force de la Gravité le long de ces cordes, les tems de descente seront égaux; & les vitesses seront proportionnelles aux cordes CA, *c*A.

Car joignant DC, D*c*, & faisant CE, *ce*, perpendiculaires au diamétre; parce que les Triangles DCA, ECA sont semblables, comme aussi D*c*A, *ec*A, on démontre aisément que CA est à *c*A en raison soudoublée des élévations AE, A*e*: & cette raison composée avec la même, mais renversée, donne la raison d'égalité, qui, par le *Coroll.* 1. est celle des tems.

Et par le *Coroll.* 2. les vitesses sont en raison sou-doublée de AE à A*e*, ou de celle de CA à *c*A.

I. *Du Mouvement des Projectiles.*

PROPOSITION PREMIERE.

La Ligne décrite par un Corps pesant jetté dans une direction qui ne soit pas perpendiculaire à l'Horison, est une Parabole.

Supposons un Corps jetté dans la direction AD, (*Fig.* 5.) avec la vitesse qu'il auroit acquise en tombant de B en A, ce Corps par cette seule force, agissant sur lui, parcourroit uniformément la ligne droite AD; & une partie de la ligne de direction, comme AH représentera le tems dans lequel elle seroit parcourue.

Supposons que la force de la Gravité agissant seule, eut emporté, dans le même tems, le Corps de A en P; finissez le Parallelogramme APMH, & à la fin du tems représenté par AH, le Corps se trouvera en M. Puisque par le premier *Corollaire* du *Lemme* premier, le tems dans lequel le Corps tombe de B en A, est le même que celui dans lequel il parcourroit 2AB par un mouvement uniforme, avec une vitesse égale à celle qui est acquise en A; donc ce tems sera représenté par 2AB. Mais le tems dans lequel le Corps tomberoit de A en P, étant représenté par AH, il suit du second *Corollaire* du même *Lemme*, que AP : AB :: AH^2 $4AB^2$, & $4AB \times AP = AH^2 = PM^2$: d'où il paroît que le point M est un point dans la Parabole, dont le Diametre est AP, & le sommet A, le Parametre de ce Diametre étant égal à 4AB.

Coroll. I. Il est évident que la ligne AH est une Tangente à la Parabole en A, parce qu'elle est parallele à l'Ordonnée PM.

Coroll. II. Puisque 4AB eſt le Parametre du Diametre AP, il ſuit que les Parametres appartenant au ſommet A du Diametre AP, ſont toujours en raiſon doublée des viteſſes de la Projection, l'Eſpace AB étant toujours comme le quarré de la viteſſe acquiſe en tombant de B en A. Il ſuit auſſi que le Parametre de AP eſt le même, lorſque la viteſſe de la Projection eſt la même, quelque ſoit la direction AH du Projectile.

Coroll. III. Si de A comme centre on décrit le demi-cercle BQL, ſa circonférence ſera le lieu de tous les foyers des Paraboles, qui peuvent être décrites par un Projectile jetté de A, avec la viteſſe qu'il pourroit acquérir, tombant de B en A: car, par une propriété connue de la Parabole, la diſtance du foyer au point A eſt toujours égale au $\frac{1}{4}$ du Parametre du Diametre, qui paſſe par A: c'eſt-à-dire, au $\frac{1}{4}$ de 4AB ou à AB elle-même; tous les foyers doivent donc ſe trouver dans le demi-cercle BQL.

Coroll. IV. De-là il eſt aiſé de déterminer la Parabole décrite, lorſque la direction du Projectile eſt donnée; car on n'a qu'à tirer AF, enſorte que l'angle FAD ſoit égal à l'Angle donné DAB que la direction AD fait avec la perpendiculaire AB, & le point F où AF coupe le demi-cercle BQL ſera le foyer cherché; & ſi vous tirez par F la ligne FN, parallele à AB, coupant la Directrice BE en N, elle ſera l'Axe, & I, point du milieu entre F & N, ſera le ſommet de la Parabole, 4FI étant le Parametre de l'Axe.

Coroll. V. Si vous tirez une ligne par le ſommet I, parallele à la Directrice, rencontrant AB en C, elle doit être diviſée en deux également par la ligne de direction en D; & ſi vous tirez une ligne du foyer F en D, elle ſera perpendiculaire à la Tangente, & paſſera par B ſi elle eſt prolongée, comme il paroît par les propriétés de la Parabole: & par conſéquent un demi-cercle décrit ſur AB, comme Diametre, paſſera tou-

jours par le point D, où la ligne de direction coupe CI, tangente au sommet de la Parabole.

Définition. Si on tire une ligne par le point A, parallele à l'Horizon, coupant l'Axe en O, & la Parabole en K, alors AK s'appelle l'Amplitude de la Parabole.

PROPOSITION II.

L'Amplitude de toute Parabole est toujours égale à quatre fois le Sinus du double de l'Angle que la Ligne de direction fait avec la Verticale, prenant la moitié de AB *pour rayon.*

Car AK = 2AO = 2CI = 4CD; mais AK est l'Amplitude de la Parabole, & CD est le sinus de l'Angle DGB, qui est le double de BAD, si on prend GB ($=\frac{1}{2}$ AB) pour rayon.

Donc l'Amplitude de la Parabole est égale à quatre fois le sinus du double de l'Angle BAD, que la verticale fait avec la ligne de direction.

Coroll. I. La vitesse de Projection étant donnée, les Amplitudes sont l'une à l'autre, comme les sinus du double des Angles d'inclinaison.

Coroll. II. Si l'Angle BAD n'excede pas 45°, alors il est évident que plus cet Angle est aigu, plus l'Amplitude AK sera petite; puisque le sinus du double de cet Angle doit devenir moindre, & que l'Amplitude est égale à quatre fois le sinus.

Lorsque l'Angle BAD s'évanouit, alors la Parabole AIK se confond avec la ligne droite AB; & le Projectile, au lieu de décrire une courbe, s'élevera en B, & retombera au point A.

D'un autre côté, plus l'Angle BAD approche de 45°, plus la ligne CD, qui est le sinus du double de cet Angle, devient grande : & par conséquent l'Amplitude

plitude AK, qui est quadruple de ce sinus, doit aussi augmenter.

Coroll. III. Lorsque l'Angle BAD sera de 45°, les points F & O tomberont sur le point Q, où le demi-cercle BQL coupe la ligne horizontale AK; le sinus CD du double de l'Angle BAD deviendra alors le sinus de 90°, & par conséquent sera égal au rayon GA.

Mais puisque le rayon est le plus grand sinus, il est clair qu'alors l'Amplitude AK est la plus grande qui puisse être décrite par tout Projectile jetté de A, avec la vitesse qu'il auroit acquise en tombant de B en A: & cette Amplitude la plus grande possible, est toûjours double de BA; car AK, dans ce cas, est égale à 4AG = 2AB. D'où il paroît que si l'on jette un Corps dans une direction qui fasse un Angle de 45° avec l'Horison, il sera emporté plus loin sur la ligne horizontale, que si on le jettoit avec la même force dans toute autre direction.

Coroll. IV. Lorsque l'Angle BAD est plus grand que 45°, alors à proportion, qu'il approche d'un Angle droit, la Parabole devient ouverte de plus en plus; mais les Amplitudes AK diminuent, à mesure que l'Angle BAD augmente; car AK = 4CD, & CD doit dans ce cas, diminuer à proportion que BAD augmente.

Si des deux directions AD & A*d* l'élevation de l'une excede celle de 45° autant que l'élevation de l'autre est au-dessous, leurs Amplitudes seront égales; car les Sinus du double de ces Angles doivent être égaux, parce qu'ils sont l'un à l'autre supplémens à deux Angles droits: mais les Amplitudes de la Parabole sont toujours quadruples de ces Sinus, & par conséquent doivent être aussi égales entre-elles. Que les doubles de ces Angles soient supplémens l'un à l'autre, c'est ce qui paroît de la maniere suivante. Que leur différence de 45° soit appellée A, le plus grand sera de 45° +

Ee

A le plus petit 45° — A leurs doubles feront 90° + 2A & 90° — 2A qui font fupplémens l'un à l'autre parce ce qu'ils font enfemble 180°.

Corol. V. Lorfque l'Angle BAD devient un Angle droit, alors AB eft l'Axe, & A le fommet de la Parabole, CD s'évanouit & AK devient = o.

Corol. VI. Lorfque l'Angle BAD deviendra plus grand qu'un Angle droit, alors la Courbe décrite fera feulement une portion de la Parabole que nous avons confidérée dans les Corollaires précédens, mais fituée de l'autre côté de A.

Corol. VII. Si la viteffe avec laquelle le Projectile eft jetté, & l'Angle d'élevation ou fon complement BAD font donnés, on peut trouver l'Amplitude AK & la hauteur de la Parabole décrite par cette projection. Car voyant que l'Amplitude de 45° eft 2AB (qui eft la ligne qui exprime toujours la viteffe, puifque c'eft en tombant le long de cette ligne qu'elle eft acquife) on peut dire, comme le Rayon ou le Sinus de 90° eft au Sinus du double de l'Angle BAD, ainfi 2AB eft à AK l'Amplitude cherchée (par le Corol. 1.) : l'Amplitude étant trouvée on peut trouver la hauteur en difant, comme le Rayon eft à la Tangente de l'Angle d'élévation, ainfi CD ($=\frac{1}{4}$ AK) eft à AC la hauteur cherchée.

Corol. VIII. Si on a donné l'Amplitude AK & l'Angle d'élévation DAK, on peut trouver la viteffe néceffaire pour décrire une Parabole qui aura cette Amplitude, par cette proportion ; comme le Sinus du double de l'Angle eft au Rayon, ainfi la moitié de l'Amplitude donnée eft à AB, Efpace que le Corps doit parcourir en tombant pour acquérir la viteffe néceffaire.

Corol. IX. Si la viteffe & l'Amplitude font données la direction peut être trouvée par cette regle. Trouvez AB hauteur dont le Corps doit tomber pour acquérir la viteffe donnée ; alors dites, comme le double de cette ligne eft à l'Amplitude donnée, ainfi le Rayon eft au Si-

nus du double de l'Angle d'élévation, & cet Angle ou ſon complément ſatisfera au Problême.

PROPOSITION III.

Un Projectile jetté dans la direction AE(*Fig.6.*)*avec la viteſſe qu'il auroit acquiſe en tombant de* B *en* A,*frappera une ligne comme* AN *en* K,*enſorte que* AK *ſera égale à* 4CD:*ſuppoſant* AG *perpendiculaire à la ligne* AN,*l'Angle* GBA = GAB, *& que le Cercle décrit de* G *comme centre avec le rayon* GA, *coupe la ligne de direction* AE *en* D, *enfin que* DC *ſoit parallele à* AN, *rencontrant* AB *en* C.

Car il eſt clair que l'Angle ADC (= DAK) = DBA, (*Euclid.* 32. 3.) & que par conſéquent les Triangles ADC, ADB ſont ſemblables ayant l'Angle en A commun, & l'Angle ADC = ABD ; donc AC : AD : : AD : AB & à cauſe des Triangles ſemblables ACD, PAK, comme AP : PK : : (par la propriété de la Parabole) PK : 4AB, donc AD = $\frac{1}{4}$ PK, & par conſéquent CD = $\frac{1}{4}$ AK, ou AK = 4CD.

Coroll. I. Tirez par le Point D une parallele à AB rencontrant le Cercle en *d* & tirez A*d* ; alors le Projectile jetté dans la direction A*d* frappera la ligne AN au même Point K ; car CD = *cd*.

Coroll. II. Que HL parallele à AB touche le Cercle en H ; alors AH ſera la direction dans laquelle le Projectile ſera emporté le plus loin ſur la ligne AN ; car lorſque D vient en H, CD eſt la plus grande qu'elle puiſſe être, & par conſéquent AK (= 4CD) eſt alors la plus grande diſtance où le Projectile puiſſe être porté ſur la ligne AN, par la viteſſe acquiſe en tombant de B en A. Mais il eſt évident que l'Angle HAN = HBA = HAB, par conſéquent la direction AH diviſe en deux également l'Angle BAN que la ligne AN fait avec la Verticale AB.

Coroll. III. Les lignes AD, A*d* ſont des Angles égaux

avec AH, l'Angle DAN est aussi égal à *d*AB; & lorsque ces Angles sont égaux la distance AK est la même.

Corol. IV. Lorsque AK est donnée & qu'on cherche la direction; prenez $AR = \frac{1}{4} AK$, & par le point R tirez RD parallele à AB, rencontrant le Cercle ne D & *d*; alors tirez AD & A*d*, elles seront les directions.

II. *De la Cycloïde & du Mouvement du Pendule dans cette Courbe.*

Définitions. Si le Cercle CDH (*Fig.* 7.) roule sur la ligne droite AB, ensorte que toutes les parties de sa circonference lui soit appliquée successivement, le Point C qui touchoit la ligne AB en A décrira par un mouvement ainsi composé du Circulaire & du Rectiligne, une Courbe ACEB qu'on appelle la *Cycloïde*. La ligne droite AB en est la *Base*; la ligne EF perpendiculaire à AB & qui la divise en deux également en F, est l'*Axe*, & le Point E le *Sommet* de la Cycloïde. Le Cercle qui par sa révolution décrit la courbe, est appellé le Cercle *générateur*. La ligne CK parallele à la base AB est une *Ordonnée* à l'Axe, & une ligne rencontrant la Courbe dans un point, & qui prolongée ne tombe pas dans la Courbe, est une *Tangente* de la Courbe à ce point.

PROPOSITION PREMIERE.

Sur l'Axe EF *décrivez le Cercle générateur* EGF, *rencontrant l'Ordonnée* CK *en* G, *& l'Ordonnée sera égale à la somme de l'Arc & de son Sinus droit* GK; *c'est-à-dire,* $CK = EG + GK$.

Il est évident par la définition que la ligne AB est égale à toute la circonférence du Cercle générateur, & par conséquent AF doit être égale à la demi-circonférence EGF. Il est aussi manifeste par la description de

la Courbe, que l'Arc CD est égal à la ligne AD, & par conséquent l'Arc CH est égal à DF ou IK ou CG; mais l'Arc CH est égal à l'Arc EG, donc CG est égale à l'Arc EG, & l'Ordonnée CK (= CG + GK) doit être égale à la somme de l'Arc EG & de la ligne droite GK.

PROPOSITION II.

La ligne CH *parallele à la Corde* EG, *est une Tangente à la Cycloïde en* C.

Tirez une Ordonnée *ck* très-proche de CK, rencontrant la Courbe en *c*, le Cercle en *g* & l'Axe en *k*: que C*u* & G*n* paralleles à l'Axe, rencontrent l'Ordonnée *ck* en *u* & en *n*, & de O centre du Cercle EGF, tirez le rayon OG. Puisque *ck* = E*g* + *gk*, par conséquent *cu* = G*g* + *gn*; & si vous supposez l'Ordonnée *ck* approcher de l'Ordonnée CK, & enfin se confondre avec elle, comme G*g* & G*n* s'évanouissent, les Triangles G*gn* & GOK deviennent semblables, de-là G*g* : *gn* :: OG : OK, & G*g* + *gn* : *gn* :: OG + OK (= FK) : OK; mais G*n* : *gn* :: GK : OK, donc G*g* + *gn* : G*n* :: FK : GK :: GK : EK; par conséquent *cu* : C*u* :: GK : EK; & si vous tirez la Corde C*c*, les Triangles C*uc*, EGK seront semblables; ensorte que la Corde C*c*, dès que les Points C & *c* se confondent, devient parallele à EG : donc la Tangente de la Cycloïde en C est parallele à EG.

PROPOSITION III.

L'Arc de la Cycloïde EL *est double de la Corde* EM *de l'Arc correspondant du Cercle générateur* EMF.

Que KL & *k*S soient deux Ordonnées de la Cycloïde très-proches l'une de l'autre, rencontrant le Cercle

générateur en M & Q; prolongez la Corde EM jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ordonnée *k*S en P; que Q*o* soit la perpendiculaire de Q sur MP, alors tirez les lignes EN & MN qui touchent le Cercle en E & M.

Puisque les Triangles ENM, PQM sont semblables, & que EN = NM, donc PQ est égale à QM; & le Triangle PQM étant isoscele, la perpendiculaire Q*o* divise en deux également la Base PM; ensorte que MP est double de M*o*: mais par la derniere proposition LS est parallele, & par conséquent égale à MP, & LS est égale à 2M*o*: la ligne LS est l'augmentation de la Courbe EL produite dans le même tems que la Corde EM augmente de M*o*, puisque EQ est égale à E*o*, lorsque les Points Q & M se confondent ensemble. Donc la Courbe augmente avec une vitesse double de celle de l'augmentation de la Corde, & puisqu'elles commençent en E à croître ensemble, l'Arc de la Cycloïde EL sera toujours double de la Corde EM.

Coroll. La demi-Cycloïde ELB est égale à deux fois le Diametre du Cercle générateur EF; & toute la Cycloïde ACEB est quadruple du Diametre EF.

PROPOSITION IV.

Que ER *soit parallele à la Base* AB, *&* CR *parallele à l'Axe de la Cycloïde; alors l'Espace* ECR, *terminé par l'Axe de la Cycloïde* EC *& les lignes* ER *&* RC, *sera égal à l'Aire circulaire* EGK.

Tirez *cr* parallele à CR, & puisque *cu*: C*u*:: GK: EK; donc EK × *cu* = GK × C*u*, & par conséquent R*r* × CR = GK × KK*k*: : donc le petit Espace CR*rc* = GK*kg*. Ensorte que les Aires ECR, EGK augmentent également, & puisqu'elles commençent à fluer ensemble, elles doivent par conséquent être égales.

Corol. I. Que AT, perpendiculaire à la Base AB, rencon-

tre ER en T, & l'Espace ETACE sera égal au demi-Cercle EGF.

Corol. II. Puisque AF est égale à la demi-circonférence EGF, le Parallelogramme EFAT, étant le Rectangle du Diametre & de la demi-circonférence, sera égal à quatre fois le demi-Cercle EGF : & par conséquent l'Aire ECAFE sera égale à trois fois l'Aire du demi-Cercle générateur EGF.

Corol. III. Si vous tirez la ligne EA, l'Aire interceptée entre la Cycloïde ECA & la ligne droite EA sera égale au demi-Cercle EGF ; car l'Aire ECAFE est égale à trois fois EGF; & le Triangle EAF $=$ AF $\times \frac{1}{2}$ EF Rectangle du demi-Cercle & du rayon, & par conséquent est égal à 2EGF ; donc leur différence, l'Aire ECAE, est égale à EGF.

PROPOSITION V.

Prenez Eb $=$ OK, *tirez* bZ *parallele à la Base, rencontrant le Cercle générateur en* X *&* *la Cycloïde en* Z, *&* *joignez* CZ, FX : *alors l'Aire* CZEC *sera égale à la somme des Triangles* GFK *&* bFX.

Tirez Zd parallele à l'Axe EF, rencontrant ET prolongée en d, & le Trapeze RCZd sera égal à $\frac{1}{2}\overline{CR + \frac{1}{2}Zd}$ $\times$ Rd $=$ (à cause que Zd $=$ Eb $=$ OK) $\frac{1}{2}$ OE $\times$ Rd. Mais Rd $=$ RE $+$ Ed $=$ CK $+$ bZ $=$ EG $+$ GK $+$ EX $+$ bX ; donc le Trapeze RCZd est égal à la somme des Rectangles de la moitié du rayon & des Arcs EG, EX ajoutés à leurs Sinus GK & bX ; mais l'Aire EGF, c'est-à-dire le Triangle EGF & le Segment coupé par la Corde EG, est égale au Rectangle formé par la moitié du rayon & la somme de l'Arc EG & de son Sinus droit GK ; & l'Aire EXF composée du Secteur EOX & du Triangle XOF est égale au Rectangle de la moitié du rayon & de la somme de l'Arc EX & de

son Sinus droit bX, donc le Trapeze $RCZd$ est égal à la somme des Aires EGF & EXF. Par la derniere proposition l'Aire ECR est égale à EGK & EZd=EBX; du Trapeze $RCZd$ retranchez les Aires ECR, EZd, & des Aires EGF, EXF retranchez les Aires EGK & EbX, & il restera l'Aire CZEC égale à la somme des Triangles GFK, bFX.

Corol. I. De-là il suit qu'on peut assigner un nombre infini de Segmens de Cycloïde dont on trouvera la quadrature parfaite. Par exemple, si l'Ordonnée CK est supposée couper l'Axe au milieu du rayon OE, alors K & b se confondent, l'Aire ECK devient en ce cas égale au Triangle GKF, & EbZ égale à FbX, & ces Triangles eux-mêmes deviennent égaux.

Corol. II. Supposons maintenant que K tombe au centre O & C en i, alors parce que OK s'évanouit, Eb s'évanouit aussi, & l'Espace CZEC devient dans ce cas $ECiE$, qui est égal à $\frac{1}{2}$ OE^2, car dans ce cas le Triangle bFX s'évanouit.

PROPOSITION VI.

Que ATC (*Fig.* 8.) *soit une demi-Cycloïde ayant sa Base* EC *parallele à l'Horison, & son Sommet* A *tourné en bas : supposons un fil avec un Pendule de la longueur de la demi-Cycloïde, suspendu en* C, *& appliqué à la demi-Cycloïde* CTA, *le Corps* P *par sa Gravité separera peu-à-peu le fil de la demi-Cycloïde* CTA, *& décrira une demi-Cycloide égale* APV, *ayant son Sommet en* V, *& son Axe perpendiculaire à l'Horison.*

Sur l'Axe AE décrivez le demi-Cercle générateur AGE, tirez AB coupant la ligne verticale CV en D; & sur DV prise égale à AE décrivez le demi-Cercle DHV : alors puisque la demi-Cycloïde CTA est égale à 2AE ou CV, (par le *Coroll.* de la *Prop. III.*) le

le corps P arrivera en V lorsque le fil CTP sera dans une situation verticale. Par T & P tirez TG & PH parallelles à AD rencontrant le demi-Cercle en G & H; & puisque la partie droite du fil TP est égale à la Courbe TA à laquelle elle étoit appliquée, donc TP = 2AG = 2TK, & par conséquent TK & KP sont égales, & les Points G & H doivent être également distans de la ligne AD: donc l'Arc AG sera égal à DH, & par conséquent l'Angle GAD = ADH: & les Cordes GA & DH sont paralleles. Mais TP étant une Tangente à la Cycloïde en T est parallele à GA, donc DKPH est un Parallelograme & DK est égale à PH. Mais l'Arc AG est égal à GT par la *Prop. I.* & par conséquent l'Arc AG = AK; & puisque AD = AGE, il suit que DK ou PH = GE ou HV: & si on prolonge PH jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Axe en R, alors l'Ordonnée PR sera égale à la somme de l'Arc HV & de son Sinus droit HR, & par conséquent le Point P par la *Prop. I.* doit être dans une demi-Cycloïde dont le Cercle générateur est DHV, son Axe DV & son Sommet V.

Corol. Si une autre demi-Cycloïde égale à CTA, comme CtB est tournée dans un sens contraire, il est clair que par le moyen de ces demi-Cycloïdes on pourra faire décrire à un Pendule dans ses Oscillations la Cycloïde AVB.

PROPOSITION VII.

Que VL *perpendiculaire à* DV, *soit égale à quelque Arc de la Cycloïde* VML; *décrivez avec le rayon* VL *le demi-cercle* LZl; *& supposant que le pendule commence une oscillation du point* L, *la vitesse acquise en* M, *dans la Cycloïde, sera comme* MX, *l'ordonnée du Cercle au point correspondant* M *dans la ligne droite* VL: *& la force par laquelle le mouvement du Pendule est accéléré en* M, *est comme l'Arc de la Cycloïde* VM, *qui reste à être parcouru.*

Que LR, MS, soient perpendiculaires à l'Axe DV, rencontrant le cercle générateur en O & Q, & tirez les cordes VO, VQ : alors (*Coroll.* 3. *Lem.* 3.) la vitesse du Pendule en M, sera la même qui auroit été acquise par un Corps, tombant directement de R en S; & la vitesse acquise en V, sera la même qui eut été acquise par un Corps tombant directement de R en V; mais ces vitesses sont l'une à l'autre, comme $\sqrt{RS}$ à $\sqrt{RV}$, par le *Coroll.* 2. *Lem.* 1. & puisque RV : SV :: $VO^2 : VQ^2$, & RV : RV — SV (= RS) :: $VO^2 : VO^2 - VQ^2 :: VL^2 : VL^2 - VM^2$ (à cause que VL = 2VO & VM = 2VQ), il suit que la vitesse du Pendule acquise en M est à la vitesse acquise en V, comme $\sqrt{VL^2 - VM^2}$ à $\sqrt{VL^2}$ ou comme MX à VZ.

La force de la Gravité qui est supposée invariable, agissant dans la direction du Diametre DV, peut-être représentée par DV, & résolue en deux forces DQ & VQ, dont la premiere DQ, parallele au fil *t*M, sert seulement à l'étendre, & ne contribue en rien à accélérer le mouvement du Pendule; il n'y a que la force représentée par la corde VQ, qui accélere le mouvement du Pendule le long de la Courbe M*m*, & elle est toute employée à produire cet effet, la direction VQ étant parallele à la Tangente de la Cycloïde en M, par la *Prop.* II. Mais VM = 2VQ par la *Prop.* III. par conséquent la force qui accélere le Pendule en M, est comme l'Arc de la Courbe VM.

Coroll. Il est évident par la démonstration, que la partie de la Gravité que le fil soutient en un point, comme M, est au poids total du Pendule, comme la corde DQ au Diametre.

PROPOSITION VIII.

Supposons que le cercle LZ*l soit parcouru par le Corps* X *avec un mouvement uniforme, par la vitesse que le Pendule a*

acquise en V; *un arc de Cycloïde; comme* MN, *sera parcouru par le Pendule, dans le même-tems que l'Arc de cercle* XY *par ce mouvement uniforme: prenez* VN, *sur la ligne droite* VL, *égale à* VN *dans la Cycloïde, & tirez* NY *parallele à* VZ *rencontrant le cercle en* Y.

Que *xm* soit une ordonnée très-proche de XM, & tirés X*r* parallele au Diametre L*l*, rencontrant *xm* en *r*; ainsi puisque les Triangles X*rx* & VXM, sont semblables, il suit que X*x* : M*m* (= X*r*) :: VX : MX, c'est-à-dire, comme la vitesse du Corps X est à celle du Corps M: & par conséquent les Espaces X*x* & M*m* seront parcourus dans le même-tems par ces Corps, les tems étant toujours égaux, lorsque les Espaces sont en même raison que les vitesses. De même les autres parties correspondantes des lignes MN & XY seront parcourues dans le même-tems; & par conséquent, tout l'Espace MN sera parcouru dans le même-tems que l'arc XY.

Coroll. Donc le Pendule oscillera de L en V, en même-tems que le Corps X parcourra le quart de cercle LZ.

PROPOSITION IX.

Le tems d'une oscillation complette dans la Cycloïde, est au tems dans lequel un Corps, tomberoit le long de l'Axe de la Cycloïde DV, *comme la circonférence du cercle à son diametre.*

Le tems dans lequel la demi-circonférence LZ*l* est parcourue par le Corps X, est au tems dans lequel le rayon LV seroit parcouru avec la même vitesse, comme la circonférence d'un cercle à son diamétre. Mais le même tems dans lequel la demi-circonférence LZ*l*, est parcourue par le Corps X, est égal au tems de l'oscillation complette LVP dans la Cycloïde par le

Corollaire de la derniere Propofition. Le tems dans lequel un Corps tombe de O en V, le long de la corde OV, eft égal au tems dans lequel LV (= 2OV) feroit parcouru par la viteffe acquife au point V, fuivant le *Corol.* 1. *Lem.* 1. & *Corol.* 3. *Lem.* 3. & le tems de la chute, le long de la corde OV, eft égal au tems de la chute, le long du diamétre DV, *Corol.* 4. *Lem.* 3. par conféquent, le tems dans lequel LV feroit parcouru avec une viteffe égale à celle du Corps X, eft égal au tems de la chute, le long du diametre DV. Il s'enfuit donc que le tems de l'ofcillation entiere LVP, eft au tems de la chute, fuivant le diamétre DV, comme la circonférence du cercle eft à fon diamétre.

Corol. I. De-là, les ofcillations d'un Pendule dans la Cycloïde fe font toutes dans des tems égaux; car elles font toutes en même raifon au tems dans lequel un Corps tombe fuivant le diamétre DV. Si donc un Pendule ofcille dans une Cycloïde, le tems de l'ofcillation dans un Arc quelconque eft égal au tems de l'ofcillation dans le plus grand Arc BVA, & le tems dans le plus petit Arc eft égal au tems dans le plus grand.

Corol. II. La Cycloïde peut-être confidérée comme fe confondant en V, avec un petit Arc de cercle décrit du centre C, paffant par V; & le tems dans un petit Arc d'un tel cercle, fera égal au tems dans la Cycloïde; de-là on comprend pour quoi les tems dans de très-petits Arcs font égaux, parce que ces petits Arcs peuvent être confidérés, comme des portions de Cycloïde, auffi-bien que de Cercle.

Corol. III. Le tems d'une ofcillation complette, dans un petit Arc de cercle, eft au tems dans lequel un Corps tomberoit fuivant la moitié du rayon, comme la circonférence du cercle à fon diamétre: & puifque ce dernier tems eft la moitié de celui dans lequel un Corps tomberoit le long de tout le diametre, ou d'une corde quelconque, il fuit que le tems d'une ofcillation dans un

petit Arc, eſt au tems dans lequel un Corps tomberoit le long de ſa corde, comme le demi cercle eſt au diamétre.

Suppoſons NV un petit Arc de cercle décrit du centre C; alors le tems dans l'Arc NV eſt ſi éloigné d'être égal au tems dans la corde NV, même lorſqu'ils ſont ſuppoſés s'évanouir, que la derniere raiſon de ces tems eſt celle de la circonférence du cercle à quatre fois le diamétre. C'eſt pourquoi on doit corriger une erreur où ſont tombés differens Auteurs de Méchanique, qui de l'égalité des Arcs & des cordes qui s'évanouiſſent, en inférent témérairement que le tems de la chute d'un Corps, ſuivant ces Arcs, eſt égal au tems de ſa chute le long de leurs cordes.

Corol. IV. Les tems des oſcillations dans les Cycloïdes, ou dans de petits Arcs de cercle, ſont en raiſon ſoudoublée de la longueur des Pendules. Car le tems de l'oſcillation dans l'Arc LVP eſt en raiſon donnée au tems de la chute, le long de DV, lequel tems eſt en raiſon ſoudoublée de l'eſpace DV, ou de ſon double CV, la longueur du Pendule.

Corol. V. Mais ſi des forces accélératrices inégales, agiſſent ſur les Corps qui oſcillent, alors les oſcillations ſe feront dans des tems qui feront entre-eux en raiſon compoſée de la ſoudoublée directe de la longueur des Pendules, & de la ſoudoublée inverſe des forces accélératrices: parce que le tems de la chute, ſuivant DV, eſt en raiſon ſoudoublée de l'Eſpace DV directement, & de la force de la Gravité réciproquement; & le tems des oſcillations, eſt en raiſon donnée à ce tems. D'où il paroît, que ſi les oſcillations de Pendules inégaux ſe ſont dans le même-tems, les gravités accélératrices de ces Pendules doivent être comme leurs longueurs; & ainſi nous concluons que la force de la Gravité diminue à meſure qu'on avance vers l'Equateur; puiſque nous trouvons que les Pendules à ſecon-

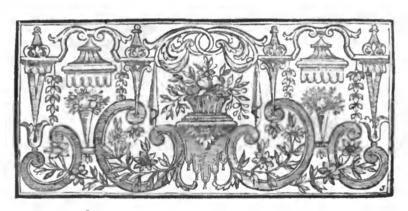
de font toujours plus courts à une moindre diſtance de l'Equateur.

Corol. VI. Par cette Propoſition, nous apprenons à connoître exactement quel Eſpace un Corps qui tombe, parcourt dans un tems donné: car trouvant par expérience, quel Pendule oſcille dans ce tems, la moitié de la longueur du Pendule ſera à l'Eſpace cherché, en raiſon doublée du diamétre à la circonférence; parce que les Eſpaces parcourus par un Corps tombant depuis le commencement de ſon mouvement, ſont comme les quarrés des tems dans leſquels ils ſont parcourus, & la raiſon des tems dans leſquels ces Eſpaces ſont parcourus, eſt celle du diamétre à la circonférence: De cette maniere, M. Huyghens démontre que les Corps qui tombent par leur Gravité ſeulement, parcourent 15 pieds & un pouce de Paris dans une ſeconde de tems.

Scholie. Afin qu'on puiſſe comprendre comment un petit Arc n'eſt pas parcouru dans le même-tems que ſa corde, quoique lorſqu'il s'évanouit, il lui ſoit égal, nous ferons voir ici, que ſi V*k* & N*k* ſont deux plans qui touchent l'Arc NV en V & N; quoique la corde qui s'évanouit NV ſoit égale à la ſomme de ces Tangentes V*k* & N*k*, cependant le tems dans la corde eſt au tems dans ces Tangentes, comme 4 eſt à 3.

Par le *Corol.* 1. *Lem.* 3. le tems dans N*k* eſt au tems dans NV, comme N*k* à NV, ou comme 1 à 2. Mais *k*V étant horiſontale, le mouvement en *k*V doit être uniforme, & elle ſera parcourue par ce mouvement uniforme dans la moitié du tems que le Corps employe à tomber de N en *k*; donc ſi le tems dans lequel *k*V eſt parcourue uniformément eſt appellé T, le tems dans lequel N*k* eſt parcourue, ſera 2T, & le tems durant lequel la corde NV ſera parcourue, ſera 4T: & par conſéquent le tems dans lequel un Corps tombera le long de deux Tangentes, eſt au tems dans lequel il parcourroit la corde, comme 3 à 4.

Fin du ſecond Livre.



DÉCOUVERTES PHILOSPHIQUES DE M. NEWTON.

LIVRE TROISIEME.

La Gravité démontrée par l'Analyse.

CHAPITRE PREMIER.

De la Théorie de la Gravité telle qu'elle paroît avoir été connue avant M. le Chevalier N*EWTON*.

1. Es Expériences & les Observations suffisent seules pour nous rendre capables de faire de vastes collections d'Histoire naturelle ou de décrire les Phénomenes de la Nature. Les Principes de Géometrie & de Méchanique nous mettent en état de por-

ter l'Analyse depuis les Phénomenes jusques aux Puissances & aux causes qui les produisent : en procédant ainsi avec précaution, nous sommes certains de la solidité des fondemens, & que l'édifice qu'ils soutiennent ne court aucun risque d'être renversé. Les premieres connoissances que les Philosophes eurent de la Nature n'étoient pas plus parfaites que celles du vulgaire, ils les tenoient tous immédiatement des sens. Mais en comparant ces connoissances entre-elles en examinant la Nature des Sens eux-mêmes, en les aidant, ou même en découvrant les erreurs où ils pouvoient nous induire, & faisant une juste application des Principes Géometriques & Méchaniques, le Systême de la Nature devint bientôt fort different pour un Philosophe de ce qu'il est aux yeux du vulgaire. D'abord la surface de la Terre paroît d'une étendue sans bornes, tandis que tout le reste de l'Univers, les Nuages, les Météores, la Lune, le Soleil, & tous les Astres paroissent dans une surface concave courbée vers la Terre. Ce fut l'opinion qui prévalut le plus communément sur le Systême du Monde dans les premiers tems, l'imagination des hommes étant préoccupée de ces préjugés, ils croyoient avoir vû ou entendu des choses absolument impossibles. Ainsi un Poëte chez les Romains représente leur armée étant alors en Portugal, c'est-à-dire aux limites Occidentales du grand Continent, comme entendant le Soleil entrer dans l'Océan avec une espece de sifflement.

Audiit Herculeo stridentem gurgite Solem. Lucan.

Tandis que d'autres Voyageurs ont parlé d'une vaste cavité dans les parties les plus Orientales, d'où l'on entendoit sortir le Soleil tous les matins avec un bruit insupportable. Les Philosophes découvrirent bientôt que la Terre n'étoit pas d'une étendue sans bornes, mais d'une figure

figure Sphérique, & que les Météores, les Planetes & les Etoiles n'étoient pas placés dans une même surface concave, mais dispersés dans l'Espace à des distances très-différentes, que leurs grandeurs & leurs mouvemens réels étoient fort differens des apparens, & qu'on ne devoit point en juger par ce qui paroît dans un seul lieu, mais par des Observations faites en divers points de vûe comparées ensemble suivant les Principes Géometriques.

2. Comme notre Analyse du Systême du Monde doit être fondée sur les figures, les grandeurs & les mouvemens réels des Corps dont il est composé; on aura un excellent exemple de la Méthode de procéder par Analyse & par Synthese, si nous faisons voir de quelle maniere nous sommes en état par les Phénomenes apparens de déduire les réels, sans la connoissance desquels nos recherches sur les Puissances ou les causes qui operent dans la Nature seroient douteuses, ou nous induiroient en erreur. La connoissance de la disposition & des mouvemens des Corps céleste doit précéder une recherche exacte de leurs causes. L'une est plus aisée, l'autre est plus difficile: la premiere preparera à la seconde, & servira à mettre le Lecteur au fait de cette Méthode (la seule par laquelle on puisse acquérir de la certitude en cette Science) dans des cas aisés, avant qu'il procéde à ceux d'une Nature plus compliquée. Nous commencerons donc par l'exemple le plus clair & le plus simple en faisant voir en peu de mots comment par les Phénomenes on parvient à découvrir la véritable figure, la grandeur & les mouvemens réels de la Terre, & comment ces Principes étant établis, on en déduit par la Synthese des Phénomenes innombrables.

3. C'est à la vûe que nous sommes redevables des connoissances que nous avons des parties éloignées du Sistême du Monde; car il n'y a que les objets qui sont

près de nous, qui tombent sous l'observation des autres sens; mais celui-ci, tout admirable qu'il est, a ses imperfections. La Vision dépend de la peinture des objets externes, formée sur la Rétine & d'un jugement de notre Ame, acquis par l'habitude & l'expérience; ce jugement est si immédiatement uni avec la sensation, qu'il est impossible, par un acte de la reflexion, de l'en séparer, ou lorsqu'il est faux, de le corriger tout-à-coup. Si la Vision ne dépendoit que de cette peinture, alors des représentations égales sur la Rétine, feroient naître des idées de grandeurs égales des objets; & si le plus petit Insecte étoit si près, qu'il pût couvrir une Montagne éloignée de lui, l'Insecte nous paroîtroit égal à la Montagne. Mais nous avons acquis par l'habitude la faculté de combiner l'opinion ou le préjugé, formé sur la distance, avec la grandeur ou le volume apparent de l'image représentée sur la Rétine, & cela avec une promptitude de pensée inconcevable, ensorte que l'idée que nous nous formons de sa grandeur, est le résultat de l'un & de l'autre, faisant une compensation pour la plus grande distance, conforme à la notion que nous en avons conçue. De-là, il est aisé de voir à combien d'erreurs la Vision peut donner lieu; car comme nous sommes sujets à nous tromper souvent dans la notion que nous avons de la distance, il doit en résulter autant de fausses idées de la grandeur des objets. D'ailleurs, dans plusieurs cas, cette notion de la distance est produite sans reflexion par la force de l'habitude; & nous trouvons que l'effet de cette fausse idée, subsiste même après que l'entendement est mieux instruit, & que le jugement est réformé. Ainsi la Lune continue de nous paroitre plus grosse à l'Horizon qu'au Méridien, même après que l'on nous a démontré que sa distance est alors plus grande, ensorte qu'elle devroit réellement paroître moindre. Parce que, suivant l'observation de Kepler, les Cieux nous paroissent, non comme un

Dôme hémiſphérique, mais comme un Segment de Sphére, moindre que l'Hémiſphere ; nous ſommes accoûtumés à attribuer une grandeur réelle, plus conſidérable aux objets vûs à une grande diſtance près de l'Horiſon, qu'à ceux d'une grandeur égale apparente, (ou qui ont des images égales ſur la rétine) vûs dans une ſituation fort élevée au-deſſus de l'Horizon ; & par-là, il explique ingénieuſement, pourquoi la Lune nous paroît plus groſſe à l'horiſon qu'au Méridien. Mais après que nous ſommes mieux informés, & que nous connoiſſons que la grandeur apparente de la Lune eſt moindre à l'Horiſon, dans la même proportion que la diſtance eſt plus grande, nous ne nous contentons pas d'avoir égard à cela dans notre jugement ; mais entraînés par la force de l'habitude & de la coutume (*a*) nous attribuons à cette diſtance, beaucoup plus qu'il ne faudroit. L'effet de l'habitude ſur l'Ame & ſur ſes opérations eſt un ſujet qui mérite bien l'attention particuliere des Philoſophes ; mais il n'eſt pas à propos d'y inſiſter ici, de peur que nous ne paroiſſions mêler ſans néceſſité, ce qui eſt obſcur & incertain, avec ce qui eſt clair & ſatisfaiſant. Car l'Analyſe que nous avons à expoſer, ne dépend d'aucun principe diſputé, mais de ceux de la Géométrie pratique, appliqués au Syſtême céleſte.

4. L'Expérience nous a appris differens moyens de former un jugement ſur les diſtances des objets, lorſqu'ils ne ſont pas fort éloignés de nous ; comme par la différente diſpoſition de nos yeux, lorſque nous regar-

(*a*) Peut-être que la ſurface concave du Ciel nous paroît comme un Segment moindre qu'un Hemiſphere, parce que nous avons toujours été accoûtumés à voir de plus grandes diſtances le long de l'Horizon que dans la ligne verticale vers le Zenit. Mais quelque puiſſe être la raiſon de cette apparence (la ſuppoſant vraie) il ſembleroit qu'une façon habituelle de penſer le contraire devroit avoir quelque effet, & il y a des perſonnes qui obſervent réellement que la Lune ne leur paroît jamais ſi groſſe à l'Horizon, qu'autre-fois lorſqu'elles étoient jeunes & que ſes Mouvemens ne leur étoient pas connus.

dons avec les deux ensemble un objet qui est proche ; car il est évident, que dans ce cas, nous devons tourner davantage les yeux l'un vers l'autre, afin de les diriger vers le même point de l'objet, que lorsqu'il est à une plus grande distance. Nous apprenons de même, bientôt par l'Expérience, que lorsque l'objet est très-près, l'image en est obscure & confuse, & nous sommes obligés de forcer nos yeux pour la rendre un peu plus distincte. Nous éprouvons aussi que l'image est plus lumineuse & plus brillante, lorsque l'objet est proche, que lorsqu'il est éloigné. Mais le moyen le plus commun d'estimer la distance, c'est par les objets interposés, ou lorsque l'objet que nous examinons est d'une espece qui nous est très-familiere, par le volume qu'occupe son image dans la peinture formée sur la Rétine. C'est par ces méthodes, & peut-être par quelques autres, que nous sommes capables de former quelque jugement de la distance des objets proches (*a*)

Mais lorsqu'ils sont très-éloignés, & qu'il n'y a au-

(*a*) Un sçavant Auteur * d'un caractere distingué commence un Traité curieux sur ce sujet par cette Observation : « Tout le Monde, je » pense, convient que la distance » ne peut être vûe d'elle-même & » immédiatement, car la distance » étant une ligne dirigée par l'ex- » trémité à l'œil, elle ne projette » dans le fonds de l'œil, qu'un seul » point qui persiste invariablement » le même, soit que la distance » soit plus longue ou plus courte. » La distance dont il s'agit dans cette remarque, est la distance à l'œil, & ce qu'on en dit ne peut être appliqué à la distance en général. La distance de deux Astres est susceptible des mêmes variétés que toute autre quantité ou grandeur. Les grandeurs visibles sont composées de parties & elles peuvent être résolues en ces parties aussibien que les grandeurs qui sont l'objet du tact ; & les proportions des premieres peuvent être assignées comme celles des dernieres. Ensorte que cet Auteur va trop loin, lorsqu'il nous dit que les grandeurs visibles ne ne sont pas plus l'objet de la Géometrie que les paroles, & lorsqu'il conclud de la distance en général ce qui ne peut se dire que de la distance dirigée « par l'extremité à l'œil » ; il prétend démontrer » que les » idées de l'Espace de l'Etendue & » des choses éloignées ne sont pas » à proprement parler l'objet de la » vue, & qu'on ne peut pas plus en » juger par l'œil que par l'oreille. »

* C'est sans doute M. Berkley, Evêque de Cloyne, qui a donné un Traité d'Optique aussi singulier, mais aussi ingénieux que ses autres Ouvrages.

cun objet entre-eux, tels que sont les Corps célestes, ces méthodes nous trompent, les sens ne peuvent plus servir à comparer leurs distances, & il est impossible de déterminer qu'elles sont les plus grandes ou les moindres, sans le secours de la Géométrie, ou de quelque Art équivalent. Dans ces cas, donc, la vûe rapporte tous les objets à une surface concave. Ainsi les Nuées, les Météores, les Planetes, & tous les Astres paroissent à la vûe, dans une même surface concave, quoiqu'il y ait une très-grande variété dans leurs distances réelles. C'est alors que la Géométrie Pratique nous prête un secours sûr & nécessaire; par ce moyen, nous trouvons bientôt que les Nuées, non-seulement sont plus près de nous que les Corps célestes, qu'elles nous cachent souvent, mais que leur distance n'est que de quelques milles; un leger changement de lieu en produisant un très-grand dans leur situation respectivement à nous, puisque celles que nous voyons dans un lieu, sont différentes en situation de celles qu'on voit en même-tems, dans les lieux éloignés de celui où nous sommes. Nous appercevons bientôt que la Lune est à une distance beaucoup plus grande, parce qu'elle est vûe tout-à-la-fois de la moitié de la Terre, & à peu près dans la même direction, ou dans la même situation parmi les Etoiles fixes. Nous apprenons aisément que la Lune est à une moindre distance de nous que le Soleil, parce que se trouvant entre nous & ce Globe, elle produit les Eclipses Solaires; & que Venus & Mercure sont plus près de nous dans leurs conjonctions inférieures que le Soleil, parce qu'on les apperçoit comme des taches obscures sur son disque. Si nos instrumens étoient absolument parfaits, & qu'il nous fut possible de faire nos observations avec la derniere exactitude, alors nous serions assurés de la distance précise de chaque Corps céleste, & toute la disposition du Systême du Monde, pourroit être exactement connue. Mais ce sujet étant

de la derniere importance dans notre Analyse, il mérite un plus grand éclaircissement.

5. Que A & C (*Pl. III. Fig.* 50.) représentent deux Spectateurs, ou deux différentes stations du même Spectateur, D l'objet ou le Phénomêne dont on cherche la distance. Cet objet paroît au Spectateur en A dans la ligne droite ADF, & au Spectateur en C dans la ligne droite CDE; l'Angle qu'elles forment ADC, fait voir combien la position de l'objet D varie respectivement aux deux Spectateurs. Lorsque cet Angle est grand, la distance AD n'a pas une grande proportion à AC; mais cet Angle étant très-petit, comme lorsque l'objet est éloigné de D en H, alors sa distance de A doit être beaucoup plus grande que AC, distance des deux Spectateurs, ou des deux stations; parce que AC est toujours à AD, comme le sinus de l'Angle ADC, est au sinus de ACD par la Trigonométrie commune. Ainsi lorsque AC est de quelques milles, & que D représente un Nuage, l'Angle ADC se trouve très-considérable, & de-là nous apprenons que sa distance, n'est pas fort grande. Si EDC représente la ligne droite dans laquelle le Soleil luit, alors C représentera l'ombre du Nuage sur le plan AC; & on pourra déterminer la proportion de AD à AC, par les observations faites à une station A. Mais quoique la ligne droite AC soit de plusieurs centaines de milles, si H représente la Lune, on trouve que l'Angle AHC est extrêmement petit, d'où nous concluons que la distance de la Lune ne doit être exprimée que par un très-grand nombre de milles.

6. Que C (*Fig.* 51.) représente le centre de la Terre, A un lieu quelconque sur sa surface, CA*e* la ligne verticale de ce lieu, *d* un objet ou un Phénomêne au Zénit, ADF une Tangente à la surface de la Terre en A, qui est l'Horison sensible de ce lieu. Alors l'objet *d* étant supposé répondre à l'Etoile fixe *e*, lorsqu'il est dans la ligne verticale, pour un Spectateur placé en A

aussi-bien qu'en C, il n'en est plus de même, lorsque l'objet *d* vient à l'Horison en D. Car quoique le centre C, l'objet D & l'Etoile E (abstraction faite de leurs mouvemens propres) soient toujours dans une ligne droite, cependant D & E, ne sont plus dans une même droite avec A, lieu du spectateur; mais tandis que D paroît être en F, l'Etoile paroît toujours élevée au-dessus de l'Horison par l'arc EF, qui mesure l'Angle EDF, ou ADC, dont le sinus est au rayon, comme CA demi diamétre de la Terre, est à CD, distance de l'objet au centre de la Terre. Cet Angle ADC, est ce qu'on appelle la Parallaxe horisontale de l'objet ou du Phénomene, & il fait voir sous quel Angle le demi diametre de la Terre CA paroîtroit, s'il étoit vû à la distance de l'objet CD; & trouver la Parallaxe horisontale de quelque objet, ce n'est autre chose que déterminer de quelle grandeur (ou sous combien de minutes & de secondes) paroîtroit le demi-diametre de la Terre, vû depuis cet objet. Supposons un nombre d'objets quelconque, dans la ligne droite AF, comme D, G, H, & des Spectateurs à chacun d'eux, voyant le demi-diametre de la Terre CA; il leur paroîtra sous les Angles respectifs CDA, CGA, CHA, qui sont les Parallaxes respectives de ces objets, & qui diminuent par degrés, à mesure que leurs distances augmentent. Nous découvrons donc les distances de ces objets, en déterminant la grandeur apparente du diamétre de la Terre, vû de ces mêmes objets: & il est évident que cette méthode est bien fondée, puisqu'il est certain que les distances ausquelles la Terre paroît grande à un Spectateur doivent être moindres, & que celles d'où la Terre lui paroît petite doivent être plus grandes. Ainsi la Terre paroîtroit très-grande à un Spectateur qui ne seroit qu'à la distance de quelques centaines de milles; à un Spectateur placé dans la Lune, le demi-diamétre de la Terre paroîtroit sous un Angle moindre qu'un dégré: on la

verroit depuis Venus, à peu près de la même grosseur que cette Planete nous paroît; & pour un Spectateur aussi éloigné que Jupiter ou Saturne, la Terre seroit à peine visible absolument, à moins qu'il n'eût une vûe plus perçante que la nôtre, ou qu'il n'eût appellé l'Art à son secours. Et comme la proportion de la distance où est le spectateur du centre de la Terre à son demi-diamétre étant connue, on détermine aisément de quelle grandeur lui paroîtroit la Terre; ainsi réciproquement, lorsque nous avons découvert cette apparence, il est aisé d'assigner la distance du Spectateur à la Terre.

7. De cette maniere on porte la mesure de la Terre jusqu'aux Cieux, & on compare les distances des Corps célestes avec les demi-diamétres de la Terre, & ces mêmes distances les unes avec les autres. Il est à propos d'ajouter encore plus d'éclaircissement à ce sujet, qui est de grande importance en Astronomie, Science qui nous fait acquérir des connoissances de la Nature si nobles & si étendues. Imaginons un spectateur en A, voyant un Espace immense autour de lui, tandis qu'une ligne droite DL, perpendiculaire à AD, & égale au demi-diamétre de la Terre, se meut sur la ligne droite AF, depuis la moindre distance jusqu'à la plus grande; alors la Parallaxe, appartenant à une distance quelconque, n'est autre chose que l'Angle sous lequel le demi-diamétre de la Terre paroît à cette distance au Spectateur placé en A. Ainsi les Parallaxes appartenant aux differentes distances AD, AG, AH, &c. sont les Angles respectifs DAL, GAM, HAN, &c. qui mesurent la grandeur apparente du demi-diamétre de la Terre vû à ces distances par un Spectateur en A. Si nous supposons que ce demi-diamétre s'éloigne à l'infini, ces grandeurs apparentes diminueront par degrés, à peu près dans la même proportion que la distance augmentera. Les Parallaxes diminuent dans la même raison, & une

échelle

échelle de l'une des diminutions ferviroit également pour l'autre. Il eft clair que du moment que quelqu'objet s'éloigne de la ligne verticale, il paroît au Spectateur en A abbaiffé vers l'Horizon, & fa dépreffion lui paroît plus grande à proportion qu'il en eft plus près. Le vrai lieu de l'objet D eft en E, où il feroit vû du centre C; mais fon lieu apparent à un Spectateur en A eft en F, & fon abbaiffement ou fa Parallaxe eft mefuré par l'Arc EF, ou par l'Angle EDF, égal à ADC. Maintenant pour trouver cet abbaiffement, il fuffit de faire attention à l'Etoile fixe E, qui n'a point de Parallaxe fenfible, & qui étoit fuppofée en conjonction avec l'objet dans la ligne verticale A*de*; car l'abbaiffement de l'objet D fous l'étoile E, vû de A, donne la parallaxe. Par de femblables procédés on a trouvé à l'aide des obfervations Aftronomiques, que la diftance moyenne de la Lune au centre de la Terre, eft d'environ 60 demi-diamétres de ce Globe.

8. On connoît plus aifément la figure d'un Corps, lorfqu'on peut le voir à de grandes diftances, que lorfqu'il eft vû de près, parce que le Corps étant éloigné, l'œil en embraffe une partie confidérable tout-à-la-fois, d'où il eft plus aifé de déterminer la figure du tout; au lieu que lorfqu'il eft vû à de petites diftances, les moindres irrégularités fur fa furface ont un trop grand effet fur la vûe, & font propres à nous induire en erreur fur le jugement que nous portons du tout. Il eft aifé de voir par exemple, que le Soleil & la Lune font d'une Figure Sphérique, parce que dans toutes pofitions, ils nous paroiffent conftamment terminés par un cercle, propriété qui n'appartient qu'à la Sphere ou au Globe. Mais nous ne découvrons pas fi facilement la Figure de la Terre, parce que la plus grande partie que nous puiffions en appercevoir, du fommet des plus hautes montagnes, n'a qu'une très-petite proportion à la Surface totale; & fa Courbure ou fa Sphéricité, eft à peine fenfible dans

ces aspects. Cependant nous avons des preuves incontestables que la Terre est ronde, quoiqu'elle ne soit pas exactement sphérique. Nous sommes certains que les sections Méridiennes de la Terre, ou les sections par ses Poles, sont circulaires, parce que à mesure que nous avançons vers le Midi, les Etoiles Septentrionales s'abbaissent, & les Méridionales s'élevent, à peu près dans un cours régulier; ensorte qu'un dégré d'abbaissement des premieres ou d'élévation des dernieres, correspond toujours à 60 Milles Italiques ou Géographiques sur le Méridien; d'où nous concluons qu'une Section Méridienne de la Terre, est un cercle, dont un degré est de 60 Milles, & que toute la circonférence est de 60×360, ou 21600, des mêmes Milles. A l'Equateur, les deux Poles sont dans l'Horizon, à proportion que nous nous éloignons vers le Nord, le Pole boréal s'éleve jusqu'à ce que nous arrivions au Pole de la Terre où le Pole céleste est dans le Zénit; & en général, l'élévation du Pole augmente par dégrés, & exactement dans la même proportion que la distance de l'Equateur. On voit que l'Equateur & ses Paralleles, sont circulaires, par la progression réguliere que la Lumiere fait chaque jour de l'Orient à l'Occident, sur leur surface. Le Soleil arrive au Méridien des lieux, qui sont plus Orientaux, plutôt qu'au Méridien de ceux qui sont situés vers l'Occident, à proportion de la distance de ces Méridiens, mesurée sur l'Equateur. La Figure Sphérique de la Terre, paroît de même par le Nivellement, où on trouve qu'il est nécessaire d'avoir égard à la différence entre le niveau apparent & vrai; le premier étant un plan qui touche la surface de la Terre, le dernier la surface sphérique elle-même, qui se trouve sous le plan qui la touche.

9. Mais nous avons la preuve la plus claire & la plus simple de la Sphéricité de la Terre, par l'ombre qu'elle projette sur la Lune dans les Eclipses Lunaires. Car

cette ombre étant toujours terminée par un Arc de cercle, il s'ensuit que la Terre qui la projette, est d'une Figure Sphérique. S'il y avoit quelqu'angle remarquable, ou quelque protubérance irréguliere très-considérable sur la Terre, elle se manifesteroit dans quelques circonstances par son ombre. Les montagnes sont à la vérité des irrégularités sur la surface de la Terre; mais elles ont si peu de proportion à la grandeur de son volume, qu'elles ne sont aucunemeent sensibles dans l'ombre de ce Globe. Il y a pareillement une élévation graduelle du rivage de la Mer, vers le milieu des grands Continens; comme en Europe des rivages de l'Océan, de la Méditerranée & du Pont Euxin vers la Suisse; mais cette élévation graduelle est si petite, qu'elle n'a que fort peu d'effet sur la Figure de la Terre. Si elle étoit considérable, elle porteroit trop haut dans l'Atmosphere, les parties du milieu des Continens; mais elle est suffisante pour donner cours aux Rivieres, & pour conserver l'admirable circulation de l'Eau, si nécessaire à ce Globe: l'étendue des grands Continens a été problablement ainsi formée dans la vûe de procurer cet avantage. Enfin, par tout ce que nous venons de dire, il paroît évidemment que la Terre est d'une Figure Sphérique, quoiqu'elle ne soit pas un Globe exact, & si elle étoit vûe d'une certaine distance, elle nous paroîtroit comme le Soleil ou la Lune, c'est-à-dire, toujours terminée par une figure circulaire, à moins que cette distance ne fut assez grande pour la faire ressembler à Venus ou à Mars; lorsqu'en conséquence de la contraction du diamétre apparent, toute la Surface paroîtroit resserrée en un point, & les Alpes, les Pyrenées, & même la longue chaîne des Cordelieres, ne refléchiroient pas assez de rayons pour être apperçues. A des distances si immenses, sa Figure ne pourroit être distinguée par la vûe, à moins qu'elle ne fut aidée d'un Télescope, ou de quelqu'instrument équivalent.

10. L'Océan qui couvre une grande partie de la Surface de la Terre, est plus exactement sphérique que les parties solides; & il est manifeste que cela vient de la gravitation de ses parties vers la Terre, qui agit dans des lignes droites perpendiculaires à sa Surface. Car si sa direction formoit un Angle aigu avec la Surface, le Fluide se mouvroit nécessairement de ce côté, & ne seroit pas en équilibre, jusqu'à ce que la direction de la gravité devint perpendiculaire à la Surface de toutes parts, ensorte qu'elle ne déterminât le Fluide à se mouvoir d'aucun côté. Les perpendiculaires à une surface Sphérique, se rencontrent toutes au centre de la Sphere; donc, puisque la Terre est à peu près une Sphere, la direction de la Gravité est à peu près vers son centre; non qu'il y ait réellement quelque vertu ou quelque charme, dans le point appellé le Centre, qui attire les Corps, mais parce que c'est l'effet de la Gravitation des Corps vers toutes les parties dont la Terre est composée, comme il paroîtra plus particulierement dans la suite. La Gravité ne suit pas quelque direction fixe & déterminée, comme le vulgaire est porté à se l'imaginer, & il n'est besoin, ni de colomnes ni d'instrumens de quelqu'espece qu'ils soient pour soutenir la Terre; cette direction étant toujours en embas, qui tend vers le centre de la Terre, ou pour parler plus exactement, qui est perpendiculaire à la surface du Fluide, sur le côté concave; & celle qui est perpendiculaire à la surface sur le côté convexe, tend toujours vers le haut. Si la Terre étoit toute fluide, sa surface totale seroit de niveau, aucune partie n'auroit de la prééminence sur le reste à cet égard, & les Corps seroient soutenus par ce Globe, également tout au tour de sa Surface avec une fermeté & une sureté égales. Ainsi il n'y a aucune difficulté à concevoir, qu'il y ait des Antipodes; & il paroît également absurde, de croire que les Corps tomberoient de quelqu'autre partie de la Terre, qu'il le

feroit de s'imaginer, que du lieu que nous habitons, ils puffent s'élever en l'Air.

11. Ce principe de la Gravité s'étend à tous les Corps, qui environnent la Terre. Car la Gravité de l'Air étant démontrée d'une façon inconteftable, par les fameufes expériences de Galilée & de Torricelli, & plufieurs autres du même genre, il paroît évidemment que tous les Corps terreftres quels qu'ils foient, font péfans ou gravitent vers la Terre, & que la legéreté apparente de quelques-uns d'eux, ne vient que de la plus grande gravité de l'Air environnant, qui fait qu'ils s'élévent en haut, par la même raifon que le Liege s'éleve dans l'Eau, & le Plomb dans le Vif-argent; ou bien ils ne doivent leur élévation, qu'à quelque milieu renfermé dans leurs parties. On doit principalement regarder la Gravité des Corps terreftes comme univerfelle, parce que, par les expériences les plus exactes, on a toujours trouvé qu'elle obferve la même proportion que leurs quantités de Matiere, & qu'elle ne dépend pas de la figure, ou du volume des Corps, ou de la contexture de leurs parties, mais qu'elle eft toujours proportionnelle à leur quantité de Matiere, & n'eft mefurée que par-là, faifant abftraction de l'influence du milieu dans lequel ils nagent. Car la Gravité produit toujours la même viteffe, dans les Corps de toutes efpeces, dans le même-tems, & par conféquent, elle doit agir également fur des portions égales de Matiere, & fur d'autres plus grandes avec une force proportionnellement plus grande. La direction de cette Puiffance, eft à peu près vers le centre de la Terre; car à préfent nous faifons abftraction de la différence de fa Figure, de celle d'une Sphere parfaite, caufée par fon mouvement uniforme fur fon Axe. La force de cette Puiffance eft telle qu'elle emporte tous les Corps en embas, avec une viteffe de 15 $\frac{1}{12}$ pieds mefure de Paris, dans une feconde de tems, ainfi qu'il réfulte de plufieurs expériences

exactes; chaque Corps parcourroit précisément autant d'Espace, s'il descendoit librement dans une perpendiculaire à l'Horizon, & n'éprouvoit point de résistance de l'Air ou de tout autre milieu environnant. Lorsqu'un Corps est jetté dans une ligne droite, qui n'est pas perpendiculaire à l'Horizon, il se meut dans une courbe, mais de sorte qu'il tombe toujours sous le point, qui dans la ligne de projection est directement audessus de lui, autant qu'il seroit tombé en descendant librement suivant la perpendiculaire, dans le même tems; pourvû que nous supposions la Gravité agir dans des lignes paralleles, ainsi qu'on avoit coutume de le faire avant que M. le Chevalier Newton eut trouvé nécessaire de considérer son action plus exactement; & cette supposition peut-être admise, sans aucune erreur sensible, dans tous les mouvemens que nos machines sont capables de produire.

12. La Figure sphérique de la Terre avec la direction & la force de la Gravité, étant découverte par cette Analyse, on peut en déduire par la Méthode de Synthese une grande variété de Phénomenes. Toute la doctrine de la Sphere peut être expliquée par la Figure de la Terre, soit dans le Systême de Pythagore, ou dans celui de Ptolomée. Comme le Soleil paroît parcourir tout le cercle de 360 degrés dans 24 heures, ainsi dans une heure il paroît parcourir 15 dégrés, & un dégré en quatre minutes de tems, sur l'Equateur ou ses Paralleles. De-là la distance du Méridien à deux lieux mesurée sur l'Equateur, ou leur différence de Longitude étant connue, il est aisé de calculer combien les heures à un lieu précédent les mêmes heures à l'autre, en comptant 4 minutes de tems pour chaque dégré de cette distance; & réciproquement la différence du tems étant donnée, on trouve la différence de Longitude, en comptant un degré pour quatre minutes de tems, & à proportion, dans des diffé-

rences plus grandes ou plus petites. Il eſt évident que les heures du jour, qui ſont ſucceſſives dans un lieu quelconque, exiſtent toutes enſemble, lorſqu'on a égard au Globe entier; enſorte qu'on ne peut aſſigner aucune heure du jour qu'on ne puiſſe pareillement aſſigner un Méridien où il eſt cette même heure, au tems marqué. L'Horiſon ſenſible de quelque lieu eſt un Plan perpendiculaire à la ligne verticale de ce lieu, & qui y touche la ſurface de la Terre. L'Horizon rationel eſt un Plan parallele au précédent qui paſſe par le centre de la Terre, dont les Poles ſont le *Zenit* & le *Nadir*, de la même maniere que les Poles Boréal & Auſtral du Monde ſont les Poles de l'Equateur. Les Phénomenes particuliers des lieux dépendent de la poſition de l'Horizon reſpectivement aux Cercles du mouvement diurne apparent du Soleil & des Aſtres. L'Horizon d'un lieu à l'Equateur paſſe par les Poles, & diviſe également l'Equateur & ſes Paralleles; de-là les jours & les nuits ſont toujours égaux dans ces lieux, & chacun des Aſtres fait la moitié de ſa révolution au deſſus de l'Horizon & l'autre moitié au-deſſous. Les Cercles du mouvement diurne ſont tous perpendiculaires à cet Horizon, & pour cela on dit que ces Habitans ſont dans la Sphere droite. Lorſque le Soleil ſe meut dans l'Equateur il s'éleve directement de leur Horizon au Zenit, & alors il deſcend de nouveau directement à ce même Horizon; dans d'autres cas après s'être élevé perpendiculairement, il s'en va obliquement dans ſon parallele vers le Nord ou vers le Midi, ſuivant la ſaiſon de de l'Année, ce qui doit leur procurer un grand ſoulagement en ce que la chaleur eſt par-là conſidérablement diminuée. Aux Poles l'Horizon ſe confond avec l'Equateur; enſorte que l'Hémiſphere céleſte Boréal doit être toujours vu du Pole Boréal, étant au-deſſus de cet Horizon, tandis qu'il n'y aucune partie de l'Hémiſphere Auſtral qui y ſoit viſible, puiſ-

qu'il eſt toujours au-deſſous de l'Horizon. Les Cercles du mouvement diurne étant paralleles à l'Equateur, & par conſéquent à leur Horizon, le Soleil & les Aſtres leur paroiſſent ſe mouvoir dans des paralleles à cet Horizon; les Etoiles fixes ne ſe levent & ne ſe couchent jamais, & le Soleil ſe leve à l'Equinoxe du Printems & ſe couche à celui d'Automne; enſorte qu'ils jouiſſent du jour la moitié de l'année, & en ſont privés l'autre moitié; c'eſt ce qu'on appelle être ſous la Sphere parallele. Dans les lieux intermédiaires, les Cercles du Mouvement diurne ſont obliques à l'Horizon, un Pole eſt toujours élevé au-deſſus de ce Cercle de la hauteur d'un Arc égal à la Latitude du lieu, & l'autre Pole eſt abbaiſſé au-deſſous d'un Arc égal. Tous les Aſtres dont la diſtance du Pole élevé n'excedent pas la Latitude du lieu ſont conſtamment au-deſſus de l'Horizon, & ceux qui ſont à la même diſtance de l'autre Pole reſtent au-deſſous & ne deviennent jamais viſibles pour eux. L'Equateur & l'Horizon étant de grands Cercles ſe diviſent l'un l'autre également, delà les jours ſont égaux aux nuits par tout, lorſque le Soleil parcourt l'Equateur céleſte. Mais lorſque le Soleil eſt du même côté du Pole élevé, il y a une plus grande portion de ſon Parallele au-deſſus de l'Horizon qu'au-deſſous, & par conſéquent les jours ſont plus longs que les nuits: & lorſque le Soleil eſt de l'autre côté de l'Equateur il y a une plus grande portion de ſon Parallele diurne au-deſſous de l'Horizon qu'au-deſſus; d'où il ſuit que les nuits ſont plus longues que les jours. On dit de ceux qui habitent ces Climats qu'ils ſont ſous la Sphére oblique. Dans tous ces differens lieux, le tems dans lequel on a le jour, (c'eſt-à-dire où le centre du Soleil eſt au-deſſus de l'Horizon) eſt égal au tems dans lequel on a la nuit, (ou auquel le centre du Soleil eſt ſous l'Horizon,) en conſidérant l'Année entiere, abſtraction faite des effets de la Réfraction & de la figure Elliptique

Elliptique de l'Orbite de la Terre, auxquels on n'a pas égard dans la Doctrine de la Sphere. Mais ces tems égaux sont distribués avec une grande variété, sous l'Equateur on a 12 heures de jour & 12 heures de nuit qui se succédent perpétuellement. Sous les Poles on a le jour tout à la fois sans interruption & la nuit de même, la durée de chacun étant de la moitié de l'Année. Dans les lieux intermédiaires la longueur des jours dans une saison est compensée par la longueur des nuits dans l'autre. Sous les Cercles Polaires le Soleil tourne continuellement pendant quelques jours, ou quelques semaines, au-dessus de l'Horizon; mais dans la saison opposée de l'Année, il reste aussi long-tems au-dessous. Ainsi l'égalité des tems du jour & de la nuit persiste, lorsque nous faisons abstraction du Diametre sensible du Soleil, des effets de la Réfraction & du Crépuscule, & de la figure Elliptique de l'Orbite de la Terre; mais en conséquence de toutes ces choses le tems dans lequel on a le jour, excéde considérablement la durée de la nuit, particuliérement dans l'Hémisphere Boréal. L'Amplitude du Soleil ou sa situation sur l'Horizon, a aussi de grandes variétés qui se déduisent aisément des mêmes Principes. Elle est moindre sous l'Equateur, où elle se trouve de 23° 29' de chaque côté des points de l'Orient & de l'Occident, vers le Nord ou vers le Midy. A la Latitude de 56°, elle est d'environ 45° de chaque côté des mêmes points, & l'Arc compris entre les Points les plus Septentrionaux ou Méridionaux où il se couche & se leve, est d'environ un quart de Cercle. Sous les Cercles Polaires son Amplitude est tout le demi-Cercle du Nord ou Sud. Un Cercle perpendiculaire au Méridien & à l'Horizon est appellé le premier vertical, & comme c'est un grand Cercle, il coupe l'Equateur également, & tous les lieux qui sont situés sous lui sont au vrai point de l'Orient ou de l'Occident pour nous: on explique par-là un grand nombre de Paradoxes Géo-

graphiques. La Gnomonique est déduite des mêmes Principes. L'espece de Cadran la plus simple est un Equinoxial où l'ombre est reçue sur un Plan parallele aux Cercles du Mouvement diurne du Soleil, & elle est projettée par un style, ou une ligne droite, perpendiculaire à ces Plans. Comme le Soleil parcourt des Arcs égaux sur le Cercle parallele à ce Plan dans des tems égaux, le Mouvement de l'ombre dans ce Cadran sera pareillement uniforme, ensorte que les intervalles entre les heures doivent être égaux; ce qui se fait par conséquent en divisant le Cercle en 24 parties égales. La construction des autres Cadrans se déduit aisément de ce que nous venons de dire, mais notre dessein nous oblige de passer très-légérement sur ces sortes de choses. Nous avons un exemple remarquable des charmes attachés à la vérité, en observant cette étonnante variété de Phénomenes qui suivent d'un si petit nombre de Principes tels que la Figure Sphérique de la Terre, son mouvement diurne & l'obliquité de son Axe, lorsque nous examinons la Terre depuis la Zone Torride jusqu'à la Zone Glaciale, ou depuis l'Equateur jusqu'aux Poles, & que nous faisons attention aux Phénomenes de la Chaleur & du Froid, aussi-bien qu'à ceux du jour & de la nuit & des mouvemens apparens des Astres. Une si grande diversité de Phénomenes qui résulte de deux Principes d'une nature si simple, est pour l'entendement le sujet d'une spéculation curieuse, aussi-bien qu'elle remplit l'imagination d'agréables idées, & sert à faire connoître la merveilleuse fertilité dont la Nature est capable dans ses productions; ensorte que sur le Globe Terrestre nous avons quelque image ou quelque représentation, dans les Climats de l'Equateur aux Poles, de cette grande variété qu'on peut supposer avoir lieu dans le Systême Solaire, depuis Mercure la la plus près & la plus échauffée des Planetes, jusqu'à Saturne la plus éloignée & celle qui reçoit le moins de chaleur.

13. Quoique la Doctrine de la Sphere puisse être expliquée par le Systême de Ptolomée, aussi-bien que par celui de Copernic ou de Pythagore, en supposant le *Premier Mobile* pénétrer tout l'Univers, à l'exception seulement de la Terre & ce qui en dépend, & l'emporter chaque jour autour de l'Axe de la Terre; cependant cette Hypothese paroît si absurde à toute personne judicieuse, & qui ne s'est pas laissée entraîner par les préjugés des sens ou par les dogmes de la superstition, qu'elle est maintenant presque universellement rejettée. Les Mouvemens des Cometes exécutés avec tant de liberté dans les Espaces célestes nous font voir que les Orbes solides sont imaginaires, & qu'il ne peut y avoir un Moteur universel qui emporte tout l'Univers avec lui le long de ces Orbes; & il n'y a aucun Axe sur lequel on puisse supposer que tourne cette immense Machine. La vitesse prodigieuse qui, suivant cette Doctrine, doit être attribuée aux Etoiles fixes les plus éloignées, ne peut que révolter ceux qui ont quelque juste notion de la vaste étendue de l'Univers. Attribuer à la Terre une prééminence si extraordinaire à laquelle elle ne paroît avoir aucun droit, c'est une partialité indigne des Philosophes; d'autant plus que nous voyons que la plus grande partie des Corps célestes, le Soleil lui-même, tournent sur leurs Axes, ce qui nous induiroit, si nous étions sur la surface de quelqu'un d'eux, à attribuer à celui-là seul la même prééminence & à le placer au centre du Monde. Mais outre ces Observations & plusieurs autres qu'on pourroit faire, le retardement des Pendules portés sous l'Equateur & l'augmentation des dégrés du Méridien de-là jusqu'aux Poles, démontrent une Force Centrifuge plus grande sous l'Equateur, & diminuant par degrés vers chaque Pole où elle s'évanouit. Maintenant cette Force Centrifuge est une peuve évidente de la Révolution diurne de la Terre sur son Axe; par conséquent en traitant des Corps célestes, nous ferons en-

tiérement abstraction des Mouvemens diurnes & aparens des Planetes, comme appartenant seulement à la Terre. Ainsi notre Analyse des causes qui produisent les Mouvemens célestes, se trouve fondée sur l'état réel des choses, & non pas sur des apparences trompeuses.

14. La Doctrine de la Sphere se déduit avec facilité de ces mouvemens vrais, une moitié de la Terre est illuminée par le Soleil en tout tems, & l'autre est toûjours privée de sa lumiere. Le terme de la umiere & de l'obscurité est un grand Cercle de la Terre. Il est jour dans un lieu lorsqu'il fait sa Révolution dans la partie illuminée, mais il est nuit lorsqu'il se meut dans la partie cachée aux rayons du Soleil. Le Mouvement diurne se fait d'Occident en Orient, & le Soleil se leve pour quelque lieu lorsque ce dernier arrive au Cercle qui termine la lumiere & l'obscurité du côté de l'Occident, & il se couche lorsque ce lieu arrive au même Cercle du côté de l'Orient. Le Point où une ligne droite joignant les centres du Soleil & de la Terre coupe la surface de cette derniere, est celui qui a le Soleil au sommet ou Zenit, & c'est le Pole ou le point du milieu du Disque illuminé. Le Cercle décrit par le Mouvement annuel de la Terre ou par le Mouvement apparent du Soleil est l'Ecliptique, & parce que l'Axe de la Terre est oblique au Plan de ce Cercle, il coupe l'Equateur (dans un Angle de 23° 29',) & les deux points d'intersection sont appellés les Points Equinoxiaux, dans lesquels le Soleil paroît lorsque l'Axe de la Terre est perpendiculaire à la ligne droite tirée de son centre à celui du Soleil. On appelle Points des Solstices ceux qui sont à la distance de 90° des précédens, & où le Soleil se trouve lorsqu'il décline le plus vers les Poles. L'Equateur étant un grand Cercle, divisé en deux également par celui qui termine la lumiere & l'obscurité, la durée du jour sous l'Equateur est par conséquent toujours

égale à celle de la nuit. Il est évident que lorsque le Soleil paroît du côté du Nord de l'Equateur, le Pole Septentrional doit être dans l'Hemisphere illuminé; ensorte qu'on y jouira du jour depuis l'Equinoxe du Printems jusqu'à celui d'Automne, mais qu'on y sera privé de la lumiere du Soleil depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à celui du Printems; & ce sera le contraire pour le Pole Méridional. Un lieu, situé du même côté de l'Equateur que celui où le Soleil est au Zenit, a une plus grande partie du Parallele à l'Equateur qu'il parcourt, dans l'Hémisphere illuminé que dans l'autre; ensorte que le jour y sera plus long que la nuit : mais c'est le contraire lorsque le lieu est du côté opposé de l'Equateur, & la nuit doit être alors plus longue que le jour. On peut déduire de la même maniere tous les autres Phénomenes de la Doctrine de la Sphere des Mouvemens vrais qui s'exécutent dans le Systême du Monde.

13. Nous avons donné une Exposition sommaire de ce qui étoit connu sur la Gravité des Corps terrestres, avant Mr. le Chevalier Newton. Comme la Figure de la Terre est dûe à ce Principe, il est très-raisonnable de supposer, ainsi que Copernic l'a observé avec justice (a), que c'est par un semblable Principe, qui doit avoir lieu dans le Soleil & les Planetes, que leurs figures se conservent dans leurs differens mouvemens. On a tenté plusieurs entreprises, & imaginé des Systêmes pour expliquer la nature de cette Puissance & de sa cause, mais sans aucun succès. Descartes la déduisit de la Force Centrifuge de sa Matiere subtile, qui faisoit sa révolution sur l'Axe de la Terre; & cette explication a déja été réfutée (b). D'autres l'ont considérée comme une sorte de Magnétisme; mais les Puissances de la Gravité & du Magnétisme different considérablement dans les circonstances les plus essentielles. Quelques-uns ont eu recours à la pression de l'Atmot-

(b) Voyez Liv. I. Chap. III. § 2. (a) Voyez Liv. I. Chap. 4. §. 4.

phere ; quoique l'Air soit si éloigné de produire la Gravité, qu'il diminue constamment du Poids des Corps. Mais tout ce que nous avons besoin de conclure ici, c'est, que cette Puissance s'étend universellement à toutes sortes de Corps sensibles, à la surface, ou près de la surface de la Terre, & qu'elle a ces deux propriétés remarquables; premierement, qu'elle est proportionnelle à la quantité de Matiere contenue dans les Corps; secondement, qu'elle agit sans cesse, & avec la même force sur un Corps qui est déja en mouvement, que sur un autre qui est en repos. Cette derniere propriété se manifeste, en ce qu'elle produit des accélérations égales en tems égaux dans les Corps qui tombent. Ces deux propriétés la distinguent des causes qui sont entierement méchaniques, qui agissent à proportion de la surface, ou du volume des Corps, & qui produisent une moindre accélération dans un Corps qui est déja en mouvement, dans la direction suivant laquelle la cause agit, que sur un Corps en repos, dans le même tems. Tout ce que nous observons ici concernant la Gravité, nous ne le faisons pas dans la vûe de rien déterminer sur sa cause, mais seulement pour frayer le chemin à ce qui va suivre sur l'universalité de ce Principe.



CHAPITRE II.

La Lune est un Corps pesant, & gravite vers la Terre de la même maniere que les Corps Terrestres.

1. M. Le Chevalier Newton considérant que la Puissance de la Gravité agit également sur toute Matiere à la surface, ou près de la surface, de la Terre ; qu'elle n'est pas sensiblement moindre sur le sommet des plus hautes Montagnes, qu'elle affecte l'Air, & s'éleve jusqu'aux dernieres limites de l'Atmosphere, & enfin qu'elle ne pouvoit être l'effet de l'influence de quelque matiere terrestre sensible ; il ne pût se persuader qu'elle fut interrompue tout-à-coup, mais fondé sur toutes ces raisons, il pensa que ce devoit être un Principe plus général qui s'étendit jusqu'aux Cieux ; ensorte que la Lune qui est beaucoup plus proche de nous que tous les autres Corps du Systême céleste, en devoit être affectée. Les découvertes modernes ont suffisamment fait voir l'absurdité de l'opinion de ceux qui ont enseigné que les Corps célestes étoient composés de quelque substance inexplicable, essentiellement différente de celle de notre Terre : les Philosophes ne firent plus cette distinction, qui n'étoit fondée que sur la superstition & les préjugés vulgaires. On convînt que la Terre étoit du nombre des Planetes, & celles-ci furent regardées comme semblables à notre Terre. Pour rendre cette ressemblance complette, notre Auteur a démontré qu'elles étoient composées de la même substance pesante, gravitante, dont notre Terre est formée.

2. Les effets de la Puissance de la Gravité sur les

Corps terrestres, peuvent être réduits à trois classes: *Premierement*, un Corps en repos, soutenu par la Terre, ou suspendu par une corde, ou qui de quelque façon que ce ce soit se trouve arrêté, s'efforce cependant toujours de se mouvoir, en conséquence de sa Gravité qui en ce cas est mesurée par la pression du Corps en repos, sur l'obstacle qui s'oppose à son Mouvement. *Secondement*, lorsqu'un Corps descend dans la Ligne verticale, son mouvement est continuellement accéléré, en conséquence de la Gravité qui agit sans cesse sur lui; ou s'il est jetté en haut dans la même ligne droite, son mouvement est retardé en conséquence de l'action continuelle de la même Puissance sur lui, dans une direction contraire; & dans ces cas, la force de la Gravité est mesurée par l'accélération ou le retardement du Mouvement, produit dans un tems donné par la Puissance continuée uniformément pendant ce tems: mais si le Corps descend ou monte le long d'un Plan incliné, ou se meut dans un Milieu résistant, alors en mesurant cette Puissance, on doit avoir égard aux Principes de Méchanique exposés dans le Livre précedent. *Troisiemement*, lorsqu'un Corps est projetté dans quelque direction différente de la Ligne verticale, la direction de son mouvement varie continuellement, & il décrit une Courbe en conséquence de l'action non-interrompue de la Gravité qui, dans ces cas, est mesurée par la Courbure de la ligne décrite par le Corps; car la Puissance est toujours plus grande, *cæteris paribus*, à proportion qu'elle fait plus écarter le Corps de la Tangente, ou de la Direction dans laquelle il étoit jetté. Tous les differens effets de la Gravité se font constamment observer près de la surface de la Terre; car la même Puissance qui rend les Corps pesans, tandis qu'ils sont en repos, les accélerent lorsqu'ils descendent perpendiculairement, & les fait mouvoir dans une Courbe lorsqu'ils sont jettés dans quelqu'autre direction que celle de

de la Gravité. Mais nous ne pouvons juger des Puissances qui agissent sur les Corps célestes, que par les effets de la derniere espece : nous voyons les Corps près de la Terre, tomber vers elle; mais ce seroit une preuve de la Gravité de la Lune, qui ne pourroit avoir lieu, que l'état présent des choses ne fut renversé. Lorsqu'un Corps est jetté en l'air, nous ne voyons pas qu'il tombe dans la perpendiculaire vers la Terre, mais il descend en s'éloignant à chaque instant de la Tangente à la Courbe, c'est-à-dire de la direction, dans laquelle il se seroit mû, si sa Gravité n'eût pas agi à ce moment; & nous avons cette preuve de la Gravité de la Lune: car quoique nous ne la voyons pas tomber directement sur la Terre, dans une Ligne droite, cependant nous observons qu'elle descend chaque instant vers la Terre, en s'écartant de la ligne droite qui étoit la direction de son mouvement au commencement de cet instant; & ce n'est pas là moins évidemment une preuve de l'action de la Gravité sur elle, ou de quelqu'autre Puissance semblable, que le seroit sa descente en ligne droite, si elle pouvoit tomber librement vers la Terre.

3. Si nous avions des machines d'une force suffisan e, on pourroit par ce moyen jetter les Corps, de sorte qu'ils seroient non-seulement emportés fort loin, sans retomber vers la Terre, mais de plus, qu'ils parcourroient un quart d'un de ses grands Cercles, ou même, abstraction faite des effets de la résistance de l'Air, qu'ils feroient tout le tour de la Terre, sans la toucher, & qu'après être revenus à leur premiere place, ils recommenceroient une nouvelle révolution avec la même force qu'ils avoient d'abord reçûe de la Machine; que celle-ci seroit suivie d'une troisieme, & qu'ils tourneroient ainsi, comme une Lune ou un Satellite, continuellement autour de la Terre. Si on pouvoit réussir à produire cet effet près de la surface de la Terre, on le pourroit aussi plus haut dans l'Air, ou même dans

un lieu aussi élevé que la Lune, s'il étoit possible d'y transporter la Machine, ou une Puissance équivalente, & de l'y faire agir. En augmentant la force de la Puissance, un Corps proportionnellement plus grand, pourroit être ainsi jetté; & par une Puissance suffisamment grande, un Corps pesant qui ne seroit pas inférieur à la Lune pourroit être d'abord mis en mouvement, & sa Gravité l'empêchant constamment de se mouvoir en ligne droite, il tourneroit continuellement autour de la Terre. Ainsi M. le Chevalier Newton vit que le Mouvement curviligne de la Lune dans son Orbite & de tout Projectile à la surface de la Terre, étoient des Phénomenes du même genre, & pouvoient être expliqués par le même Principe étendu de la Terre jusqu'à la Lune; & que cette Planete étoit seulement un plus grand Projectile qui avoit reçû son mouvement, dès l'origine du Monde, du Tout-Puissant Auteur de l'Univers.

4. Mais pour rendre ce qui vient d'être avancé entiérement évident, il étoit nécessaire de démontrer que les Puissances qui agissent sur la Lune & sur les Projectiles près de la Terre, & qui les font mouvoir dans une ligne Courbe, étoient dirigées au même centre, & convenoient dans la quantité de leur Force, aussi-bien que dans leur direction. Tout ce que nous connoissons de la Force, a rapport à sa direction & à sa quantité; & une conformité constante à ces deux égards, est un fondement suffisant pour conclure que ce sont les mêmes Phénomenes, ou de semblables dérivés de la même cause, ou dont les causes sont de la même espece. On a démontré dans le dernier Chapitre, que la Gravité des Corps pesants est dirigée vers le centre de la Terre; & il paroît par les observations des Astronomes, que la Puissance qui agit sur la Lune, changeant constamment la direction de son mouvement en une Courbe, est dirigée vers le même centre: car

ils trouvent que la Lune ne décrit pas un Cercle exact autour de la Terre, mais une Ellipse ou une Ovale, & qu'elle approche de ce Globe & ensuite s'en éloigne, dans chaque révolution, mais ensorte que son mouvement est accéléré, tandis qu'elle s'approche du centre de la Terre, & retardé lorsqu'elle s'en éloigne; ce qui indique qu'elle est assujettie à l'action d'une Puissance, dirigée exactement ou à peu près vers le centre du Globe terrestre.

5. Pour que cela paroisse plus clairement, supposons qu'un Corps soit jetté dans quelque Ligne droite, & si aucune Force nouvelle n'agit sur lui, il s'avancera alors dans cette Ligne, parcourant des Espaces égaux dans des tems égaux, par la premiere loi du mouvement; & si on imagine un Rayon tiré toûjours du Corps à quelque point fixe qui ne soit pas dans la Ligne de son mouvement, tandis que ce Corps parcourt des Espaces égaux en tems égaux, ce Rayon décrira des Espaces triangulaires égaux (a) dans des tems égaux; parce que ces Triangles décrits par le Rayon en tems égaux, auront des Bases égales sur la ligne de Projection & un sommet commun à ce point fixe. Supposons ensuite qu'une Force dirigée au même point fixe, agisse sur le Corps, il sera alors emporté hors de la premiere Ligne de son mouvement dans une nouvelle direction; mais l'Aire ou l'Espace décrit par le Rayon, tiré toujours du

(a) Tout ce raisonnement ne suppose qu'une proposition très-connue « que les Triangles sur » la même Base, ou sur des Bases » égales, qui ont la même hauteur » sont égaux entre-eux; » d'où l'on tire aisément. 1. Que tandis qu'un Corps par un Mouvement uniforme se meut dans la ligne AF (*Fig.* 52.) & parcourt les parties égales AB, BC dans des tems égaux, les Triangles décrits par un Rayon tiré toujours du Corps au point donné S, à sçavoir ASB, BSC, doivent être égaux, parce que leurs Bases AB, BC sont égales & qu'ils ont leur Sommet commun en S. 2. Supposons qu'une Force agisse sur le Corps en B, dirigée vers S, qui l'emporteroit en E, si elle agissoit seule sur le Corps, dans le même tems dans lequel, par son Mou-

Corps à ce point fixe, sera égal à l'Espace qui auroit été décrit par le Rayon dans le même-tems, si une telle force n'eût pas agi sur le Corps; car ces Espaces sont des Triangles qui ont la même base (c'est-à-dire, la premiere distance du Corps à ce point fixe) & qui sont entre les mêmes Lignes paralleles. La Puissance donc, dirigée vers le point donné, n'a point d'effet sur la grandeur de l'Aire ou de l'Espace décrit par le Rayon, qui est supposé toujours tiré du Corps à ce point; elle peut accélérer ou retarder le mouvement de ce Corps, mais elle n'affecte pas l'Aire. Par conséquent, le Rayon continuera toujours de décrire les mêmes Espaces dans des tems égaux, au tour du point donné, comme il auroit fait, si aucune force nouvelle n'eût agi sur le Corps, & qu'il lui eût été libre d'avancer uniformément dans la ligne de Projection.

6. Comme une Impulsion vers le point donné, n'a point d'effet sur l'Aire ou l'Espace, décrit par le Rayon tiré toujours du Corps à ce point, ainsi un nombre d'Impulsions successives, dirigées au même point, ne peuvent avoir d'effet sur cette Aire, ensorte qu'elles augmentent ou diminuent le tems où elle sera décrite; & si on suppose que la Puissance dirigée à ce point, agisse continuellement, elle fera mouvoir le Corps dans une Courbe, & pourra accélérer ou retarder sa vitesse, mais non pas affecter l'Aire décrite dans un tems donné par le Rayon supposé tiré toujours du Corps au Point donné;

vement uniforme, il parcourroit BC; alors il parcourra BD diagonale du Parallelogramme BEDC dans le même tems, & le Rayon tiré du Corps au point S décrira le Triangle BSD égal à BSC, parce qu'ils sont sur la même Base BS, & entre les paralleles BS, CD; c'est-à-dire l'Espace décrit alors par le Rayon est égal à l'Espace qu'il auroit décrit, si aucune Force nouvelle n'eut agi sur le Corps B: d'où il paroit que l'Espace décrit par le Rayon n'est ni augmenté, ni diminué par aucune action du Corps dirigé vers S, & par conséquent le Rayon tiré du Corps au point S continuera toujours de décrire des Espaces égaux dans des tems égaux, si aucune Force nouvelle n'agit sur le Corps que celle qui est dirigée vers S.

elle sera par conséquent toujours d'une quantité invariable, égale à celle qui auroit été parcourue dans le même tems, si le Corps eût avancé uniformément en Ligne droite, depuis le commencement du mouvement.

7. L'inverse de ce Théorême nous apprend, que l'augmentation égale des Aires décrites par un Rayon tiré toujours d'un Corps à un Point donné, est une preuve que la Puissance qui agit sur le Corps & qui le fait mouvoir dans une Courbe, est dirigée à ce Point. Il est aisé de voir, que si cette Puissance étoit dirigée à l'un des côtes de ce Point (*a*), elle augmenteroit ou diminueroit l'Aire décrite par le Rayon tiré du Corps au Point; ensorte que si des Aires égales continuent d'être décrites dans des tems égaux, autour de ce point, nous pouvons être assurés que la Puissance est dirigée à ce même Point. Si un Corps parcouroit un Cercle d'un mouvement égal, ensorte qu'il parcourut des Arcs égaux dans des tems égaux, les Aires décrites dans des tems égaux par un Rayon tiré du Corps au centre du Cercle seroient égales, & il est clair que la Force qui détermine le Corps à se mouvoir dans une Courbe, doit tendre à ce centre; car si elle étoit dirigée à quelqu'autre Point, le Corps seroit accéléré dans son mouvement, à mesure qu'il approcheroit de ce Point, & retardé à proportion qu'il s'en éloigneroit. Nous nous sommes fort étendus sur l'explication de cette Proposition, parce qu'elle est de très-grande conséquence dans cette Philosophie.

De-là nous apprenons que la Force qui retient la Lune dans son Orbite est dirigée au centre de la Terre, parce qu'elle décrit, par un Rayon tiré au centre de ce

(*a*) Si une nouvelle force agissoit sur le Corps en B, qui fut dirigée à côté de S, le Corps, au lieu de se trouver dans la ligne CD, ou passeroit cette ligne, dans le même tems, ou bien ne l'atteindroit pas, & l'Aire décrite par le Rayon tiré du Point S seroit ou plus grande ou moindre que BSC.

Globe, des Espaces égaux en tems égaux, étant accélérée dans son mouvement, à proportion qu'elle approche de la Terre, & retardée à mesure qu'elle s'en éloigne. Nous verrons dans la suite, qu'une petite inégalité dans ces Espaces, ne sert qu'à confirmer la Philosophie de notre Auteur.

8. Il y a donc une Puissance qui agit sur la Lune, semblable à la Gravité, dirigée au centre de la Terre; & comme cette Puissance l'oblige de quitter à chaque instant la direction de son mouvement en tendant vers la Terre; ainsi si son Mouvement Projectile étoit détruit, la même Puissance la feroit tomber sur la Terre dans une Ligne droite: & parce que cette Puissance agit sans cesse, en changeant la direction de son mouvement en une Courbe, elle la feroit par conséquent descendre vers la Terre, avec un mouvement accéléré, comme celui des Corps pesants dans leur chute. Il reste seulement à faire voir que la Puissance qui agit sur la Lune convient avec la Gravité dans la quantité de sa Force, aussi-bien qu'à tous autres égards. Mais avant de les comparer, nous devons observer, que la Puissance qui agit sur la Lune n'est pas la même à toutes distances de la Terre, mais qu'elle est toujours plus grande, lorsqu'elle en est plus proche: afin de s'en convaincre, il suffit d'observer, que pour changer la direction du mouvement d'un Corps en une Courbe, lorsqu'il se meut avec une plus grande vitesse, il faut une Puissance plus grande que lorsqu'il décrit la même Courbe avec une vitesse moindre. Quoique cela soit assez clair, on l'entendra encore mieux de cette façon: imaginons une Tangente (*Fig.* 53.) tirée à l'extrémité d'un petit Arc parcouru par le Corps, & comme c'est la Ligne que ce Corps auroit suivie, si aucune Puissance nouvelle n'eût agi sur lui, l'effet de cette Puissance est estimé par l'abbaissement de l'autre extrémité de l'Arc sous cette Tangente: maintenant il

eſt évident que dans des Arcs de même Courbure, plus l'Arc eſt grand, plus l'une de ſes extrémités doit s'écarter de la Tangente tirée à l'autre extrémité; & par conſéquent, lorſqu'un Corps parcourt un plus grand Arc, il doit être aſſujetti à l'action d'une plus grande Puiſſance que lorſqu'il parcourt un Arc moindre dans le même-tems. Maintenant à proportion que la Lune s'approche de la Terre, ſon mouvement eſt accéléré, & ſa viteſſe eſt la plus grande à ſa moindre diſtance & la plus petite à ſa diſtance la plus grande, & les Arcs qu'elle parcourt à ſa plus grande & ſa moindre diſtances ont la même Courbure; donc la Force qui agit ſur elle à ſa moindre diſtance, lorſque ſon mouvement eſt le plus vîte, doit être plus grande.

9. Il ne ſera pas difficile de voir, ſuivant quelle Loi cette Puiſſance varie, à ſa plus grande & ſa moindre diſtances de la Terre. Pour la découvrir plus aiſément prenons un cas ſimple, & ſuppoſons que ſa moindre diſtance ſoit la moitié de ſa plus grande. Si cela étoit vrai, la Lune ſe mouvroit avec une viteſſe double à ſa moindre diſtance, afin que l'Aire décrite par un Rayon, tiré d'elle à la Terre, pût être égale à l'Aire décrite par un ſemblable Rayon dans le même tems, à ſa plus grande diſtance; enſorte qu'elle parcourroit à ſa moindre diſtance un Arc dans une minute, égal à celui qu'elle parcourroit en deux minutes à ſa plus grande diſtance, & tomberoit autant au-deſſous de la Tangente au commencement de l'Arc, en une minute, dans la partie inférieure de ſon Orbite, ou au Périgée, qu'en deux minutes dans la partie ſupérieure, ou ſon Apogée. Si donc ſon mouvement Projectile étoit détruit à ſa moindre diſtance, elle tomberoit autant vers la Terre en une minute, qu'en deux minutes, ſi ſon mouvement Projectile étoit détruit à ſa plus grande diſtance. Mais les Eſpaces parcourus par un Corps peſant dans ſa deſcente, ſont comme les quarrés des tems par le Livre II,

Chap. 1. § 11. & un Corps parcourt dans sa chute un Espace quadruple dans un tems double; ensorte que la Lune descendant librement à sa plus grande distance, parcourroit un Espace quatre fois plus grand en deux minutes, qu'en une minute. Par conséquent, elle parcourroit dans sa chute quatre fois autant d'Espace en une minute à sa moindre distance, qu'à sa plus grande distance dans le même-tems. Mais les Forces avec lesquelles les Corps pesants descendent, sont en même raison que les Espaces parcourus en conséquence de ces Forces, dans de petites parties de tems égales; par conséquent, la Puissance qui agit à la moindre distance est quadruple de celle qui agit à la plus grande, lorsque la derniere est supposée être le double de la premiere, ou les Forces sont comme 4 à 1, lorsque les distances sont comme à 1 à 2. Nous trouvons donc que la Force qui agit sur la Lune, & qui la fait mouvoir dans une Orbite curviligne, augmente à proportion que la distance au centre de la Terre diminue, ensorte qu'elle est quadruple à la moitié de la distance. On fait voir de la même maniere, que si sa moindre distance étoit seulement la troisieme partie de sa plus grande, sa vitesse seroit triple à la moindre distance, afin de conserver l'égalité des Aires décrites par un Rayon tiré de cette Planete au centre de la Terre; & que la Puissance qui agiroit sur elle auroit le même effet en une minute à cette moindre distance, qu'en trois minutes à sa plus grande; ensorte que si elle pouvoit descendre librement de chaque distance, elle parcourroit un Espace neuf fois plus grand à sa moindre distance qu'à sa plus grande dans le même-tems; par conséquent, la Puissance elle-même, qui produit sa descente, seroit neuf fois plus grande à la troisieme partie de la distance, ou les distances étant comme 1 à 3, la force de la Gravité à ces distances, seroit comme 9 à 1, c'est-à-dire, réciproquement comme les quarrés des distances. Il paroît de

de la même maniere, que lorsque la plus grande & la moindre distances sont supposées être en raison quelconque d'un nombre plus grand à un nombre plus petit, les vitesses de la Planete qui fait sa révolution sont en raison inverse des mêmes nombres; & que les Puissances qui lui font décrire une Courbe sont en raison inverse des quarrés de ces nombres.

10. En général, que T (*Fig.* 53.) représente le centre de la Terre, ALP l'Orbite elliptique de la Lune, A l'Apogée, P le Périgée, AH & PK les Tangentes à ces points, AM & PN de petits Arcs parcourus par la Lune en tems égaux à ces distances, MH, NK les soutendantes des Angles de contact, terminées par les Tangentes en H & en K : alors MH & NK seront égales aux Espaces qui seroient parcourus par la Lune, si elle pouvoit tomber librement des points respectifs A & P, en tems égaux; & seront entre-elles dans la même proportion que les Puissances qui agissent sur la Lune, & qui fléchissent en ce point la direction de son mouvement en une Courbe. Que A*m* soit prise égale à PN, & que *mh*, parallele à AP, rencontre la Tangente au point A en *h*; alors parce que la courbure de l'Ellipse est la même en A qu'en P, *mh* est égale à KN; & si la Lune pouvoit tomber librement, des points P & A vers la Terre, sa Gravité auroit un plus grand effet en P qu'en A en tems égaux, à proportion que *mh* est plus grande que MH. Mais *mh* est l'Espace que la Lune parcourroit librement par sa Gravité en A, dans le tems auquel A*h* seroit parcouru par son mouvement Projectile en A; & MH est l'Espace suivant lequel elle descendroit librement par sa Gravité en A, dans le tems auquel AH seroit parcouru par son mouvement Projectile; & ces Espaces étant comme les quarrés des tems, il suit que *mh* est à MH, comme le quarré de A*h* au quarré de AH, ou à cause de l'égalité des Aires TAH, TPK, comme le quarré de TP au quarré de

TA. Donc la Gravité en P est à la Gravité en A, comme le quarré de TA au quarré de TP ; c'est-à-dire, la Gravité de la Lune vers la Terre augmente dans la même proportion que le quarré de la distance au centre de la Terre diminue. M. le Chevalier Newton démontre l'universalité de cette Loi, à toutes les distances de cette Planete, par la direction de la Puissance qui agit sur elle, & par la nature de l'Ellipse, courbe qu'elle décrit dans sa révolution ; & il suit des propriétés de cette Courbe, que si on prend de petits Arcs parcourus par la Lune en tems égaux, l'extrémité d'un Arc quelconque s'abbaisse d'autant plus vers la Terre, au-dessous de sa Tangente à l'autre extrémité, que le quarré de la distance au Foyer est moindre ; d'où il suit que la Puissance qui est proportionnelle à cet Espace, observe la même raison.

11. L'Orbite de la Lune, suivant les observations des Astronomes, ne differe pas beaucoup d'un Cercle dont le Rayon est égal à soixante fois le demi-diametre de la Terre ; & la circonférence de son Orbite est par conséquent environ soixante fois la circonférence d'un grand Cercle de la Terre qui a été trouvée, par les Mathématiciens François de 123249600 pieds de Paris. On déduit de-là facilement la circonférence de l'Orbite de la Lune ; & puisqu'elle finit sa révolution en 27 jours, 7 heures & 43 minutes, il est aisé de calculer quel Arc elle parcourt dans une minute. Maintenant il s'agit de chercher la quantité de l'abbaissement d'une extrémité de cet Arc au-dessous d'une Tangente tirée à l'autre extrémité ; & comme la Géométrie nous apprend que cet Espace est à peu près un troisieme proportionnel au diamétre de son Orbite, & à l'Arc qu'elle parcourt dans une minute, on trouvera par un calcul aisé qu'il est de $15\frac{1}{12}$ pieds de Paris. Cet Espace est parcouru en conséquence de sa Gravité vers la Terre, laquelle, par conséquent, est une Puissance qui, à la dis-

tance de soixante demi diamétres de la Terre, est capable de la faire descendre en parcourant dans une minute $15\frac{1}{12}$ pieds de Paris. Cette Puissance augmente à proportion que la Lune approche de la Terre : pour connoître qu'elle seroit sa force à la surface de ce Globe, supposons qu'elle descende si bas dans son Orbite qu'à sa moindre distance elle passe par la surface de la Terre. Elle s'approcheroit alors soixante fois plus du centre de ce Globe & se mouvroit avec une vitesse soixante fois plus grande, afin que les Aires décrites en tems égaux, par une ligne tirée de cette Planete au centre de la Terre, pussent persister toujours égales. La Lune donc passant par la surface de la Terre, à sa moindre distance, parcourroit un Arc dans une seconde de tems (qui est la soixantieme partie d'une minute) égal à celui qu'elle parcourt dans une minute à sa distance moyenne actuelle, & s'écarteroit autant de la Tangente, au commencement de cet Arc dans une seconde, qu'elle s'en écarte à sa distance moyenne dans une minute ; c'est-à-dire, elle parcourroit près de la surface de la Terre $15\frac{1}{12}$ pieds de Paris en une seconde de tems. Maintenant c'est exactement le même Espace que parcourent les Corps pesants, en descendant par leur Gravité, près de la surface de la Terre, comme nous l'avons observé ci-dessus, fondés sur l'expérience. La Lune donc descendroit à la surface de la Terre avec la même vitesse, & à tous égards de la même maniere que les Corps pesants tombent vers la Terre; & la Puissance qui agit sur la Lune, convenant en direction & en force avec la Gravité des Corps pesants, & agissant sans cesse à chaque moment, ainsi que leur Gravité, ces deux Puissances doivent être l'une & l'autre de même espece, & procéder de la même cause.

12. On peut aussi faire le calcul de cette maniere, la distance moyenne de la Lune au centre de la Terre, étant soixante fois la distance des Corps pesants, situés

à la surface de ce Globe, & sa Gravité augmentant à proportion que le quarré de sa distance au centre de la Terre diminue, elle seroit 60×60 fois ; ou 3600 fois plus grande, près de la surface de la Terre, qu'à sa distance moyenne actuelle, & par conséquent, elle lui feroit parcourir $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$ pieds de Paris, dans une minute près de la surface de la Terre. Mais la même Puissance lui feroit parcourir un Espace 60×60 fois moindre dans une seconde, que dans une minute, suivant ce qui a été souvent observé de la descente des Corps pesants ; & par conséquent, la Lune dans une seconde de tems, parcourroit en descendant par sa Gravité, près de la surface de la Terre, $15\frac{1}{12}$ pieds de Paris ; Gravité qui est exactement la même que celle des Corps terrestres.

13. Ainsi M. le Chevalier Newton a démontré que la Puissance de la Gravité s'étend à la Lune, que cette Planete est pesante, comme une expérience constante nous apprend que le sont tous les Corps appartenans à la Terre & que la Lune est retenue dans son Orbite, par la même cause qui fait décrire une Courbe dans l'Air à une pierre, à un boulet, ou à tout autre Projectile. Si la Lune, ou quelqu'une de ses parties, étoit transportée à la Terre, & jettée dans la même ligne & avec la même vitesse, qu'un Corps terrestre, elle se mouvroit dans la même Courbe ; & si quelque Corps étoit porté de notre Terre à la distance de la Lune, & jetté dans la même direction & avec la même vitesse que la Lune se meut, il parcourroit la même Orbite que la Lune, & avec la même vitesse. Ainsi la Lune est un Projectile, & le mouvement de tout Projectile est une image du mouvement d'un Satellitte ou de la Lune. Ces Phénomenes sont si semblables en tout, qu'il est évident qu'ils doivent procéder de la même cause.

CHAPITRE III.

Du Systême Solaire : & des Parallaxes des Planetes & des Etoiles fixes.

1. APrès avoir montré que la Gravité s'étend de la surface de la Terre à la Lune, & à toutes distances en haut, diminuant régulierement comme le quarré de ces distances augmente, notre Auteur ne s'arrêta pas là : comme chaque Découverte considérable dans la Nature ouvre communément une nouvelle Scene, ainsi celle dont nous venons de parler étoit trop importante pour rester stérile entre les mains d'un Philosophe, tel que M. le Chevalier Newton. La Gravité de la Lune le conduisit à la Gravitation universelle de la Matiere, & une explication si heureuse de son Mouvement lui fit déduire du même Principe celle de tous les Mouvemens Curvilignes du Systême Solaire. La Terre ne peut être considérée comme le centre du Mouvement d'aucun Corps céleste à l'exception de la Lune ; mais dans la vaste étendue du Systême Solaire celui qu'elles forment ensemble n'est que d'un ordre subalterne. Les Planetes inférieures, *Mercure & Venus* ne renferment pas la Terre dans leurs Orbites, mais elles font manifestement leurs Révolutions autour du Soleil ; car quelquefois elles sont plus éloignées de nous que le Soleil, & en d'autres tems elles passent entre ce Globe & nous ; mais on ne les voit jamais opposées au Soleil, ou elles n'en paroissent jamais éloignées au de-là d'un certain Arc qu'on appelle leur plus grande Elongation. Les Planetes supérieures *Mars*, *Jupiter & Saturne* se meuvent dans des

Orbites qui à la vérité renferment la Terre ; mais il paroît par leurs mouvemens, qui, vûs de ce Globe, sont sujets à beaucoup d'irrégularités, qu'on ne doit pas regarder la Terre comme le centre de leurs Orbites. Quelquefois elles paroissent s'avancer dans ces Orbes d'Occident en Orient, quelquefois elles semblent stationaires ou sans mouvement, & dans d'autres tems elles paroissent rétrogrades ou retourner d'Orient en Occident : & ces irrégularités, quoique différentes en diverses Planetes, sont exactement telles dans chacune d'elles qu'elles nous paroîtroient en conséquence du mouvement de la Terre dans son Orbite.

2. Les Mouvemens de toutes les Planetes autour du Soleil sont constans & réguliers. Elles se meuvent toutes autour du Soleil d'Occident en Orient, presque dans le même Plan, dans des Orbites Elliptiques qui ont le Soleil à l'un des Foyers, mais dont quelques-unes approchent fort du Cercle. Mercure occupe le lieu le plus bas, & se mouvant avec plus de vitesse & dans un Orbite moindre que celle de toutes les autres Planetes, il finit sa Révolution en deux mois & vingt-huit jours. La Planete de Venus, que nous appellons quelquefois l'Etoile du Soir, quelquefois l'Etoile du Matin selon qu'elle nous paroît à l'Orient ou à l'Occident du Soleil & par conséquent qu'elle se couche plus tard ou se leve plûtôt, est après Mercure dans le Systême du Monde, & fait sa Révolution en sept mois & quinze jours. Au-dessus de ces Planetes se trouve ensuite la Terre qui, avec son Satellite la Lune, fait sa Révolution dans l'Espace d'un an. Mars est au-dessus de la Terre, & il est le premier qui la renferme aussi-bien que le Soleil dans son Orbite, qu'il parcourt dans l'espace d'un an dix mois & vingt-deux jours. Plus haut & à une grande distance est situé Jupiter qui fait sa Révolution avec ses quatre Satellites en onze ans, dix mois & quinze jours. Enfin la derniere de toutes les Planetes est Saturne qui,

avec cinq Satellites & un anneau qui lui est particulier, se meut dans une vaste Orbite, du mouvement le plus lent, & finit sa Période en vingt-neuf ans, cinq mois & vingt jours.

3. Supposons la distance moyenne de la Terre au Soleil divisée en 100 parties égales, alors les distances moyennes de Mercure, Venus, Mars, Jupiter & Saturne au Soleil seront à peu-près de 38, 72, 152, 520 & 954 de ces parties, respectivement. Ou si on veut les avoir avec plus d'exactitude, que la distance moyenne de la Terre soit représentée par 100000, & les distances de ces différentes Planetes seront exprimées par les nombres 38710, 72333, 152369, 520096, 954006, respectivement.

Les distances de Mercure & de Venus se déterminent par leurs plus grandes Elongations du Soleil. Que S, (*Fig.* 54.) représente le Soleil, T la Terre, & supposant que AVB l'Orbite de Venus soit parfaitement circulaire, tirez TV Tangente : alors V représentera le lieu de Venus où son Elongation du Soleil est la plus grande, & le Triangle SVT ayant un Angle droit en V, il suit que ST, distance de la Terre au Soleil, est à SV, distance de Venus au Soleil, comme le Rayon est au Sinus de l'Angle STV sa plus grande E ongation du Soleil. De cette maniere les distances des Planetes inférieures se comparent avec la distance de la Terre au Soleil. On détermine les distances des Planetes supérieures par leurs rétrogradations & dans celles qui ont des Satellites par les Eclipses de ces Satellites. Par exemple, que I (*Fig.* 55.) représente la Planete de Jupiter, & si la ligne droite SI, joignant son centre & celui du Soleil, est prolongée en M, alors IM sera l'Axe de son ombre, dont la position est déterminée par les Eclipses des Satellites & fait voir le lieu Héliocentrique de Jupiter, c'est-à-dire celui qu'il paroît occuper, vû du Soleil. Prolongez la ligne TI, qui joint

les centres de la Terre & de Jupiter en N, & N représentera le lieu Géocentrique de Jupiter, c'est-à-dire le lieu où il paroît lorsqu'il est vû de la Terre. La différence de ces lieux donne l'Angle NIM ou TIS: on trouve aisément par l'Observation l'Angle ITS, Elongation de Jupiter au Soleil telle qu'on la voit de la Terre en T ; par conséquent tous les Angles du Triangle TIS sont connus, avec la proportion de ses côtés, qui est la même que celle des Sinus de ces Angles; & ainsi la raison de SI, distance de Jupiter au Soleil, à ST, distance de la Terre au Soleil, est découverte. L'Angle TIS est celui sous lequel ST, demi-Diametre de l'Orbite de la Terre, paroîtroit, s'il étoit vû de I, ou l'Elongation de la Terre au Soleil telle qu'elle paroîtroit à un Spectateur en Jupiter.

4. Dans le premier Chapitre de ce Livre nous avons expliqué fort au long comment on découvre les distances des Corps céléstes parce qu'on appelle la Parallaxe diurne, c'est-à-dire l'Angle sous lequel le demi-Diamétre de la Terre paroîtroit à ces distances. Par cette Méthode la distance de la Lune à la Terre se compare avec son demi-Diametre. Lorsque Venus & Mars sont à leurs moindres distances de la Terre, on se sert pareillement de la Parallaxe pour estimer ces distances. Mais dans la plûpart des autres cas, les distances des Corps céléstes sont si grandes & le demi-Diametre de la Terre est en si petite proportion avec elles, que l'Angle sons lequel il paroîtroit, vû à de si énormes distances, ne peut être découvert par nos instrumens avec quelque exactitude; c'est pourquoi les Astronomes ont été obligés d'avoir recours à d'autres inventions. La Méthode proposée par Aristarque pour déterminer la distance du Soleil, en observant le tems auquel le Disque de la Lune paroît être à moitié illuminé par ce Globe, peut être considérée comme une tentative de substituer le demi-Diametre de l'Orbite de la Lune

Lune au lieu du demi-Diametre de la Terre. Que S & T (*Fig.* 56.) représentent le Soleil & la Terre, L le lieu de la Lune lorsque TL est perpendiculaire à SL, auquel tems son Disque nous doit paroître divisé en deux également par le Cercle qui termine la lumiere & l'ombre sur sa Surface; & il est évident, que TS, distance de la Terre au Soleil, est alors à TL, distance de la Lune à la Terre, comme le Rayon au Sinus de l'Angle LST, complement de l'Angle STL qui est l'Elongation de la Lune au Soleil en ce tems. Mais cette Méthode, quoique très-ingénieuse, n'a pas eu de succès; les Astronomes trouvant impraticable de déterminer le tems de cette division en deux parties égales du Disque de la Lune avec une exactitude suffisante pour ce dessein. Nous apprenons cependant par-là que la distance du Soleil est beaucoup plus grande que celle de la Lune : car il est évident que plus l'Angle STL approche d'un Angle droit, plus la distance ST doit être grande à proportion de TL, & que si cette distance ST étoit infinie, STL seroit alors un Angle droit. Maintenant les Astronomes trouvent qu'il est très-difficile de découvrir quelque différence entre l'Angle STL & un Angle droit, ou entre le tems auquel le Disque de la Lune paroît divisé en deux également & la quadrature; d'où il suit que ST est beaucoup plus grande que TL.

5. Les Astronomes voyant que la Parallaxe diurne ne pouvoit servir à déterminer ou comparer les plus grandes distances dans les Espaces célestes, le demi-diamétre de la Terre étant une base trop petite pour cet effet, on eut recours à ce qu'ils appellent la Parallaxe annuelle. Au lieu, donc, du demi-diamétre de la Terre, ils substituerent le demi-diamétre de l'Orbite décrite par la Terre annuellement au tour du Soleil, ou au lieu de deux stations, ou de deux Spectateurs, dont l'un étoit supposé à la surface & l'autre au centre de la Terre, ils en substituerent deux autres, l'un à la Terre & l'autre au Soleil. De cette maniere, ils

eurent une base qui a une proportion considérable à toutes distances dans le Systême Solaire, & avec laquelle ils étoient en état de les comparer par des observations exactes. Comme, dans le premier cas, ils comparoient les distances dans les Cieux avec le demi-diamétre de la Terre, en trouvant sous quel Angle il paroîtroit à ces distances, de même ils comparent, dans ce cas, les distances immenses des Planetes au Soleil avec le demi-diamétre de l'Orbite de la Terre, en trouvant sous quel Angle le demi-diamétre paroît à ces distances. Cet Angle est plus grand à la distance de Mars qu'à celle de Jupiter, & dans cette derniere Planete, il est plus grand qu'à la distance de Saturne, diminuant toujours à mesure que la distance augmente, jusqu'à ce qu'il devienne à la fin trop petit, pour être distingué avec le secours des instrumens les plus exacts que nous ayons. Que I (*Fig.* 55.) représente quelque objet éloigné dans le Systême céleste, A le point où la Terre passe entre le Soleil S & cet objet I, IT une Tangente du point I à l'Orbite de la Terre supposée circulaire : & la Terre étant en A, l'objet I paroîtra au même lieu vû de la Terre & du Soleil ; mais lorsque la Terre sera en T, si nous supposons I sans mouvement, il paroîtra de la Terre dans la ligne droite TI & avoir rétrogradé de l'Arc qui mesure l'Angle TIS, le même que le demi-diamétre de l'Orbite de la Terre ST soutend en I; & cet Angle étant déterminé par l'observation, son Sinus sera au Rayon, comme ST à SI : c'est-à-dire, comme la distance de la Terre au Soleil, est à la distance de l'objet I au Soleil; proportion donc qu'il est aisé de calculer par la Trigonométrie. Lorsque l'objet I à un mouvement propre, on doit avoir égard à ce mouvement, après qu'il a été déterminé par l'Observation.

Les apparences, dans ce cas, peuvent être expliquées de la maniere suivante. Que SI prolongée rencontre en M la Sphere où les Etoiles fixes paroissent disposées,

que les deux Tangentes TI & *t*I, renconrrent la même Sphere en N & *n*, & fuppofant que l'objet I faffe des vibrations continuelles entre N & *n*, comme un Pendule, imaginez cet Arc N*n* lui-même emporté le long de l'Arc DME, avec le mouvement propre & la direction de l'objet I. Si I repréfente une Planete, l'Arc N*n* qui mefure l'Angle NI*n*, ou TI*t*, fera voir combien la Planete eft rétrograde, la moitié duquel Angle eft SIT : cet Angle étant connu, on trouve comme ci-deffus la proportion de SI à ST.

6. Nous attribuons le mouvement annuel à la Terre & non pas au Soleil, felon le Syftême de Pythagore renouvellé par Copernic, pour plufieurs raifons, & nous en avons rapporté quelques-unes en peu de mots au § 1 & 2. En comparant les tems périodiques des Planetes principales & leurs diftances au Soleil, & en comparant les tems périodiques des Satellites, qui font leurs révolutions autour de Jupiter & de Saturne, avec leurs diftances refpectives de leurs Planetes principales, il paroît que c'eft une Loi générale dans le Syftême Solaire, que lorfque differens Corps font leurs révolutions autour d'un Centre, les quarrés des tems périodiques augmentent en même raifon que les Cubes des diftances à ce centre; c'eft-à-dire, les tems périodiques augmentent en plus grande proportion que les diftances, & non pas en fi grande raifon que les quarrés de ces diftances, mais exactement comme la Puiffance de la diftance dont l'expofant eft $1\frac{1}{2}$, ou comme le nombre qui eft moyen proportionnel entre celui qui repréfente la diftance & fon quarré. La Terre eft le Centre du mouvement de la Lune dans tous les Syftêmes. Si le Soleil faifoit pareillement fa révolution autour de la Terre, on s'attendroit que la même Loi générale auroit lieu dans leurs tems périodiques & leurs diftances comparés enfemble, ou que le quarré de 27 jours, 7 heures 43′ feroit au quarré de 365 jours,

6 heures 9′, comme le Cube de la diſtance de la Lune à la Terre eſt au Cube de la diſtance du Soleil à ce même Globe : d'où il eſt aiſé de calculer que la diſtance du Soleil, devroit être un peu plus que $5\frac{1}{5}$ fois plus grande que la diſtance de la Lune ; au lieu qu'il eſt évident par la petiteſſe de la Parallaxe diurne du Soleil, que ſa diſtance eſt pluſieurs centaines de fois plus grande que la diſtance de la Lune à la Terre. Mais ſi, avec Copernic, nous ſuppoſons que la Terre faſſe ſa révolution autour du Soleil, dans une Orbite placée entre celles de Venus & de Mars, on trouvera que cette Loi a lieu entre les tems périodiques & les diſtances de la Terre & de chacune des Planetes au Soleil comparés enſemble ; & l'harmonie du Syſtême ſe trouvera parfaite. Les rétrogradations & ſtations des Planetes & toutes leurs irrégularités apparentes dans leurs Mouvemens & leurs diſtances à la Terre, nous fourniſſent un grand nombre d'argumens contre le Syſtême de Ptolomée, ſuivant lequel ces Phénomenes ſont expliqués par une quantité d'Orbes ſolides & d'Epicycles embarraſſés entre-eux, d'une maniere peu digne de la noble ſimplicité & de la beauté de la Nature.

On doit pareillement obſerver que ces inégalités ſont différentes dans diverſes Planetes, mais dans chacune en particulier elles ſont telles qu'elles doivent réſulter du Mouvement annuel de la Terre. Les argumens tirés de la grandeur du Soleil, & de l'extrême utilité dont il eſt à tous les Corps du Syſtême du Monde, qui ſemblent lui donner le droit d'être placé au centre, ſont trop évidens pour qu'il ſoit néceſſaire d'y inſiſter. La Terre & les Planetes ſont leurs Révolutions au tour du Soleil, afin de jouir des avantages de ſa lumiere & de ſa chaleur ; mais il ne paroît pas qu'il y ait aucune raiſon, pour quoi le Soleil & les Planetes feroient leurs Révolutions autour de la Terre.

7. Il n'y a qu'un argument contre le mouvement

annuel de la Terre, qui mérite quelque attention, sçavoir, le défaut d'une Parallaxe annuelle dans les Etoiles fixes. Que TA*t* (*Fig.* 57) représente l'Orbite de la Terre autour du Soleil S, TX l'Axe de la Terre, & *tx*, parallele à TX, représentera la position du même Axe, au point opposé *t*. Supposons que TX soit dirigée vers l'Etoile P; alors il est évident que l'Axe de la Terre ne sera pas dirigé à la même Etoile, lorsqu'il vient à la situation *tx*; mais il formera un Angle *xt*P avec la Ligne *t*P joignant la Terre & l'Etoile, égal à l'Angle *t*PT, sous lequel le diamétre T*t* de l'Orbite de la Terre paroît à un Spectateur, qui le voit de l'Etoile P. On pourroit donc s'attendre, qu'en observant l'Etoile fixe P de différentes parties de l'Orbite de la Terre T, *t*, (qui peuvent être considérées comme deux Stations dans ce Problême, le plus sublime de tous ceux qu'on puisse proposer dans la Géométrie pratique) nous devrions être en état de juger par ses differentes apparences à ces Stations, de l'Angle TP*t*, & par conséquent, de la proportion de TP distance de l'Etoile à T*t* le diametre de l'Orbite de la Terre, ou le double de la distance du Soleil. Cependant il est certain que les Astronomes n'ont pû jusqu'ici découvrir aucune différence dans les situations apparentes des Etoiles fixes, par raport à l'Axe de la Terre, ou l'une respectivement à l'autre, qui pût se déduire du mouvement de la Terre: quoique, depuis le retablissement de la Doctrine de Pythagore, ils se soient donnés beaucoup de peine pour examiner cette Matiere. En réponse à cette Objection, on a observé que la distance des Etoiles fixes est si grande, que le diamétre de l'Orbite de la Terre n'a aucun rapport sensible avec elle; ensorte que l'Angle TP*t*, ne peut être découvert par nos instrumens les plus exacts. Cette distance immense des Etoiles fixes n'a pas été avancée par les Coperniciens comme une hypothese, simplement dans la vûe de résoudre cette

Objection ; car de même qu'ils ont eu raison de supposer les Etoiles fixes, semblables à notre Soleil, ils furent fondés à conclure que leur distance est extrêmement grande, puisqu'elles nous paroissent avec une lumiere si foible, & d'un diametre qui n'est pas sensible, même dans les plus grands Télescopes. Si nous supposions la distance où nous sommes d'une Etoile fixe divisée en 300. parties égales, & qu'un spectateur après avoir passé 299 des ces parties, la vit depuis la derniere division, ou à $\frac{1}{300}$ partie de toute la distance ; l'Etoile à la vérité lui paroitroit plus brillante, mais non pas augmentée sensiblement en diametre, parce qu'il la verroit de la même grandeur à cette distance, qu'avec un Télescope qui grossit 300 fois. On s'apperçoit de même de la distance immense des Etoiles fixes, en ce que la Lune ou quelqu'autre Planete venant à les cacher à notre vûe, elle le fait dans un instant, elles disparoissent tout-à-coup & non par degrés, comme les Planetes les plus éloignées, lorsqu'elles sont cachées par celles qui sont plus près. En rassemblant ces Observations, on trouve qu'elles viennent à l'appui l'une l'autre, & confirment plûtôt le Mouvement de la Terre qu'elles ne le combattent. La distance immense des Etoiles fixes, qui résulte de ces Observations prises collectivement, ajoute encore à l'évidence du Systême de Copernic ; parce que, plus les Etoiles sont éloignées, plus il doit paroître absurde de supposer un Espace aussi immense tourner autour de notre Terre, point presque insensible, qui, vûe des Planetes voisines, ne paroît que comme une petite étincelle de lumiere ; dans d'autres plus éloignées, elle est à peine connue, & à quelques-unes des Etoiles fixes elle n'est pas visible, ni même tout le Systême Solaire dont elle fait partie. Comment peut-on s'imaginer que ces Corps immenses, plongés si profondément dans l'abyme de l'Espace, puissent décrire cha-

que jour des Orbites auſſi vaſtes autour d'un Globe ſi petit, particulierement ſi on conſidere qu'il eſt très-probable que quelques-unes des Etoiles fixes, ſont placées à une diſtance immenſe aude-là des autres, & que tout le Syſtême des Etoiles qu'on peut appercevoir dans une nuit claire, ne forme qu'un petit coin du Syſtême de l'Univers.

8. Mais de plus, nous devons une importante découverte à la diligence & à l'exactitude des Aſtronomer de nos jours, qui confirme le Mouvement de la Terre autour du Soleil, & qui ſert à réſoudre cette Objection, la ſeule qu'on puiſſe faire contre ce Syſtême. Le fameux M. Graham a imaginé & exécuté avec une exactitude ſurprenante un inſtrument dont on trouvera une deſcription dans l'excellent Traité d'Optique du Docteur Smith, auquel nous renvoyons le Lecteur. Mrs. Molineux, Bradley & Graham, ayant placé cet inſtrument dans la Ligne verticale, obſerverent pendant pluſieurs années, une Etoile dans la conſtellation du Dragon qui paſſoit près du Zénit, dans la vûe de découvrir ſa Parallaxe. Ils s'apperçurent bien-tôt que l'Etoile ne paroiſſoit pas toujours au même lieu dans l'inſtrument, mais que ſa diſtance du Zénit varioit, & que la différence de ces lieux apparens équivaloit à 21 ou 22 ſecondes. Cette Etoile eſt près du Pole de l'Ecliptique. Ils firent de ſemblables Obſervations ſur d'autres Etoiles, & ils leur trouverent de même un mouvement apparent, proportionnel à la latitude de l'Etoile. Ce Mouvement n'étoit point abſolument tel qu'on auroit dû l'attendre en tant que l'effet d'une Parallaxe; & il ſe paſſa quelque-tems avant qu'on découvrit aucun moyen d'expliquer ce nouveau Phénomene : Mais enfin M. Bradley réſolut toute cette variété d'une maniere ſatisfaiſante, par le Mouvement de la Lumiere & celui de la Terre combinés enſemble.

Que AD (*Fig.* 58.) repréſente une petite portion

de l'Orbite de la Terre, CD un rayon de Lumiere qui part de l'Etoile avec la Direction CD; si la Terre étoit en repos, le Télescope seroit dirigé à l'Etoile, en le plaçant dans une Ligne droite AE parallele à DC. Que AD soit à DC, comme la vitesse de la Terre dans son Orbite à la vitesse de la Lumiere; il est manifeste que le Télescope doit être alors placé dans la situation AC, afin que le Rayon de Lumiere puisse suivre la Direction de son Axe, & qu'après être entré par le milieu du Verre objectif en C, il puisse sortir au milieu du Verre oculaire en A; parce que, tandis que le Rayon parcourt la Ligne droite CD, le Point A est emporté en avant en D, & le Télescope en se mouvant parallelement à lui-même est porté dans la situation Dc. Mais le lieu apparent de l'Etoile est déterminé par la position du Télescope, & par conséquent l'Etoile sera vûe dans la Ligne droite AC & non dans sa vraie situation AE. Ainsi une Etoile au Pole de l'Ecliptique paroîtra avoir sa Latitude diminuée de l'Angle EAC ou ACD, qui se trouvera excéder 20 secondes, si la vitesse de la Lumiere est à la vitesse de la Terre comme 8000 est à 1. Cette Etoile décrira en apparence un petit cercle autour du Pole de l'Ecliptique, qui en sera éloigné d'environ 20 secondes. En d'autres cas, l'Etoile paroîtra décrire une petite Ellipse dont le centre sera au vrai lieu de l'Etoile (c'est-à-dire le lieu de l'Etoile où elle paroîtroit si la Terre étoit en repos) son Axe transverse parallele à l'Ecliptique, & son second Axe perpendiculaire à ce Cercle : le premier desquels donne sa plus grande Aberration en Longitude, & le dernier sa plus grande Aberration en Latitude. Si l'Etoile se trouve dans le Plan de l'Ecliptique, l'Aberration n'est alors qu'en Longitude. Dans ce cas, si les Rayons partis de l'Etoile touchent l'Orbite de la Terre en G & en H & lui sont perpendiculaires en A & en B, le Mouvement de la Terre en G & en H étant dans la direction du

du Rayon, l'Etoile paroîtra dans fon vrai lieu, & il n'y aura point d'Aberration à ces points; mais l'Aberration en Longitude fera la plus grande en A & en B. M. Bradley a expliqué de cette maniere toutes les apparences des Etoiles qu'il a obfervées avec M. Molineux, & quoiqu'il n'ait découvert aucune Parallaxe, il en a tiré un nouvel argument en faveur du Mouvement de la Terre, par une fuite d'Obfervations faites fur diverfes Etoiles en differens lieux. Il s'eft trouvé fondé à conclure delà que la Parallaxe des Etoiles fixes peut à peine excéder une feconde; d'où il fuit que leur diftance doit être 400,000 fois plus grande que celle du Soleil. Après avoir établi les mouvemens vrais qui ont lieu dans le Syftême du Monde, nous pouvons continuer notre Analyfe en affurance.

9. Toutes les Planetes principales fe meuvent dans une Courbe autour du centre du Soleil, & font accélérées dans leur Mouvement à mefure qu'elles approchent de ce Globe & retardées à proportion qu'elles s'en éloignent; enforte qu'un Rayon tiré de chacune de ces Planetes au Soleil décrit toujours des Aires ou des Efpaces égaux en tems égaux: d'où il fuit, comme au Chap. II. §. 5, 6, 7, que la Puiffance qui fléchit leur route en une Ligne courbe doit être dirigée au Soleil. Cette Puiffance varie toujours de la même maniere que la Gravité de la Lune vers la Terre. Le même raifonnement par lequel on a comparé la Gravité de la Lune vers la Terre à fa plus grande & moindre diftances, au Chap. II. §. 8, 9, 10, peut être employé pour comparer les Puiffances qui agiffent fur chaque Planete principale, à fa plus grande & moindre diftances du Soleil, & il paroîtra que ces Puiffances augmentent comme le quarré de la diftance au Soleil diminue. Notre Auteur démontre ce Principe généralement, par la nature de la Courbe Elliptique dans laquelle chaque Planete fe meut.

10. Mais l'universalité de cette Loi & l'uniformité de la Nature se manifestent toujours de plus en plus en comparant les Mouvemens des différentes Planetes. La Puissance qui agit sur une Planete plus proche du Soleil est évidemment plus grande que celle qui agit sur une Planette plus éloignée ; tant parce qu'elle se meut avec plus de vitesse, qu'à cause que son Orbite est moindre, qu'elle a plus de Courbure, & s'écarte davantage de sa Tangente, dans des Arcs de même longueur, qu'une plus grande Orbite. En comparant les mouvemens des Planetes, on trouve que la vitesse d'une Planete plus proche est plus grande que la vitesse d'une plus éloignée, en raison de la racine quarrée du nombre qui exprime la plus grande distance à la racine quarrée de celui qui exprime la moindre distance ; en sorte que si une Planete étoit quatre fois plus éloignée du Soleil qu'une autre Planete, la vitesse de la premiere seroit la moitié de celle de la seconde, & la Planete plus proche parcourroit un Arc dans une minute, égal à l'Arc parcouru par la plus éloignée en deux minutes, & quoique la Courbure des Orbites fût la même, la Planete plus proche parcourroit dans une minute autant d'Espace en tombant par sa Gravité, que l'autre en parcourroit en deux minutes, & par conséquent la Planete plus proche parcourroit par sa Gravité quatre fois autant d'Espace que l'autre dans le même tems, suivant la Loi du Mouvement des Corps dans leur chute mentionnée si souvent ; la Gravité de la Planete plus proche se trouve être quadruple par la raison seulement de sa plus grande vitesse. Mais de plus comme le Rayon de la petite Orbite est supposé quatre fois moindre que le Rayon de l'autre, la plus petite doit être quatre fois plus courbe, & l'extrêmité d'un petit Arc de la même longueur s'écartera quatre fois plus de la Tangente tirée à l'autre extrêmité dans la moindre Orbite que dans la plus grande ; ensorte que par cette seule raison, quoique les vi-

tesses fussent égales, la Gravité de la Planete plus proche se trouveroit être quadruple. Donc par ces deux circonstances réunies, la plus grande vitesse de la Planete plus proche & la plus grande Courbure de son Orbite, sa Gravité vers le Soleil doit être seize fois plus grande, quoique sa distance au Soleil ne soit que quatre fois moindre que celle de l'autre; c'est-à-dire lorsque les distances sont comme 1 à 4, les Gravités sont réciproquement comme les quarrés de ces nombres ou comme 16 à 1. De la même maniere, en comparant les mouvemens de toutes les Planetes, on trouve que leurs Gravités diminuent comme les quarres de leurs distances au Soleil augmentent.

11. Ainsi en comparant les mouvemens de chaque Planete dans les différentes parties de son Orbite Elliptique, & les mouvemens de diverses Planetes dans leurs différentes Orbites, il paroît qu'il y a une Puissance semblable à la Gravité des Corps pesans si bien connue sur la Terre, qui s'étend du Soleil à toutes distances & diminue constamment comme les quarrés de ces distances augmentent. Si quelque Planete venoit à occuper la place d'une autre, elle éprouveroit l'action de la même Puissance & de la même maniere que cette autre: & comme la Gravité conserve l'union des parties qui forment la substance de la Terre & les empêche de se dissiper par ses differens mouvemens; de même une Puissance semblable, agissant à la Surface du Soleil, & à l'intérieur de son corps, retient ses parties ensemble & conserve sa Figure, malgré la Révolution de ce Globe sur son Axe.

12. De même que ce Principe dirige les mouvemens des Planetes dans le grand Systême Solaire, il dirige aussi les mouvemens des Satellites dans les Systêmes subalternes dont le plus grand est composé. Il y a la même harmonie dans leurs mouvemens comparés avec

leurs distances que dans le grand Systême : nous voyons les Satellites de Jupiter courber leurs Orbes autour de lui, & s'écarter à chaque instant des lignes qui sont les directions de leurs mouvemens ou des Tangentes de leurs Orbites, en s'approchant de cette Planete: chacun décrivant des Aires égales en tems égaux par un Rayon tiré du centre de Jupiter, auquel leur Gravité est par conséquent dirigée. Les Satellites plus prochesse meuvent avec une plus grande vitesse, dans la même proportion que que les Planetes principales les moins éloignées du Soleil se meuvent plus rapidemment autour de lui, & leur Gravité, par conséquent, varie suivant la même Loi. On doit dire la même chose des Satellites de Saturne. Il y a donc une Puissance qui conserve la substance de ces Planetes dans leurs differens mouvemens, qui agit à leurs surfaces & s'étend autour d'elles, diminuant de la même maniere que celle qui est répandue de la Terre & du Soleil à toutes distances.

13. Ces Planetes secondaires doivent aussi graviter vers le Soleil. Il seroit impossible qu'elles eussent un mouvement si régulier autour de leurs Planetes respectives si elles n'étoient assujetties à l'action des mêmes Puissances. Si nous supposons que la même Puissance accélératrice agissent sur elles en lignes paralleles, il n'en résultera aucun désordre ni aucun embarras; car elles accompagneront alors leurs Planetes principales dans leurs mouvemens autour du Soleil, & se mouvront autour d'elles en même tems avec la même régularité que si ces Planetes principales étoient en repos. Il en sera de même que dans un Vaisseau ou dans tout Espace emporté uniformement en avant : dans lequel les actions mutuelles des Corps sont les mêmes que si l'Espace étoit en repos, car elles ne sont aucunement affectées par un mouvement commun à tous les Corps. Comme tout Projectile lorsqu'il se meut en l'Air gra-

vite vers le Soleil & est emporté avec la Terre autour de ce Globe tandis que son mouvement propre dans sa Courbe est aussi régulier que si la Terre étoit en repos; de même la Lune que nous avons fait voir n'être qu'un Projectile plus grand doit graviter vers le Soleil, & tandis qu'elle est emportée avec la Terre autour de lui, ce mouvement ne l'empêche pas d'exécuter ses Révolutions chaque mois autour de la Terre. Les Satellites de Jupiter gravitent vers le Soleil comme chaque partie du Corps de Jupiter, & les Satellites de Saturne gravitent vers le Soleil comme s'ils faisoient parties de Saturne; ainsi les mouvemens dans le grand Systême Solaire & dans les Systêmes particuculiers de chaque Planete, sont compatibles les uns avec les autres, & s'exécutent avec une harmonie réguliere sans confusion, & sans aucune interfection qu'autant qu'il doit nécessairement en résulter des petites inégalités dans les Gravités des Planetes principales & secondaires, & du défaut de Parallélisme exact dans les directions de ces Gravités, dont nous parlerons dans la suite.

14. Il ne paroît aucun Corps dans les parties inférieures de notre Systême, quoique rarement & comme étranger, qui soit exempt de cette Gravitation universelle vers le Soleil. Nous voyons dans les Cometes l'effet de la même Puissance qui agit sur elles, puisqu'elles descendent avec un mouvement accéléré à mesure qu'elles approchent du Soleil & montent avec un mouvement retardé lorsqu'elles s'en éloignent, courbant leurs Trajectoires autour du Soleil, & décrivant des Aires égales en tems égaux par un Rayon dirigé au centre du Soleil. Cette Puissance qui agit sur les Cometes varie suivant la même Loi que la Gravité des Planetes, comme il paroît en ce qu'elles décrivent des Paraboles, * ou

* *Princip. Lib.* III. *Prop.* 40.

des Ellipſes très-excentriques dont un des Foyers eſt au centre du Soleil : notre Auteur ayant démontré que la Puiſſance qui fait qu'un Corps décrit une Parabole autour de ſon Foyer, doit varier ſuivant la Loi ſi ſouvent mentionnée. Si un Corps étoit projetté de notre Terre dans une ligne perpendiculaire à l'Horizon avec une certaine Force (à ſçavoir celle qui lui feroit parcourir environ 420 milles d'un mouvement uniforme dans une minute) il s'éléveroit dans cette ligne continuellement & ne retomberoit plus ſur la Terre : à la vérité ſa Gravité retarderoit ſans ceſſe ſon Mouvement, mais ne pourroit jamais le détruire, la force de la Gravité ſur lui diminuant à meſure qu'il s'éléveroit à une plus grande hauteur. Si le Corps étoit projetté avec la même force dans quelqu'autre direction, il s'en iroit en décrivant une Parabole qui auroit ſon Foyer au centre de la Terre, & il ne retomberoit jamais ſur elle. Une Force un peu moindre le feroit mouvoir dans une Ellipſe très-excentrique dans laquelle il reviendroit après une longue Période à ſa premiere place, s'il n'étoit pas dérangé dans ſon cours en approchant trop près de quelque Corps céleſte. De la même maniere une Planete jettée avec une certaine Force ſe mouvroit continuellement dans une Courbe parabolique ayant ſon Foyer dans le Soleil. Tous ces mouvemens donc procédent du même Principe, qui agit d'une maniere différente mais très-réguliere en diverſes circonſtances, & ils ſont tous Analogues aux mouvemens des Corps peſans projettés de notre Terre. Des effets ſi ſemblables doivent être attribués à la même cauſe, & il eſt à peine plus évident que c'eſt la même Puiſſance de Gravité qui agit ſur les Corps terreſtres en Europe & en Amérique, ſous l'Equateur & ſous les Poles, qu'il ne l'eſt que c'eſt le même Principe qui agit ſur tout le Syſtême de l'Univers depuis le centre du Soleil juſqu'à l'Orbe éloigné

de Saturne, ou à la plus grande hauteur de la Comete la plus excentrique.

15. Plusieurs Phénomenes nous donnent lieu de conclure qu'il y a une Atmosphere qui environne le Soleil & s'étend à une distance considérable de ce Globe. L'Anneau lumineux observé autour de la Lune, dans une Eclipse totale de Soleil, en 1605, mentionné par Kepler, & nouvellement en 1706 & 1724, qu'on a remarqué s'étendre à 9 ou 10 dégrés de distance de la Lune, paroît plutôt avoir été formé par la Réfraction de cette Atmosphere, tandis que les Rayons directs du Soleil étoient interceptés par la Lune, que par la Réfraction d'une Atmosphere placée autour de la Lune. La matiere de cette Atmosphere paroît graviter vers le Soleil, par l'effet qu'elle a sur la vapeur qui dans les Queues des Cometes s'éleve de leur *Noyau* & de leur Atmosphere, avec une direction opposée à celle de leur Gravité vers le Soleil. Car cette vapeur étant extrêmement raréfiée, paroît s'élever dans cette direction en conséquence de l'excès de la Gravité de l'Atmosphere Solaire vers le Soleil; de la même maniere qu'une Colomne de vapeur s'éléve en l'Air parce que sa Gravité vers la Terre est moindre que celle de l'Air; d'autant plus que cette vapeur s'éléve avec plus de rapidité, & plus abondamment, à proportion que la Comete est plus près du Soleil. Ainsi il n'y a aucune sorte de Matiere dans le Systême Solaire à laquelle nous ne puissions avec raison attribuer une Gravitation vers le Soleil.

Quant aux Etoiles fixes, elles sont placées à une distance si immense que leur Gravité vers le Soleil ne peut avoir d'effet sensible sur elles en plusieurs siecles, & ne peut se manifester par les Phénomenes. La Puissance de la Gravité diminue à proportion que le quarré de la distance augmente; les Etoiles fixes les plus pro-

ches paroissent être à une distance qui surpasse plusieurs centaines de mille fois celle de la Terre au Soleil, & par conséquent leur Gravité doit être plus de 100000 × 100000 fois moindre que la Gravité de la Terre vers le Soleil. Ce n'est donc pas par les Phénomenes mais seulement par Analogie que nous croyons que la Puissance de la Gravité s'étend jusqu'aux Etoiles fixes. Il n'y a aucune influence que leur Lumiere qui soit capable de traverser ce vaste abyme d'Espace qui est entre nous & elles, & qui puisse avoir quelque effet sensible. Cependant comme leur Lumiere est absolument la même que celle de notre Soleil, M. Newton pense que l'argument tiré de l'Analogie doit avoir beaucoup de force en ce cas. Si elles gravitent aussi vers le Soleil & les unes vers les autres, nous pouvons alors supposer que le vuide immense qui se trouve entre les Systêmes dont elles sont probablement les centres, comme le Soleil l'est du nôtre, peut servir à les empêcher de troubler leurs mouvemens les unes les autres, & de se joindre ensemble en une vaste masse informe de matiere. Il ne doit pas paroître étrange que là où le Soleil lui même est à peine visible, la Gravité vers ce Globe y soit insensible, & que nous ne trouvions point ici d'effet d'aucune Gravitation vers les Etoiles fixes.

17. Comme l'action & la réaction sont toujours égales & dans des directions opposées; ensorte que la Terre, par exemple, gravite vers chaque Montagne aussi-bien que celle-ci gravite vers la Terre, & qu'elle gravite vers tout Projectile tandis qu'il se meut en l'Air, de même que le Projectile gravite vers elle; & sans cette Loi il n'y auroit rien de stable ni de constant dans la Nature: il suit delà que le Soleil gravite vers tous les Corps du grand Systême, & que les Planetes principales gravitent vers leurs Satellites. Ces Plane-

tes

tes principales gravitent aussi l'une vers l'autre : cequi est évidemment prouvé par quelques petites irrégularités dans leurs mouvemens, particuliérement dans ceux de Jupiter & de Saturne, les deux plus grandes Planetes, lorsqu'ils sont en conjonction & s'approchent le plus près l'un de l'autre. On trouve aussi que les mouvemens des Satellites de Jupiter & de Saturne sont sujets à des irrégularités produites par leurs actions mutuelles. Nous pouvons enfin conclure par tant de raisons que dans le Systême Solaire tous les Corps gravitent les uns vers les autres, & quoique nous ne puissions pas considérer la Gravitation comme essentielle à la Matiere, nous devons cependant convenir que les Phénomenes ne rendent pas moins évidente son universalité, que celle de toute autre affection des Corps quelle qu'elle soit.



CHAPITRE IV.

De la Gravitation générale de la Matiere.

1. NOus n'avons considéré jusqu'ici que la Force accélératrice de la Gravité à différentes distances, ausquelles la vitesse qu'elle produit dans un tems donné est toujours proportionnelle. Il reste à faire voir que le mouvement produit par cette Puissance, à des distances égales d'un centre donné, est toujours proportionnel à la quantité de Matiere du Corps pesant; que la Gravité des Corps vient de la Gravitation mutuelle de leurs parties; & à déterminer la Loi de la Gravitation des parties des Corps. On convient, quant aux Corps terrestres, & M. le Chevalier Newton l'a confirmé par plusieurs expériences exactes, que ceux qui sont de même volume & de même figure, quoique d'especes très-différentes, suspendus par des fils de même longueur, font leurs vibrations, lorsqu'ils se meuvent comme des Pendules, exactement dans le même-tems; d'où il suit que la Force de leur Gravité est exactement proportionnelle à leur quantité de Matiere: & il n'y auroit aucune différence dans les tems de leurs vibrations, quoique leur figure & leurs volumes fussent différens, les distances entre leurs centres de suspension & d'oscillation étant égales, si ce n'étoit la résistance de l'Air. On a déja fait voir que la Lune tomberoit vers la Terre avec la même vitesse que tout autre Corps pesant, si elle étoit à la même distance de son centre; & il est manifeste que les Forces des Corps mûs avec des vitesses égales, sont comme leurs quantités de Matiere, ensorte que la Pésanteur de la Lune seroit à celle de

tout autre Corps à la même distance du centre de la Terre, dans la même proportion que la Matiere de la Lune seroit à celle de ce Corps pesant. Les Planetes principales éprouvent différentes actions à leurs diverses distances, mais suivant la loi qui apprend que si elles étoient à des distances égales, elles descendroient vers le Soleil avec des vitesses égales, ensorte que leur mouvement seroit proportionnel à leur quantité de Matiere. Il paroît de même que si les Satellites de Jupiter & de Saturne étoient à des distances égales des centres de leurs Planetes principales respectives, ils descendroient vers elles avec des vitesses égales. La Terre & la Lune, à des distances égales du Soleil, seroient mûes par des Forces accélératrices égales, & descendroient vers lui avec des vitesses égales: Jupiter & ses Satellites descendroient avec la même vitesse vers le Soleil, si leurs Mouvemens Projectiles étoient détruits. On doit dire la même chose de Saturne & de ses Satellites. Une très-petite inégalité dans les Forces accélératrices, qui agissent sur la Planete principale & sur ses Satellites, produiroit de très-grandes irrégularités dans leur mouvement. Dans tous ces cas, des vitesses égales étant produites en tems égaux, les mouvemens des Corps, & par conséquent, les Gravités qui produisent ces mouvemens, doivent être proportionnelles aux quantités de Matiere de ces Corps; d'où il suit que toutes portions égales de Matiere, à distances égales du centre de Gravitation, sont également pesantes, quels que soient le volume, la figure, ou la contexture de leurs parties, & que la Gravitation des Corps vient de celle des parties dont ils sont composés.

2. Parce que l'action est toujours égale à la réaction, si on suppose les Planetes à des distances égales du Soleil, & par conséquent, gravitant vers ce Globe avec des Forces proportionnelles à leurs quantités de Ma-

tiere, le Soleil gravitera vers chacune des Planetes, avec des Forces qui seront dans la même proportion. En général, le même Corps gravite vers tous autres Corps, à distances égales, avec des Forces proportionnelles à leurs quantités de Matiere; parce qu'il gravite vers eux avec les mêmes Forces avec lesquelles ces Corps gravitent vers lui, & celles-ci sont en raison de leurs quantités de Matiere. La Puissance donc qui est étendue du centre du Soleil & de chacune des Planetes, à toutes distances autour de ces Corps, est, à égales distances de leurs centres, proportionnelle à leurs quantités de Matiere; & en général, il paroît que la Pésanteur ou la Gravité d'un Corps est plus considérable, à proportion que sa quantité de Matiere & celle du Corps auquel il tend, sont plus grandes, & que le Quarré de la distance de ce même Corps est moindre. En composant ces trois Proportions ensemble, le poids & le mouvement des Corps, provenans de leur Gravitation, peuvent toujours être déterminés

3. Ayant trouvé, par tant d'expériences & d'observations, que la Gravité affecte toute la Matiere des Corps également, nous avons toujours plus de raison d'en inférer son universalité; puisqu'elle paroît être une Puissance qui n'agit pas seulement sur la surface des Corps, mais qui pénetre intimement leur substance, même juqu'à leurs centres, puissqu'elle affecte leurs parties internes avec la même Force que les externes, & que son action ne peut être altérée par aucun Corps interposé, ou par aucun obstacle; enfin puisqu'elle n'admet aucune sorte de variation dans la même Matiere, que celle qui résulte de ses differentes distances au Corps vers lequel elle gravite.

4. L'action de la Gravité sur les Corps vient de son action sur leurs parties, & n'est que la réunion de ces actions; ensorte que la Gravitation des Corps doit dé-

river de celle de toutes leurs parties les unes vers les autres. La Pésanteur d'un Corps vers la Terre résulte de la Gravité des parties du Corps; la Gravité d'une Montagne vers la Terre est causée par la Gravitation de toutes les parties de la Montagne vers elle; la Gravitation de l'Hémisphere Boréal vers l'Austral provient de la Gravitation de toutes ses parties vers cet Hémisphere, & si nous supposons la Terre divisée en deux Segmens inégaux, la Gravitation du plus grand vers le plus petit résultera de la Gravitation de toutes les parties du plus grand vers ce dernier. Pareillement la Gravité de toute la Terre, à l'exception d'une partie, vers cette même partie separée, doit résulter de la Gravitation de toutes les autres parties de la Terre, vers celle-là seule. Chaque partie donc de ce Globe, gravite vers chacune de ses parties en particulier, & par la même raison, chaque partie de Matiere dans le Systême solaire gravite vers toutes les autres parties de ce même Systême.

5. Nous devons maintenant procéder à une partie importante de cette Doctrine, c'est-à-dire, à déterminer la Loi, suivant laquelle les parties des Corps gravitent les unes vers les autres; après avoir découvert celle qui est observée par les Corps composés de ces parties. Ceux qui se contentent de faire des recherches superficielles pourroient peut-être d'abord se persuader que la premiere est nécessairement la même que la derniere; mais on fait aisément voir que la Loi qui est observée dans les Attractions des petites parties de Matiere est souvent très-différente de celle que suivent les Sphéres composées de ces parties. Si par exemple la Gravitation des parties diminue dans la même proportion que les Cubes de leurs distances augmentent, ou en quelque raison plus grande, les Spheres composées de ces parties ne graviteront pas l'une vers l'autre

avec des Forces qui diminuent dans la même proportion que les Cubes des distances de leurs centres augmentent, ou en cette autre raison plus grande; car les Spheres en contact, s'attireront l'une l'autre, en ces cas, avec une Force infiniment plus grande, que lorsqu'elles sont éloignées à la moindre distance du contact, quoiqu'il y ait une différence très-petite entre les distances de leurs centres dans ces deux cas. M. le Chevalier Newton se trouva par-là dans la nécessité de traiter ce sujet à fonds; & comme c'est une partie très-utile de la Théorie de la Gravité, mais qui ne peut être entendue comme il l'a traitée, sans une connoissance profonde de la Géométrie & la science des calculs les plus difficiles, nous tâcherons de l'exposer d'une maniere plus aisée, en choisissant toujours (comme nous avons fait jusqu'ici) les cas les plus simples. Supposons d'abord que la Gravitation vers chaque partie diminue dans la même proportion que le Quarré de la distance augmente, que PAE*a*, PBF*b*, (*Fig.* 59.) soient des Cones semblables, composés de ces parties, terminés par des bases sphériques AE*a*, BF*b*, qui ont leur centre en P; & la Gravitation en P vers le solide PAE*a*, sera à la Gravitation en P vers PBF*b*, comme PA est à PB, ou en même raison que les côtés homologues de ces solides semblables. Car que MN*m* soit une surface semblable à AE*a*, ayant son centre pareillement en P; & la Gravitation vers la Surface AE*a* sera à celle vers MN*m*, en raison composée de la raison directe de la Surface AE*a* à MN*m* (ou PA^2 à PM^2) & de la raison inverse de PA^2 à PM^2, c'est-à-dire, en raison d'égalité; par conséquent, la Gravitation vers la Surface AE*a*A étant représentée par A, la Gravitation vers le solide PAE*a*, sera représentée par $A \times PA$, & celle vers le solide semblable PBF*b* par $A \times PB$, qui sont en raison de PA à PB. De la même maniere, la

Gravitation vers la portion terminée par les Surfaces AE*a* & MN*m*, eſt repréſentée par A × AM. Il eſt pareillement évident, que quoique les Surfaces AE*a* & MN*m* ſoient de quelqu'autre figure, cependant la derniere raiſon des Gravitations en P vers les Solides coniques ou pyramidaux PAE*a*, PMN*m* eſt celle de PA à PM; & que ſi AQ & M*q*, ſont perpendiculaires à PH en Q & *q*, ces Forces réduites à la direction PH, seront enfin en raiſon de PQ à P*q*. De-là il paroît que ſi PB eſt égale à BA, l'Attraction de la petite partie P par le Cone PB*b*, avec lequel elle eſt en contact, ſera égale à l'Attraction de la portion du Cone terminée par les Surfaces AE*a*, BF*b*, lorſque l'Attraction des petites parties eſt ſuppoſée augmenter comme le Quarré de la diſtance diminue; & que, dans ce cas, l'Attraction d'une portion de matiere n'eſt pas beaucoup plus grande lorſqu'elle eſt en contact avec la petite partie attirée, que lorſqu'elle en eſt éloignée à fort peu de diſtance.

6. Mais il n'en eſt pas de même, lorſque nous ſuppoſons l'Attraction des parties diminuer comme les Cubes de leurs diſtances augmentent. Car dans ce cas, la petite partie P tendra à la Surface MN*m* avec une Force qui ſera comme la Surface, ou le Quarré de PM directement, & le Cube de PM réciproquement c'eſt-à-dire, avec une Force qui ſera comme PM réciproquement, ou directement, comme MV, l'ordonnée de l'Hyperbole équilatérale KVI, décrite entre les Aſymptotes PA & PK. Par conſéquent, l'Attraction de la portion MN*m*AE*a*, ſera meſurée par l'Aire hyperbolique MVIA terminée par les Ordonnées en A & en M; & l'Attraction du Cone PMN*m* par l'Aire hyperbolique infinie, qui eſt conçûe formée entre l'Ordonnée MV & l'Aſymptote PK. Il ſuit alors que ſi une telle Loi avoit lieu, la petite partie P tendroit vers

la moindre portion de Matiere en contact avec elle, avec plus de Force que vers le plus grand Corps, à une distance quelconque, quelque petite qu'elle fut. On démontre aisément la même chose, lorsque l'Attraction des parties diminue, à proportion de l'accroissement des Puissances quelconques des distances plus élevées que leurs Cubes. Il paroît donc, que l'Attraction d'une petite partie en contact avec un Corps n'est pas sensiblement augmentée par une addition ou une diminution de Matiere à une distance quelle petite qu'elle soit du contact, soit que cette addition ou diminution soit faite au Corps ou à la petite partie; & dans ces cas, plus cette partie est petite, plus les mouvemens imprimés sur elle, à des distances infiniment petites, par ces Attractions, doivent être violens; parce que la même Force agissant sur une partie, produit en elle une vitesse qui est toujours plus grande à proportion que cette partie est moindre.

7. On peut démontrer la même proposition sans avoir recours à la propriété de l'Aire hyperbolique. Que PA (*Fig. 60.*) soit à PB, comme PB à PD; qu'on conçoive AB & BD divisées en un nombre infini de parties semblables égales A*k*, *kl* &c. & B*m*, *mn*, &c. alors A*k* sera à B*m*, comme AB à BD, & la Matiere entre les Surfaces dont les Rayons sont PA & P*k*, sera à la Matiere entre les Surfaces, dont les Rayons sont PB & P*m*, comme $PA^2 \times Ak$ à $PB^2 \times Bm$; c'est-à-dire, comme PA^3 à PB^3. Les Puissances Attractrices de parties égales placées entre les Surfaces des Rayons PA & P*k*, & les Surfaces des Rayons PB & P*m*, sont en raison inverse, ou comme PB^3 à PA^3 par la supposition; & ces deux proportions composées ensemble donnent une raison d'égalité. Donc parce que les Puissances Attractrices de la Matiere, terminée par deux pareilles Surfaces, sont en raison composée des Attrac-
tions

tions de parties égales & du nombre des parties, il suit que l'Attraction de la Matiere contenue par les Surfaces des Rayons PA & P*k* doit être égale à l'Attraction de la Matiere contenue par les Surfaces des Rayons PB & P*m*. Pareillement l'Attraction de la Matiere contenue par les Surfaces dont les Rayons sont P*k* & P*l*, est égale à l'Attraction de la Matiere qui se trouve entre les Surfaces, dont les Rayons sont P*m* & P*n*; & l'Attraction de la portion AE*a*BF*b* est égale à l'Attraction de la portion BF*b*DG*d*. De même si PB est à PD, comme PD à PH, l'Attraction de la portion DG*d*HR*h* sera égale à l'Attraction de la portion AE*a* BF*b*; & si cette suite de proportionels géométriques décroissans est continuée, l'Attraction de la portion contenue par des Surfaces dont les Rayons sont deux termes quelconques consécutifs de la progression, doit être égale à l'Attraction de la premiere portion AE*a* BF*b*. Mais dans cette progression décroissante, continuée depuis PB, le nombre des termes est infini; & dans le solide PBF*b* il y a un nombre infini de portions, l'Attraction de chacune desquelles est égale à celle de la premiere portion terminée par les Surfaces AE*a*, BF*b*; donc l'Attraction du Solide BF*b* qui est en contact avec la petite partie P, est infiniment plus grande que l'Attraction de la portion terminée par les Surfaces AE*a*, BF*b*, qui est le plus grand Solide, mais qui est éloignée du contact de la particule P. Nous nous sommes arrêtés à démontrer ici ce Théorême & à l'éclaircir, parce qu'il nous sera très-utile dans la suite, & qu'il servira à faire connoître les avantages de la Loi de la Gravité qui, dans le Systême solaire, tient le premier rang parmi les autres Loix; quoique celles-ci, en d'autres occasions, soient plus importantes.

8. La Gravitation des petites parties étant supposée diminuer comme les Quarrés de leurs distances aug-

mentent, les Forces avec lesquelles des parties semblablement situées, respectivement à des solides semblables & homogénes, gravitent vers ces Solides, sont comme leurs distances des Points semblablement situés dans les Solides, ou comme leurs côtés homologues. Car ces Solides peuvent être conçûs résolus en des Cones semblables, ou des portions de Cones, qui ayent toujours leur sommet dans les petites parties, & la Gravitation vers ces Cones où ces portions sera toujours en même raison par le § 5. Mais si la Gravitation des parties diminue comme les Cubes des distances augmentent, les Forces avec lesquelles des parties semblablement situées, respectivement à des Solides semblables homogénes, tendent vers ces Solides, seront égales. Car ces Solides étant résolus en des portions de Cones semblables qui ayent toujours leur sommet dans ces petites parties, & qui soient semblablement situées respectivement à elles, la Gravitation vers ces portions sera toujours égale, suivant ce qui a été démontré dans le dernier article; de la même maniere que les Forces avec lesquelles la partie P tend vers les portions semblables AE*a*BF*b*, DG*d*HR*h*, ont été démontrées égales.

9. La Gravitation des parties étant supposée diminuer comme les Quarrés de leurs distances mutuelles augmentent, si une partie est placée dans le solide creux formé de l'Espace annullaire, terminé par deux cercles, concentriques, ou deux Ellipses semblables concentriques ADBE & *adbe* (*Fig.* 61.) qui tournent autour de l'Axe AB, elle n'aura point de Gravité vers ce Solide. Car soit *p* une telle partie, *pr* une ligne droite tirée de *p* qui rencontre le Cercle intérieur où l'Ellipse à des points quelconques *f* & *q*, & la figure extérieure en *x* & *r*; alors si *xr* est divisée en deux également en Z, *fq* sera aussi divisée en deux également en Z, parce

que les figures sont semblables & semblablement situées ; par conséquent *fx* est égale à *qr*; & les Gravitations de *p* vers des portions opposées du Solide, qui ont leur sommet en *p* & sont terminées par les mêmes lignes droites, prolongées de *p* avec des directions opposées, seront toujours égales par l'article 5, & détruiront mutuellement leur effet. Il suit de-là que la Gravité d'un Point quelconque Q dans le demi-diametre CP, vers la Sphere ou le Sphéroide, est à la Gravité en P, comme CQ à CP, supposant que le Point Q soit dans le Solide; parce que la Gravitation vers le Solide engendré par l'Espace annullaire, qui est renfermé entre APB & *a*Q*b*, n'a aucun effet sur une partie en Q; ensorte que la Gravité en Q, vers tout le Solide ADBE, est la même que la Gravité en Q vers le Solide *adbe*, laquelle est à la Gravité en P vers le Solide ADBE, comme CQ à CP par le dernier article. Il paroît donc que lorsqu'une Sphere ou un Sphéroide, d'une densité uniforme, est composé de parties qui attirent avec une Force décroissante comme le quarré de leur distance augmente, la Gravitation vers le Solide diminue de la Surface au Centre, dans un demi-diamétre donné, en même raison que la distance au Centre diminue.

10. Supposons maintenant la Partie P (*Fig. 62.*) placée hors de la Sphere ADBE, à la distance PC du Centre C; & cette partie sera attirée vers la Sphere, avec une Force qui diminue comme le Quarré de la distance PC augmente. Car soit une Ligne droite PNM tirée de P, rencontrant le demi-cercle générateur ADB en N & M, & l'Arc CH décrit du Centre P avec le Rayon PC, en L; que P*nm* soit une autre Ligne droite tirée de P, formant un Angle infiniment petit avec PM, rencontrant le demi-cercle en *n*, *m*, & l'Arc CH en *l*; tirez LR, *lr*, perpendiculaires à PC

en R & r, & CV perpendiculaire à PM en V. Supposons qu'un autre cercle AdBe coupe le demi-cercle ADBE dans l'Axe AB, & forme avec lui un Angle infiniment petit ; & que Lu & lx perpendiculaires au plan ADB, rencontrent AdB en u & x. Alors la Gravitation de la partie P, vers la matiere contenue dans la Surface Physique Luxl, sera mesurée par $\frac{Ll \times Lu}{PL^2}$ ou $\frac{Ll \times Lu}{PC^2}$; par conséquent la Gravitation de P vers la portion pyramidale terminée par les plans circulaires ADB & AdB, & par des Plans perpendiculaires à ADB en NM & nm, sera mesurée par $\frac{Ll \times Lu}{PC^2} \times NM$, suivant l'Article 5. de ce Chapitre. Mais l'Angle contenu par les plans ADB, AdB étant donné, Lu est à LR, comme Dd, l'Arc intercepté par ces plans circulaires à la distance CD, est à CD ou CA ; & Ll étant à Rr comme PL ou PC est à LR, ensorte que $Ll \times LR$ est égal à $PC \times Rr$; il suit que la Gravitation de P vers cette portion sera mesurée par $\frac{Ll \times LR \times 2VM \times Dd}{PC^2 \times CD}$ ou $\frac{Rr \times 2VM \times Dd}{PC \times CA}$. Cette Gravitation se réduit à la direction PC en la diminuant en raison de PV, ou PR, à PC, & se mesure alors par $\frac{Dd \times Rr \times PR}{CA \times PC^2} \times 2VM$, ou (l'accroissement simultané de VM étant représenté par Vo, & PR^2, ou PV^2, étant égal à $VM^2 + NPM$, suivant *Euclid.* 2. 6. ou à $VM^2 + APB$, ensorte que APB étant constant, les accroissemens de PR^2 & de VM^2 doivent être égaux, & $Rr \times PR$ est égal à $Vo \times VM$) par $\frac{Dd \times 2VM^2 \times Vo}{CA \times PC^2}$; qui est l'accroissement simultané de $\frac{Dd \times 2VM^3}{CA \times 3PC^2}$; de même que l'accroissement de VM^3, tandis que VM acquiert l'augment infiniment petit Vo, est $3VM^2 \times Vo$. Donc

l'Attraction de la partie du Segment de Sphere terminé par les plans circulaires ADB, AdB, qui est coupée par un plan perpendiculaire à ADB dans la ligne droite NM, est comme $\frac{Dd}{CA} \times \frac{2VM^3}{3PC^2}$; & l'Attraction de la portion de Sphere, qui est produite par la Révolution du Segment MDN autour de l'Axe AB, ayant la même proportion à l'Attraction de ce Segment, que la circonférence de tout le Cercle à l'Arc Dd, elle est mesurée par $\frac{c}{r} \times \frac{2VM^3}{3PC^2}$, $\frac{c}{r}$ exprimant la raison de la circonférence d'un Cercle au Rayon, & par conséquent elle est directement comme le Cube de la Corde MN, & réciproquement comme le Quarré de PC distance de la partie P au centre de la Sphere. Delà la Gravité en P vers toute la Sphere est comme le Cube de son Diametre, ou sa quantité de Matiere (la densité étant donnée) directement, & le Quarré de la distance PC réciproquement, la Corde MN se confondant avec le Diametre AB, lorsqu'on considére l'Attraction de toute la Sphere; ensorte que cette Attraction est mesurée par $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3PC^2}$

11. Il paroît par ce qui a été démontré qu'une petite partie quelconque P hors de la Sphere, en est attirée avec la même force que si toute la Matiere de la Sphere étoit ramassée au centre, & attiroit de ce point comme une partie; car la circonférence du Cercle ADBE est exprimée par $\frac{c}{r} \times CA$, son Aire par $\frac{c}{r} \times \frac{CA^2}{2}$ la Surface de la Sphere par $\frac{c}{r} \times 2CA^2$, & le Solide qu'elle contient par $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3}$; de sorte que l'Attraction de ce Solide agissant du centre C à la distance PC, est mesurée par $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3PC^2}$ précisement la même quantité que

celle qui mesure l'Attraction de la Sphere à cette distance par le dernier Article. On doit dire la même chose de la Gravité vers l'assemblage d'un nombre quelconque de Spheres qui ont un centre commun; d'où il suit que quelque variable que puisse être la densité d'une Sphere à différentes distances du centre, pourvû que la densité soit toujours la même à distances égales, la Gravité d'une petite partie vers la Sphere, hors de laquelle elle est située, sera comme la quantité de Matiere contenue dans la Sphere directement, & le Quarré de sa distance au centre réciproquement. Si l'Attraction des parties augmentoit ou diminuoit dans la même proportion que leurs distances augmentent ou diminuent, la Sphere agiroit aussi, dans ce cas, de la même maniere que si toutes ses parties étoient réunies au centre comme une seule partie; mais le cas est different, lorsque l'Attraction de la petite partie de Matiere observe d'autres Loix. Supposons que l'Attraction des petites parties soit réciproquement comme la Puissance de la distance qui a pour exposant un nombre quelconque n moindre que 3, & l'Attraction de la Sphere composée de ces parties, à sa Surface, sera à la Force avec laquelle toute la Matiere de la Sphere ramassée au centre attireroit à la même distance, comme $3 \times 2^{2-n}$ à $\overline{3-n} \times \overline{5-n}$. Si par exemple, l'Attraction des petites parties étoit la même à toutes distances (auquel cas on suppose $n = 0$) cette raison seroit celle de 4 à 5 : & si l'Attraction des petites parties est réciproquement comme leur distance, la raison sera de 3 à 4, comme nous l'avons fait voir ailleurs *.

12. Nous avons démontré que lorsque les petites parties gravitent les unes vers les autres avec des Forces qui sont en raison inverse des Quarrés de leurs distan-

* Traité des Fluxions, §. 902.

ces, l'action d'une Sphere sur une partie placée hors d'elle est assujettie à la même Loi que celle des parties elles-mêmes, & diminue dans la même proportion que le Quarré de la distance de la petite partie au centre de la Sphere augmente; d'où il suit, à cause de l'égalité de l'action & de la réaction, que la petite partie attirera la Sphere avec une force variante dans la même proportion; si à la place de cette petite partie on substitue une seconde Sphere composée de semblables parties, puisque l'action totale de cette seconde Sphere sera la même que si toute la Matiere étoit réunie à son centre, les deux Spheres doivent par conséquent observer la même Loi, en agissant l'une sur l'autre, que deux petites parties placées à leurs centres; c'est-à-dire leur attraction doit diminuer à proportion que le Quarré de la distance entre leurs centres augmente.

13. La Gravitation des Corps ayant été résolue par M. le Chevalier Newton en celle de leurs parties, & la Loi qui est observée par la Gravité des Corps ayant été découverte par les Phénomenes exposés ci-dessus fort au long; il s'ensuit des conclusions précédentes, que la Gravité des parties dont les Corps sont composés observe précisément la même Loi. Cet illustre Philosophe parvint, en procédant ainsi, à déterminer le progrès de la Gravité depuis le centre d'une Sphere quelconque à la distance la plus grande. Une partie située au centre n'a aucune Gravité, étant également attirée de tous côtés par la matiere de la Sphere qui l'environne Si elle est placée dans la Sphere à quelque distance du centre, sa Gravité augmentera à proportion que cette distance sera plus grande, par l'article 9; car des parties de la Sphere celles-là seules agissant sur elle qui sont à une moindre distance du centre qu'elle-même, & sa Gravité étant comme la matiere attirante directement, & comme le Quarré de sa distance

au centre réciproquement, puisque la matiere est comme le Cube de la même distance, la Gravité doit être comme la distance elle même. Du Centre à la Surface, sa Gravité augmente en raison directe de sa distance au Centre ; à la Surface sa Gravité est la plus grande; & de la Surface en haut elle diminue à proportion que le Quarré de sa distance au centre augmente; observant régulierement cette Loi jusqu'aux dernieres limites de l'Espace. Nous parlons ici de la Puissance accélératrice de la Gravité, qui est proportionnelle à la vitesse qu'elle est capable de produire dans un instant de tems donné ; & puisqu'elle produit la même vitesse en tems égaux dans tous les Corps quels qu'ils soient, à la même distance, il suit que leur Pésanteur ou leur Mouvement causé par la Gravité, doit être proportionnel à leurs quantités de matiere. En général, pour estimer la Pésanteur ou le Mouvement d'une Sphere quelconque, qui est attirée par une autre dont les parties sont également denses à distances égales de son Centre, nous devons le mesurer en composant trois proportions, celle de la Matiere contenue dans les Corps pesans qui gravitent, celle de la Matiere dans les Spheres attirantes, vers lesquelles ils gravitent, & la raison réciproque des Quarrés des distances respectives entre les Centres des Spheres qui tendent l'une vers l'autre; telle est la Loi que les Phénomenes nous apprennent avoir lieu dans le Systême de l'Univers. Voyez l'Art. 2. de ce Chapitre.

14. Ainsi M. le Chevalier Newton a découvert & pleinement démontré, par des observations de la derniere certitude & des calculs incontestables, ce principe simple de la Gravitation des petites parties de Matiere les unes vers les autres, qui étant étendu sur le Systême du Monde à toutes distances & partant du centre de chaque Globe, est la chaîne qui tient leurs parties réunies, & les conserve dans leurs Mouvemens

mens

vemens réguliers autour de leurs propres centres. La même Gravité qui nous eſt ſi bien connue ſur la Terre, les affecte tous ; toute la maſſe de l'Univers n'eſt à cet égard que d'une ſeule piece; & ce Principe, étendu ſi régulierement ſur le Monde entier, annonce une influence & une conduite générales, dérivées d'une cauſe également active & puiſſante par tout.

On a fait dans ces derniers tems differentes Obſervations qui confirment ſa Doctrine, & ſervent particulierement à faire voir que la Gravitation vers les Corps vient de la Gravitation vers leurs parties. Telles ſont les meſures d'un degré du Méridien priſes dernierement avec une grande exactitude par les Mathématiciens François, & la déclinaiſon de la Ligne que donne un à plomb de la vraie Ligne verticale, en conſéquence de l'Attraction d'une grande Montagne, ſituée à peu de diſtance.



CHAPITRE V.

De la Quantité de Matiere & de la densité du Soleil & des Planetes.

C'Est ainsi que notre Auteur s'éleve par voie d'Analyse, recherchant les causes par leurs effets, & découvrant par la parfaite ressemblance d'un grand nombre d'effets, que la cause est plus générale qu'on ne l'avoit pensé. Mais pour descendre par la Synthese, & déterminer les effets par la cause alors connue, il n'étoit pas suffisant d'établir la Gravitation générale des parties de la Matiere; il étoit nécessaire de déterminer, autant qu'il est possible, les quantités des Puissances qui agissent dans le Systême du Monde. Nous avons vû qu'il y a une Gravité répandue de chaque Corps de tous côtés, à distances égales de leurs centres, proportionnelle à leurs quantités de Matiere. Nous connoissons, par expérience, la Force de cette Puissance à la Surface de la Terre, & nous avons vû comment on doit estimer son efficacité à toute autre distance. Afin d'être en état d'estimer toutes les Puissances du Systême du Monde, dirigées à leurs différens Corps, il est nécessaire de déterminer la proportion de leurs quantités de Matiere à celle de notre Terre. Si on y parvient une fois, toutes les Puissances qui operent dans l'Univers étant connues, il ne restera plus qu'à déterminer, par une sçavante application de la Géométrie & de la Méchanique, les Mouvemens & les Phénomenes des Corps célestes, qui en dépendent tous.

2. Mesurer la Matiere contenue dans le Soleil & les

Planetes, c'étoit un Problême de la derniere difficulté, & qui paroissoit d'abord au-dessus de la portée de l'esprit humain. Mais on trouva par les principes de cette Philosophie une solution naturelle & aisée de ce sublime Problême, dans les cas les plus importans, & M. le Chevalier Newton a déterminé les proportions de la Matiere qui est dans le Soleil, Jupiter, Saturne, & la Lune, à celle qui est dans notre Terre; c'est-à-dire, il a démontré combien le Soleil, Saturne & Jupiter, pourroient former de Globes semblables au nôtre. Pour comprendre comment il parvint à ces découvertes, nous devons nous rappeller que la Matiere contenue dans chacun de ces Corps est en même raison que la Force de la Gravité vers eux, à distances égales de leurs Centres. Nous connoissons la Force de la Gravité vers notre Terre, par la descente des Corps pesans, & en calculant combien la Lune s'écarte de la Tangente de son Orbite, dans un tems donné quelconque. Nous n'avons point d'expérience d'aucune descente en Ligne droite de Corps pesans vers le Soleil, Jupiter & Saturne; mais comme les Planetes du premier ordre font leurs révolutions autour du Soleil, & qu'il y a des Satellites qui tournent autour de Jupiter & de Saturne, en calculant par leurs Mouvemens combien une Planete du premier ordre s'écarte de sa Tangente dans un tems donné, & combien quelques Satellites de Jupiter & de Saturne tombent au-dessous de leurs Tangentes dans le même tems, nous sommes en état de déterminer la proportion de la Gravité d'une Planete du premier ordre vers le Soleil, & d'un Satellite vers sa Planete principale, à la Gravité de la Lune vers la Terre, à leurs distances respectives: alors par la Loi générale de la variation de la Gravité, on calcule les Forces qui agiroient sur ces Corps à distances égales du Soleil, de Jupiter, de Saturne & de la Terre; & ces Forces donnent la proportion de la Ma-

tiere contenue dans ces differens Corps.

3. Que la quantité de Matiere contenue dans Jupiter soit plus grande que la quantité de Matiere que renferme la Terre, c'est ce qu'il est aisé de connoître par le Mouvement de ses Satellites, qui tous font leurs révolutions autour de son Centre, en moins de tems que la Lune ne fait la sienne autour de la Terre, & sont tous à l'exception du premier, à une plus grande distance de son Centre que la Lune de celui de la Terre. Le second Satellite est plus éloigné de Jupiter que la Lune de la Terre, à peu près en raison de 3 à 2, & se meut dans une Orbite plus grande dans la même proportion. Mais ce Satellite finit sa Révolution en 3 jours & 13 heures, ce qui est moins que la septieme partie du tems périodique de la Lune autour de la Terre; par conséquent son Mouvement doit être beaucoup plus vîte que celui de la Lune. Un Satellite plus près de Jupiter se mouvroit encore avec plus de vitesse que le précedent: de sorte que si un Satellite faisoit sa Révolution autour de Jupiter à une distance de son Centre égale à la distance de la Lune à la Terre, il se mouvroit beaucoup plus vîte que la Lune ne se meut autour d'elle, & par conséquent seroit soumis à l'action d'une Force centripete beaucoup plus grande; car il faut toujours une plus grande Force pour courber dans la même Orbite la direction d'un Corps qui se meut avec plus de vitesse. Mais les quantités de Matiere contenue dans les Corps placés au Centre, sont proportionnelles à leurs Puissances Attractives à égales distances, & par conséquent la Matiere que renferme Jupiter doit excéder de beaucoup celle qui est contenue dans la Terre. Nous pouvons de même observer aisément que Mercure fait sa Révolution autour du Soleil, dans un tems plus que trois fois moindre que celui dans lequel la Lune tourne autour de la Terre; & cependant il se meut dans une Orbite environ 140 fois

plus grande, étant autant de fois plus éloigné du centre de son Mouvement; d'où il suit que si un Satellite faisoit sa Révolution autour de la Terre, à une distance de ce Globe aussi grande que celle de Mercure au Soleil, ce Satellite se mouvroit avec beaucoup moins de vitesse que Mercure; ensorte que la Puissance Attractive du Soleil, doit être fort supérieure à celle de la Terre, & par conséquent le Soleil doit contenir beaucoup plus de Matiere que la Terre. On trouve aussi que la Matiere que renferme Saturne surpasse celle qui est contenue dans la Terre. Il suit des calculs de notre Auteur, fondés sur ces Principes, que les quantités de Matiere contenue dans le Soleil, Jupiter, Saturne & la Terre, sont entre-elles comme les nombres 1, $\frac{1}{1067}$, $\frac{1}{3021}$, $\frac{1}{169282}$.

4. Les quantités de Matiere contenue dans ces Corps étant ainsi déterminées, & leur volume connu par les observations Astronomiques, il est aisé de calculer combien de Matiere chacun d'eux contient dans le même volume; ce qui donne la proportion de leurs densités. Ainsi notre Auteur trouve que les densités du Soleil, de Jupiter, de Saturne & de la Terre sont comme les nombres 100, $94\frac{1}{2}$, 67 & 400. De-là il paroît que la Terre est plus dense que Jupiter, & Jupiter plus dense que Saturne; c'est-à-dire, que les Planetes les plus proches du Soleil sont les plus denses, ce qui les met en état de recevoir de ce Globe une plus grande chaleur. Il résulte de nos recherches les plus subtiles dans la Nature, que tout est situé dans l'Univers de la maniere la plus avantageuse, & disposé avec une sagesse admirable. Si la Terre étoit transportée en bas dans l'orbe de Mercure, elle déviendroit inhabitable, notre Océan bouilliroit & seroit bien-tôt dissipé en vapeur. Si elle étoit élevée à l'Orbe de Saturne, l'Océan se géleroit à une si grande distance du Soleil, & le froid mettroit bien-tôt fin à la vie des Plantes &

des Animaux. Une variation beaucoup moins considérable dans la distance de la Terre au Soleil dépeupleroit la Zone Torride, si ce Globe venoit à s'approcher du Soleil; & il en arriveroit de même aux Zones temperées, s'il s'en éloignoit. Une moindre chaleur à la distance de Jupiter est proportionnée à la plus grande rareté de sa substance : les suites pourroient être aussi fatales en Jupiter, si on le faisoit descendre dans l'Orbe de la Terre, qu'il le seroit pour nous d'être abbaissés dans celui de Mercure. La rareté encore plus grande de Saturne est proportionnée à la distance plus considérable de son Orbe au Soleil; ensorte que quoiqu'il soit la derniere des Planetes, & reçoive 90 fois moins de lumiere & de chaleur du Soleil que nous, il peut néanmoins être dans la meilleure situation qu'il soit possible de lui assigner dans le Systême du Monde; & la situation de Jupiter & de toutes les Planetes inférieures peut paroître aussi terrible dans Saturne, que celle de Mercure respectivement à nous. Saturne termine les Révolutions Planétaires; & comme si la chaleur du Soleil devoit être trop foible dans les Orbes plus élevés, nous ne trouvons aucuns Corps qui fassent leurs Révolutions plus haut, mais nous en voyons qui descendent dans quelque partie de leur Orbite plus près de ce Centre de lumiere & de chaleur. Enfin nous sommes fondés à conclure que tous ces Corps sont disposés dans un tel ordre & dans de telles situations, que s'il venoit à y arriver quelque changement considérable, il en résulteroit de funestes effets. L'Hypothése de Descartes le conduisit à placer les Planetes les plus denses à une plus grande distance du Soleil; mais une Philosophie fondée sur l'Observation de la Nature correspond mieux aux causes finales des choses, & prouve en toutes occasions la sagesse de l'Auteur.

5. Comme les Astronomes n'ont point trouvé de Sa-

tellites qui fissent leurs Révolutions autour de Mercure, de Venus ou de Mars, nous n'avons pas l'avantage de pouvoir de même comparer leurs Puissances Attractives, & leurs quantités proportionnelles de Matiere. Mais il est très-probable, parce que nous avons dit de la Terre, de Jupiter & de Saturne, que les densités des autres Planetes correspondent à leurs distances du Soleil, & sont plus grandes dans les Planetes les plus proches. Notre Auteur a aussi calculé la proportion des Puissances Attractrices du Soleil, de Jupiter, de Saturne & de la Terre, à leurs Surfaces respectives, & il trouve qu'elles sont en raison de ces nombres 10000, 943, 529, 435, respectivement. D'où il paroît que la Force de la Gravité vers ces Corps très-inégaux entre-eux approche d'une façon surprenante de l'égalité à leurs Surfaces: de sorte que quoique Jupiter soit plusieurs centaines de fois plus grand que la Terre, la Force de la Gravité à sa Surface n'est gueres plus que double de ce qu'elle est à la Surface de la Terre; & la Force de la Gravité à la Surface de Saturne n'est qu'environ $\frac{1}{4}$ plus grande que celle des Corps terrestres.

6. Les Puissances les plus considérables qui agissent dans le Système de l'Univers étant ainsi déterminées; il est nécessaire avant que nous procédions à considérer leurs effets, de rechercher d'abord si elles agissent dans un vuide, ou s'il y a quelque milieu qui résiste aux Mouvemens qu'elles produisent. Nous trouvons que l'Air fait une résistance considérable au Mouvement des Projectiles près de la Terre; & s'il s'étendoit jusqu'aux Régions Planetaires, il affecteroit aussi très-considérablement leurs Mouvemens. Mais les expériences nous apprennent que la densité de l'Air est proportionnelle à la Force qui le comprime, & que cette Force n'est que le poids de l'Atmosphere, desorte que plus une portion d'Air est élevée, le poids qui la com-

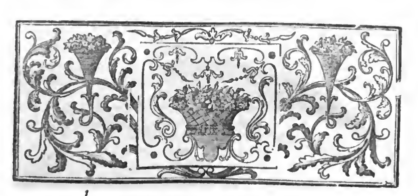
prime étant moindre, elle doit avoir moins de densité dans la même proportion: & de-là il suit que si nous faisons abstraction de la diminution de la Gravité, & que les hauteurs depuis la Surface de la Terre soient prises en Progression Arithmétique, les densités de l'Air à ces hauteurs diminueront en Progression Géométrique *. Puisqu'il suit donc de différentes Observations, faites en France & en Angleterre, que la densité de l'Air diminue de telle maniere qu'à la hauteur de sept milles perpendiculaires, elle est d'environ $\frac{1}{4}$ de la densité qu'elle a au niveau de la Mer, à 14 milles elle doit être $\frac{1}{16}$ de cette densité, à 21 milles $\frac{1}{64}$, à 28 milles $\frac{1}{256}$, à 35 milles $\frac{1}{1024}$, à 42 milles $\frac{1}{4096}$, à la hauteur de 49 milles $\frac{1}{16384}$ partie de cette même densité, & à la hauteur d'un demi-diamétre de la Terre, elle sera insensible. Il paroît par les Loix du Mouvement, & par plusieurs expériences exactes, que la résistance des Fluides, causée par l'inertie de leur Matiere, est proportionnelle à leur densité; & par conséquent, la résistance de l'Air, quoique sensible à la Surface de la Terre, seroit 16384 fois moindre à la hauteur de 49 milles, & ne pourroit être sensible dans le plus grand nombre de Siecles à la hauteur d'un demi-diamétre de la Terre; elle doit être encore moindre à la distance de la Lune, qui, par conséquent, ne rencontrant point de résistance, continue de faire sa Révolution dans son Orbite, sans aucune diminution de Mouvement.

Quant à un Milieu plus subtil que l'Air, les Expériences & les Observations ne nous apprennent pas qu'il y en ait aucun ni ici ni dans les Espaces célestes, qui puisse produire quelque résistance sensible.

* Voyez le Docteur Halley dans les Transf. Phil. N. 181. & *Schol. Prop. 42. Lib. II. Princip.*

Fin du troisiéme Livre.

DÉCOUVERTES



DÉCOUVERTES PHILOSOPHIQUES DE M. NEWTON.

LIVRE QUATRIEME.

Des effets de la Gravité générale déduits synthétiquement.

CHAPITRE PREMIER.

Du Centre du Systême Solaire.

1. MONSIEUR le Chevalier Newton ayant établi le Principe général de la Gravitation des petites parties de la Matiere, & déterminé les principales Puissances qui agissent dans le Systême de l'Univers, sçavoir celles qui tendent au Soleil à Jupiter, à Satur-

ne & à la Terre; & ayant trouvé que les mouvemens céleftes s'exécutoient dans des Efpaces libres, où la réfiftance eft infenfible, il s'eft mis alors en état de procéder par voie de Synthefe dans fon explication du Syftême du Monde, & de rechercher les differens effets produits par une Puiffance fi évidemment établie. Tout Principe général démontré dans la Nature eft une grande acquifition en Philofophie, particuliérement lorfque les variations de cette Puiffance, avec fa direction & fa force, font clairement déterminées; la fertilité de ce Principe fe manifefte par les folutions qu'on en déduit de tant de Phénomenes differens, comme nous allons le faire voir. M. le Chevalier Newton commence par rechercher le Centre du Syftême de l'Univers. Les Pythagoriciens attribuerent cette prérogative au Centre du Soleil, les Sectateurs d'Ariftote & de Ptolomée à la Terre. Mais M. Newton ayant trouvé que ces Corps gravitent l'un vers l'autre & vers tous ceux du Syftême du Monde, ils ne peuvent non plus qu'aucun de ces derniers être fuppofés fans mouvement

2. Le Centre de Gravité de tout le Syftême eft le feul Point qu'on puiffe y fuppofer en repos; le même Point autour duquel toute la Matiere de l'Univers feroit bientôt accumulée, fi les Mouvemens progreffifs des Corps étoient détruits, & que leur Gravité pût agir librement. Les actions mutuelles des Corps les uns fur les autres n'affectent jamais l'état de ce Centre leurs Attractions ou leurs répulfions réciproques ne produifent aucun effet fur lui; & il doit être en repos, ou s'avancer uniformément en Ligne droite. Tous les fentimens paroiffent réunis à regarder le Centre du Syftême du Monde comme en repos, & il n'y a point de raifon ni d'obfervation qui nous engagent à lui attribuer aucun Mouvement. Ce Centre général de Gravité eft donc le feul Point immobile, tandis que tous les Corps de l'Univers tournent autour de lui avec differens Mouvemens.

3. Comme nous connoissons la Gravité & les Loix de la Nature, parce qui se passe sur la Surface de la Terre, nous ne pouvons donner de meilleurs éclaircissemens sur les Mouvemens des Corps du Systême Solaire produits par leur Gravité mutuelle, que par quelques images que nous en trouvons sur la Terre, après avoir si pleinement démontré la similitude des Puissances qui agissent sur les parties de la Terre & sur les Corps célestes. Nous sçavons que lorsqu'un Corps est jetté en l'Air par une Puissance ou une Machine quelconque, cette Puissance réagit sur la Terre avec une Force égale, & que si elle étoit suffisante pour jetter une Montagne ou une partie beaucoup plus considérable de la Terre, elle agiroit sur le reste de ce Globe avec une force égale dans une direction opposée; de sorte que tandis que la partie projettée commenceroit à se mouvoir dans sa Courbe, le reste de la Terre commenceroit en même tems à se mouvoir dans une direction opposée avec une égale quantité de mouvement, mais avec une vitesse d'autant moindre que sa quantité de Matiere surpasseroit celle de la partie projettée; & ces deux portions de la Terre feroient leur Révolution dans de certaines Orbites autour du Centre commun de Gravité, qui persisteroit dans le même état qu'avant la projection. Si, par la résistance du milieu, les mouvemens de ces deux parties venoient à être détruits, elles se rejoindroient de nouveau & s'accumuleroient en une seule masse autour du même Centre. S'il y avoit un plus grand nombre de semblables parties de la Terre projettées, le Centre commun de Gravité ne seroit nullement affecté par ces projections, mais elles se mouvroient toutes autour de lui, de sorte que la somme des mouvemens d'un côté de ce centre seroit égale à la somme des mouvemens de l'autre côté: & même ce Principe a lieu dans ces petits mouvemens qui sont chaque jour produits sur la Terre par les Puissances qui y agissent.

4. Les mouvemens des grands Corps dans le Systême Solaire sont analogues à ceux dont nous venons de parler : les différentes parties de ce grand Systême gravitent les unes vers les autres de meme que celles de la Terre ; elles se meuvent de la même maniere autour de leur Centre commun de Gravité, que celles qui résulteroient d'une division supposée de la Terre se mouvroient autour de leur Centre commun de Gravité, si elles étoient projettées dans une direction quelconque ; ou comme la Terre & tous les Corps qui sont actuellement projettés chaque jour sur sa Surface tournent autour du Centre commun de Gravité de ce Globe & de ces Projectiles. Il y a seulement cette différence que les Corps du grand Systême ont été projettés à de grandes distances, & de telle maniere que les Planetes font leurs Révolutions dans des Orbites presque circulaires, ensorte qu'elles ne s'approchent ou ne s'éloignent gueres du Soleil dans leurs Révolutions. Le Créateur du Monde les auroit faites en vain de densités proportionnées à de certaines distances, s'il ne les eut pas projettées avec les forces nécessaires pour les maintenir à ces distances dans leurs Révolutions, ou ne les en laisser écarter que bien peu ; & comme la grandeur de la force imprimée sur ces vastes Corps, dont quelques-uns sont plusieurs fois plus grands que la Terre, fait voir la Puissance du premier Moteur ; ainsi la juste quantité de cette Force variée reguliérement aux différentes distances des Planetes, & sa direction déterminée de la maniere la plus avantageuse, manifestent la Science de ce Souverain Etre.

5. Nous pouvons supposer que toute la Matiere dont le systême de l'Univers est composé fut d'abord créé en une seule masse, où se trouve maintenant le Centre de Gravité de tout le Systême ; que de cette masse differens Corps furent formés, & separés les uns des autres à des distances convenables, où ils reçurent leurs

mouvemens Projectiles ; & que les Puissances qui les separerent & les mirent en mouvement, observerent la Loi de la Nature qui éxige une égalité entre l'action & la réaction, & qui actuellement a lieu dans les actions de toutes les Puissances : de cette maniere ces mouvemens auroient commencé & continueroient durant toute l'éternité, sans produire aucun mouvement dans le Centre de Gravité du Systême général.

6. Le mouvement des Corps dans leurs Orbites ayant ainsi commencé, on peut encore supposer que quelques-uns d'eux ayant été subdivisés de nouveau en differens autres Corps par des Puissances assujetties aux mêmes Loix, cette subdivision a donné naissance à des Systêmes d'un ordre inférieur tel que celui de la Terre & de la Lune, ceux de Jupiter & de Saturne avec leurs Satellites. Il n'y a aucun de ces Corps qui soit en repos dans son Systême particulier ; la Terre & la Lune se meuvent autour de leur Centre commun de Gravité, tandis qu'il est lui-même emporté d'un mouvement régulier autour du Centre de Gravité du grand Systême. Il en est de même de Jupiter & de Saturne & de leurs Satellites ; il est aussi certain par les Loix de la Nature, que les mouvemens qui dans chacun de ces Systêmes subalternes s'exécutent autour de ce Centre de Gravité, & le mouvement de ce même Point autour du Centre de Gravité du Systême général, ne s'entrecoupent pas les uns les autres. Un de ces Systêmes subalternes étant ainsi formé, l'un des Corps qui le compose pourroit être subdivisé en d'autres plus petits dont il résulteroit un Systême d'un ordre inférieur. Mais nous ne trouvons pas que la Nature porte cette subordination si loin, à moins que nous ne considérions le mouvement des Projectiles près des surfaces des Planetes secondaires, comme un exemple de ce genre.

7. Il reste maintenant à considérer où ce Point de repos du Centre commun de Gravité du Systême doit

ſe trouver ; & il ſuit évidemment de ce que nous avons déja vû qu'il ne peut pas être fort éloigné du Soleil, parce que la Matiere que renferme le Soleil excéde prodigieuſement celle qui eſt contenue dans toutes les Planetes priſes enſemble : de plus il paroît, parce que nous avons dit ci-deſſus du Centre de Gravité, qu'il eſt toujours plus près du plus grand Corps à proportion qu'il eſt plus grand. Jupiter eſt la plus conſidérable des Planetes & cependant il n'eſt que $\frac{1}{1067}$ du Soleil, enſorte que leur Centre de Gravité doit être 1067 fois plus près du Soleil que de Jupiter ; & comme la diſtance de de Jupiter au Soleil eſt un peu plus que 1067 demi-diamétres de ce dernier, il ſuit que le Centre de Gravité du Soleil & de Jupiter ne peut être fort au-deſſus de la ſurface du Soleil. Saturne eſt moindre que Jupiter en volume auſſi-bien qu'en denſité, & le Centre de Gravité du Soleil & de Saturne tombe dans le Corps du Soleil ; ainſi on voit évidemment que quand même même toutes les Planetes ſeroient d'un ſeul côté du Soleil & dans une même ligne, le Centre de Gravité de ce vaſte Corps & des Planetes pourroit à peine être éloigné de ſa Surface plus que de la longueur de ſon demi-diamétre : & c'eſt la plus grande diſtance à laquelle le Soleil puiſſe jamais ſe trouver du Centre de Gravité. Il paroît donc, que quoique le Soleil ſoit dans une agitation perpetuelle autour de ce Centre, cependant puiſqu'il en eſt toujours ſi près, il peut avec juſtice être conſidéré par les Aſtronomes comme le Centre du Syſtême Solaire. Ainſi quoique le Globe terreſtre reçoive une impreſſion de chaque Puiſſance qui met en mouvement, des Projectiles, & qu'il ſoit, pour parler exactement, un peu agité par ces Puiſſances, cependant nous le conſidérons comme en repos, negligeant des actions auſſi peu conſidérables auſſi-bien que leurs effets.

CHAPITRE II.

De la Maniere dont la Gravité produit quelques petites irregularités dans les Mouvemens des Planetes.

1. SI les Planetes n'étoient assujetties qu'à l'action d'une Puissance dirigée au Centre du Soleil, dont les variations suivissent la Loi générale de la Gravité, & que ce Centre fut en repos, leur mouvement autour de lui seroit parfaitement régulier; mais nous avons trouvé que chacune des Planetes étoit aussi assujettie à l'action d'une Puissance dirigée à tous les Corps en particulier du Systême du Monde. Pour juger des effets de ces actions, M. Newton suppose d'abord deux Corps gravitant également l'un vers l'autre, & faisant leur Révolution autour de leur Centre commun de Gravité: & puisque la direction de leur Gravitation mutuelle passe toujours de l'un à l'autre par leur Centre de Gravité, & que leurs distances à ce Centre varient dans la même proportion que la distance qui est entre-eux; il suit qu'ils doivent décrire des Aires égales en tems égaux & des Figures semblables autour de ce Centre & l'un autour de l'autre *. Ensorte qu'il ne résulte des Attractions mutuelles de ces deux Corps aucunes irrégularités dans leurs mouvemens l'un autour de l'autre, quelle que soit supposée la Loi de leur Gravité: seulement ils finiront leurs Révolutions autour du Centre de Gravité en moins de tems que si l'un eut fait sa Révolution autour de l'autre en repos, à la même distance, & avec la mê-

* *Princip. Lib. I. Prop. 58.*

me Force Centripete ; parce que l'Orbite décrite autour du Centre de Gravité étant moindre que celle qui seroit décrite par l'un d'eux autour de l'autre en repos (leur distance mutuelle restant la même dans les deux cas) & étant aussi semblable à cette derniere, elle doit être décrite dans un tems moindre.

2. Si trois ou un plus grand nombre quelconque de Corps s'attirent mutuellement les uns les autres, la Gravitation de chacun d'eux, produite par les actions de tous les autres, peut être déterminée par la Regle de la composition du Mouvement; & si la Loi de la Gravité est la même que celle que nous trouvons avoir lieu dans le Systême Solaire, sa Gravitation ne sera pas toujours dirigée au Centre de Gravité des autres Corps, ni même à aucun point fixe, mais quelquefois à un côté de ce Centre & quelquefois à l'autre; & par conséquent des Aires égales ne seront pas décrites en tems égaux autour d'aucun point dans ce Systême, ensorte qu'il en résultera nécessairement différentes irrégularités dans les mouvemens des Corps. Mais si nous supposons l'un de ces Corps beaucoup plus grand que les autres, ensorte que les actions de ces derniers puissent être négligées si on les compare avec la sienne, & que le centre commun de Gravité se trouve toujours près de lui; alors les irrégularités dans les mouvemens de ce Systême seront très-peu considérables. Les Aires décrites en tems égaux autour du Centre de ce grand Corps seront à peu près égales, & les Orbites presque Elliptiques ayant ce Centre à leur Foyer. On voit évidemment que c'est là le cas du Soleil & des Planetes, par ce que nous avons démontré sur leurs quantités de Matiere; & ainsi nous voyons que non-seulement les mouvemens réguliers des Planetes doivent être déduits du Principe de la Gravité, mais aussi que leurs moindres irrégularités sont aussi expliquées par ce Principe. Le cas est le même pour Jupiter & Saturne & leurs Satellites. Quant à la

Terre

Terre & à la Lune, quoiqu'il y ait une moindre disproportion dans leurs grandeurs, & que leur Centre commun de Gravité soit sensiblement éloigné de la Terre, cependant comme il n'y a que deux Corps dans ce Systême, il ne résulte aucunes irrégularités de leurs actions mutuelles dans leurs mouvemens autour de leur Centre commun de Gravité, ou bien elles sont faciles à déterminer lorsque la position de leur Centre de Gravité est connue. Ces Systêmes particuliers de la Terre, de Jupiter & de Saturne, sont emportés autour du Centre de Gravité du Systême Solaire général, sans être absolument dérangés ou troublés par l'action du Soleil & des Planetes, qui est égale sur toutes leurs parties & dans la même direction. Lorsqu'une Flotte est emportée par un Courant qui affecte également tous les Vaisseaux, leurs mouvemens respectifs n'en sont pas alterés, & même ceux qui montent ces Vaisseaux ne s'apperçevroient pas du mouvement produit par le Courant, s'ils n'avoient devant les yeux des Corps qui ne sont pas assujettis à ce mouvement progressif. De même si la Gravité vers le Soleil agissoit également, & dans la même direction, sur les parties de ces Systêmes d'un ordre inférieur, elle n'auroit aucun effet sur leurs mouvemens particuliers, & ne pourroit être découverte qu'en les comparant avec les Etoiles fixes, ou avec quelque Corps étranger à ce Systême subalterne, & sur qui le Soleil agit d'une maniere différente; mais comme il y a quelque variation dans les actions du Soleil sur les parties de ces Systêmes, & dans les directions de ces mêmes actions, il en résulte nécessairement quelques irrégularités.

3. Quoique les actions du Soleil & des Planetes inférieures combinées ensemble, ne produisent pas toujours dans une Planete supérieure une Gravitation dirigée exactement vers leur Centre de Gravité; cependant comme elle est dirigée plus près de ce Point

que de tout autre, on trouvera les Mouvemens d'une Planete supérieure plus réguliers, en supposant que ce Point soit le Centre de son Attraction plûtôt qu'aucun autre, & l'Ellipse qu'elle décrira sera exacte en y plaçant son foyer inférieur. Une Planete plus élevée que celle-là aura par son Attraction quelque effet sur le mouvement qui se fait dans cette Ellipse; mais comme elle agit aussi sur les Planetes inférieures en même-tems, il ne résultera aucune irrégularité de cette partie de son action qui est égale & dans la même direction sur toutes les Planetes, mais seulement des différences de ses actions; lesquelles étant extrêmement petites, & ayant des effets contraires dans les situations opposées de cette Planete plus élevée, peuvent à peine produire des effets sensibles en plusieurs Révolutions.

4. L'action de Jupiter sur Saturne, lorsqu'elle est la plus grande (c'est-à-dire dans leur conjonction leur distance étant la moindre) se trouve $\frac{1}{204}$ de l'action du Soleil sur Saturne, en comparant la Matiere de Jupiter avec la Matiere contenue dans le Soleil, & le Quarré de la distance du Soleil à Saturne avec le Quarré de la distance de Jupiter à Saturne. L'effet de cette action n'est pas tout-à-fait insensible; & on trouvera que l'Orbe Elliptique de Saturne sera plus exact, si on ne suppose pas son foyer au Centre du Soleil, mais au Centre de Gravité du Soleil & de Jupiter, ou plutôt au Centre de Gravité du Soleil & de toutes les Planetes inférieures à Saturne. De la même maniere l'Orbe Elliptique de toute autre Planete se trouvera plus exact, en supposant que son Foyer soit au Centre de Gravité du Soleil & de toutes les Planetes qui sont au-dessous d'elle.

5. Toute l'action de Jupiter trouble le Mouvement de Saturne dans leur conjonction, parce que Jupiter agit dans ce tems-là sur Saturne & sur le Soleil avec des directions opposées. Mais parce que Saturne agit

alors dans la même direction sur Jupiter & sur le Soleil, s'il agissoit aussi avec la même Force sur l'un & sur l'autre, il n'auroit aucun effet sur le mouvement de Jupiter autour du Soleil; car ce n'est qu'autant que son action sur cette Planete excéde de celle qu'il exerce sur le Soleil qu'il trouble le mouvement de Jupiter. On trouve que cet excès est $\frac{1}{1923}$ de l'action du Soleil sur Jupiter, & par conséquent il est beaucoup moindre que la Force avec laquelle Jupiter trouble le mouvement de Saturne. Les actions des autres Planetes les unes sur les autres sont incomparablement moindres que celles-là, & les irrégularités produites par ces actions sont toujours moins considérables dans toute Planete, à mesure qu'elle est plus près du Soleil. Seulement l'Orbite de la Terre peut paroître un peu plus irréguliere que celle des Planetes voisines, parce qu'elle fait sa Révolution autour du Centre de Gravité de son Systême particulier, tandis que ce Centre est emporté annuellement autour du Soleil.

6. Si les Planetes étoient attirées par le Soleil & les unes par les autres mais que le Soleil ne fût pas réciproquement attiré par elles, le Centre de Gravité du Systême général seroit nécessairement en mouvement par le défaut de cette réaction; & ce seroit une nouvelle source d'erreurs & d'irrégularités. Si les Planetes du premier ordre n'étoient pas attirées par leurs Satellites, aussi-bien que les Satellites par leurs Planetes principales, il en résulteroit nécessairement d'autres irrégularités. Si les grandes Planetes, Jupiter & Saturne, se fussent mues dans des Spheres plus basses, leurs influences auroient eu beaucoup plus d'effet pour troubler les Mouvemens Planétaires. Mais comme elles font leurs Révolutions à de si grandes distances des autres Corps célestes, elles agissent presque également sur le Soleil & sur les Planetes inférieures, & n'ont que très-peu d'effet sur leurs mouvemens autour du

Soleil; & en même-tems les mouvemens de leurs Satellites font moins troublés par l'action du Soleil. La Terre & la Lune fe meuvent dans une Sphere plus baffe, mais leurs mouvemens font les moins irréguliers parce qu'il n'y a que deux Corps dans leur Syftême. Nous ferons voir dans la fuite que les Cometes reftent pendant très-peu de tems parmi les Spheres Planetaires, & que dans la plus grande partie de leurs Révolutions elles font emportées à des diftances fi immenfes que leurs actions ne peuvent prefque pas avoir d'effet fur les mouvemens des Planetes. C'eft ainfi que la Loi de la Gravité, la maniere dont elle agit, & la difpofition des Corps dans le Syftême de l'Univers, concourent à conferver leurs mouvemens avec une grande régularité; mais on le démontrera encore plus particulierement dans le Chapitre fuivant.



CHAPITRE III.

Comment il arrive que les Planetes s'approchent & s'éloignent du Soleil à chaque Révolution.

1. JUsqu'ici nous avons considéré les Puissances qui agissent dans le Systême du Soleil, & nous avons trouvé que celles qui produisent les mouvemens réguliers des Planetes sont bien supérieures à celles qui les troublent. Nous devons maintenant examiner comment leurs mouvemens dans les Orbites qu'elles parcourent résultent de l'action de ces Puissances; & pourquoi la Planete est obligée de monter & de descendre alternativement, en même-tems qu'elle fait sa Révolution autour du Centre vers lequel elle gravite. Cela demande un éclaircissement avec d'autant plus de raison, que nous n'avons rien de semblable dans le mouvement des Corps pesans à la Surface de la Terre; car ils sont toujours obligés de retomber sur ce Globe par leur Gravité: en quelque direction qu'ils soient projettés, en haut, perpendiculairement, ou obliquement, bien-tôt leur Gravité les ramene de nouveau vers la Terre. C'est ce qui fait que beaucoup de personnes ont peine à concevoir comment une Planete après s'être approchée du Soleil, peut s'en éloigner de nouveau, sur tout puisque sa Gravité est augmentée à proportion que sa distance diminue. On s'imagine qu'elle doit continuer de s'approcher du Soleil, & à la fin tomber sur ce Globe, comme les Corps pesans tombent sur la Terre.

2. Mais nous devons nous rappeller que la Force

avec laquelle les Corps pesans sont projettés, par les Machines les plus puissantes que nous ayons, n'est presque rien, comparée avec les mouvemens que leur Gravité pourroit leur donner en peu de minutes, & qu'ils parcourent de si petits Espaces, lorsqu'on les compare avec leur distance du Centre de la Terre, que leur Gravité est considérée comme agissant en Lignes paralleles, sans aucune erreur sensible, en sorte que la Force Centrifuge produite par la Rotation autour de ce Centre est entierement négligée. Mais lorsque nous examinons le Mouvement d'un Projectile dans des Espaces plus considérables, & que nous le suivons dans son Orbite, nous devons considérer l'action de la Gravité comme dirigée au Centre, & avoir égard à la Force Centrifuge résultante de son mouvement de Rotation autour de ce même Centre; & on verra qu'il y a réellement quelques Loix de Gravité qui feroient continuellement approcher les Corps du Centre, jusqu'à ce qu'ils y tombent, mais qu'il y en a d'autres qui les font approcher de ce Centre, & leur permettent de s'en éloigner alternativement. Nous allons maintenant considérer comment on peut distinguer ces Loix.

En premier lieu, on comprendra aisément que si S (*Fig.* 63.) est le Centre d'Attraction, & qu'un Corps soit projetté avec une certaine Force dans la Ligne AE, perpendiculaire à AS, il décrira le Cercle AL*a* d'un mouvement égal, & après une Révolution complette il retournera à sa premiere place A, avec son mouvement primitif. La même Gravité qui agissoit sur lui en A, & l'emportoit au-dessous de la Tangente AE, agit sur lui à un autre Point quelconque L, à une distance égale du Centre S, & l'écarte autant de la Tangente dans le même-tems. La Force Centrifuge, résultante de sa Rotation, étant égale à sa Gravité, l'une ne l'emporte pas sur l'autre, & le Corps par conséquent ne s'approche ni ne s'éloigne du Centre. Si on suppose

que le mouvement de Projection en A soit augmenté, la Gravité nécessaire pour maintenir le Corps dans le même Cercle doit être aussi augmentée; ensorte que si la vitesse de la Projection est double, la Gravité requise pour retenir le Corps dans le même Cercle doit être quadruple; parce que AK étant double de AL, le point K s'écarte quatre fois plus de la Tangente que le Point L, comme nous l'avons démontré ci-dessus. En général la Gravité nécessaire pour retenir le Corps dans le même Cercle est en raison doublée du mouvement de Projection, & la vitesse, par conséquent, en raison soudoublée de la Gravité; ensorte que lorsque les Gravités sont comme 1 à 4, les vitesses sont comme 1 à 2.

3. Si le Corps est projetté à une moindre distance du Centre d'attraction, comme en D, avec la même vitesse, la Gravité nécessaire pour le retenir dans un Cercle, doit être plus grande; parce que la Courbure étant plus grande, l'extrémité P de l'Arc DP, égal à AL, s'écarte davantage de la Tangente en D, que L ne s'écarte de la Tangente en A, à proportion que l'Arc DP est plus Courbe, c'est-à-dire à proportion que la distance SD est moindre que SA. Si la vitesse de Projection est augmentée en D, ensorte que le Corps décrive un plus grand Arc DQ dans le même tems, alors la Force de la Gravité, nécessaire pour retenir le Corps dans un Cercle, doit être augmentée en raison doublée; parce que QT est à PR en raison doublée de DQ à DP. Si la vitesse en D, par exemple, est plus grande que celle en A, à proportion que SA est plus grande que SD, alors QT sera à PR comme le quarré de SA est au quarré de SD, & QT sera à LM comme le Cube de SA est au Cube de SD; c'est-à-dire, la Force requise pour retenir les Corps dans des Cercles doit-être réciproquement comme les Cubes des demi-diamétres, lorsque les vitesses dans ces Cercles sont en raison in-

verse de ces demi-diamétres eux-mêmes; & réciproquement si les Gravités augmentent comme les Cubes des distances au Centre diminuent, les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles, à differentes distances du Centre d'Attraction, doivent augmenter à proportion que les distances diminuent.

4. En général, comme les Gravités des Corps qui décrivent des Cercles autour du même Centre augmentent en raison de l'accroissement des Quarrés des vitesses & de la diminution des distances; il suit réciproquement, qu'afin de comparer les vitesses de Projection qui sont nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles à ces differentes distances, nous devons composer ensemble la Proportion de ces Gravités & celle de ces distances; car cette raison composée donnera celle des Quarrés des vitesses requises. Ainsi dans le Systême Solaire, si les distances de deux Planetes sont comme 1 à 4, les Gravités étant comme 16 à 1, ces Proportions composées donnent celle de 16 à 4, ou de 4 à 1, qui est celle des Quarrés des vitesses, & par conséquent les vitesses elles mêmes sont comme 2 à 1. De la même maniere nous pouvons déterminer la Loi suivant laquelle les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour de S, varient à des distances quelconques, dans toute Loi de Gravité donnée.

5. Si un Corps est projetté en A, (*Fig.* 64.) avec une vitesse moindre que celle qui est nécessaire pour l'y emporter dans un Cercle, il doit tomber au dedans du Cercle; la Force Centrifuge, produite par le Mouvement de Rotation autour de S, est moindre que celle qu'il auroit dans le Cercle AL, à proportion que le Quarré de sa vitesse est moindre, & par conséquent elle est inférieure à sa Gravité dans la même Proportion : le Corps donc par l'excès de sa Gravité sur sa Force Centrifuge

trifuge, eſt obligé de s'approcher du Centre. Le mouvement de ce Corps, tandis qu'il deſcend dans l'Orbite AMB, doit être accéléré, enſorte qu'il décrive des Aires égales en tems égaux autour de S, & la viteſſe de ſon mouvement en M doit être plus grande que ſa viteſſe en A, à proportion que SA eſt plus grande que SP, perpendiculaire tirée de S ſur la Tangente à ſon Orbite en M; parce que ſi les Arcs AK, MN, ſont décrits dans le même tems, les Eſpaces triangulaires ASK, MSN étant égaux, les Baſes AK, MN, doivent être réciproquement comme leurs hauteurs SA, SP, & les viteſſes ſeront comme les Arcs AK, MN, décrits dans le même-tems, & par conſéquent réciproquement comme SA, SP. La viteſſe, donc, dans l'Orbite de A en M, augmente en plus grande proportion que les diſtances SA, SM ne diminuent, parce que SA eſt à SP, en plus grande raiſon que SA eſt à SM: ſeulement ſi la direction du Corps devient toujours de nouveau perpendiculaire au Rayon tiré de S à un point quelconque, comme B, alors SM & SP ſe confondront en ce Point, & la proportion des viteſſes ſera la même, que la raiſon réciproque des diſtances SA, SB.

6. Si un Corps eſt projetté en B dans une direction perpendiculaire à SB, avec une viteſſe plus grande que celle qui eſt néceſſaire pour l'emporter dans le Cercle BGH autour du Centre d'Attraction, à la diſtance SB, il doit être emporté hors de ce Cercle, & s'éloigner du Centre S. La Force Centrifuge, dans ce cas, qui réſulte de ſon mouvement de Rotation, eſt plus grande que celle qui ſeroit produite par ſon mouvement dans le Cercle BGH, & par conſéquent elle eſt ſupérieure à ſa Gravité; donc par cet excès de ſa Force Centrifuge, le Corps s'éloignera du Point S, Centre d'Attraction. Le mouvement d'un Corps diminue à meſure qu'il s'éleve, étant retardé par l'action de ſa

Gravité, enſorte que la viteſſe eſt toûjours moindre que celle qu'il avoit en B, à proportion que SB eſt moindre que *Sp*, perpendiculaire abbaiſſée de S ſur la direction de ſon mouvement.

7. Une Planete deſcend du Point A, qui eſt appellé ſon *Apſide* ſupérieure, en B qui eſt ſon *Apſide* inférieure, & remonte de nouveau de B en A. Elle deſcend de A, en s'approchant du Centre d'Attraction, parce que ſa viteſſe en A eſt moindre que celle qui ſeroit capable de l'emporter dans un Cercle autour de S, à la diſtance SA. Comme en deſcendant elle ſe trouve à de moindres diſtances du Point S, ſa viteſſe dans ſon Orbite augmente en plus grande raiſon que ne croiſſent les viteſſes qui ſeroient ſuffiſantes pour emporter des Corps dans des Cercles à ces diſtances: car la viteſſe dans l'Orbite en B, eſt plus grande que celle en A, à proportion que SA eſt plus grande que SB; au lieu que la viteſſe dans un Cercle en B eſt plus grande que la viteſſe dans un Cercle en A à proportion que $\sqrt{SA}$ eſt plus grande que $\sqrt{SB}$. Si SA étoit à SB, comme 4 à 1, la premiere proportion ſeroit celle de 4 à 1, mais la ſeconde ne ſeroit que celle de 2 à 1. De-là il paroît combien la viteſſe dans l'Orbite en B, excéde celle dans un Cercle à la même diſtance, quoique la viteſſe dans l'Orbite en A, fût inférieure à celle qui étoit capable d'emporter la Planete dans un Cercle à la diſtance SA. Dans la partie ſupérieure de l'Orbite, la viteſſe du Corps eſt moindre que celle qui l'y emporteroit dans un Cercle autour de S; mais la viteſſe dans l'Orbite augmente en plus grande raiſon, à meſure que le Corps approche du Centre d'Attraction, que les viteſſes requiſes pour emporter les Corps dans des Cercles, & ainſi elle devient la plus conſiderable des deux dans la partie inférieure de l'Orbite. Elles l'emportent alternativement l'une ſur l'autre, dans les deux Apſides: la viteſſe dans le Cercle à l'Apſide ſupérieure, &

la vitesse dans l'Orbite à l'Apside inférieure. Après que le Corps est emporté en B par sa vitesse qui excéde celle dans un Cercle, cette derniere prévaut ensuite, parce qu'elle ne diminue pas si rapidemment que la vitesse dans l'Orbite, & le Corps est obligé de se mouvoir en montant dans une demi-Ellipse égale & située semblablement à celle qu'il a décrite dans sa descente.

8. La Gravité véritablement est plus grande en B que la Gravité en A, à proportion que le Quarré de la distance est moindre. Mais la Force Centrifuge, produite par le mouvement Circulaire autour de S, augmente en plus grande proportion, sçavoir, comme les Cubes des distances diminuent; car ces Forces Centrifuges sont en raison directe des Quarrés des vitesses, & en raison inverse des distances, composées ensemble: la premiere de ces Proportions est la raison inverse des Quarrés des distances, & les deux ensemble composent l'inverse des Cubes des distances. Les Forces Centrifuges, donc, augmentent plus promptement que les Gravités; & quoique les Gravités prévalent dans la partie supérieure de l'Orbite, les Forces Centrifuges l'emportent à leur tour dans la partie inférieure. La Gravité prévalant dans l'Apside supérieure fait approcher le Corps du Point S, la Force Centrifuge l'emportant sur elle dans l'Apside inférieure fait éloigner le Corps du même point S; & par leurs actions, il fait continuellement sa Révolution de l'une à l'autre de ses Apsidès.

9. Il est aisé de voir, parce que nous avons dit, que le Corps peut descendre de l'Apside supérieure à l'inférieure, & remonter de nouveau de celle-ci à la supérieure, lorsque les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour du Centre d'Attraction augmentent, en approchant de ce Centre, dans une moindre proportion que n'augmente la vitesse d'un

Corps qui se meut dans une Orbite AMB. Car quoique la vitesse dans un Cercle aux plus grandes distances excéde la vitesse dans l'Orbite, cette derniere, en augmentant plus promptement à mesure que la distance diminue, devient supérieure à l'autre dans la partie inférieure de l'Orbite, & emporte le Corps de nouveau. Mais si les vitesses par lesquelles des Cercles peuvent être décrits autour du Centre d'Attraction, augmentent, en approchant de ce Centre, en plus grande proportion ou dans la même raison que la vitesse dans l'Orbite, alors cette derniere ayant été supposée en A moindre que la premiere, elle doit toujours rester de même, & ne devenir jamais supérieure, en sorte qu'elle soit en état d'emporter le Corps; & par conséquent dans tous ces cas, il ne peut jamais s'éloigner du Centre après qu'il a une fois commencé de s'en approcher, mais il doit descendre à des distances moindres de plus en plus, jusqu'à ce qu'il tombe tout-à-fait au Centre. Il s'approche en A, parce que sa vitesse est moindre que celle qui est nécessaire pour l'emporter à ce Point dans un Cercle, sa vitesse augmente à la vérité, à mesure qu'il descend à de moindres distances, mais les vitesses qui emporteroient les Corps dans des Cercles à ces distances autour de S, augmentant dans une aussi grande proportion, la vitesse dans l'Orbite doit toujours continuer d'être moindre que dans ces Cercles, & le Corps doit s'approcher continuellement du Centre.

10. Pour fixer les limites de ces deux cas, nous devons considérer que les vitesses dans une Orbite en A & en B, sont en raison inverse des distances de ces Points au Centre de Gravitation; & que si la Gravité augmente comme les Cubes des distances diminuent, les vitesses nécessaires pour décrire les Cercles en A & en B sont dans la même raison inverse des distances de A & de B au Point S. Dans ce cas, donc, les vitesses dans les Cercles, & dans l'Orbite en A & en B, varient dans

la même proportion, & la même qui est supérieure à une distance doit l'être aussi à l'autre; ensorte que, par la même raison que le Corps étant en A s'approchoit du Point S, il s'en approcheroit étant situé en B, & s'il s'en éloignoit à ce Point B, il devroit s'en éloigner au Point A; c'est-à-dire, s'il commence une fois à s'approcher de S, il doit toujours continuer de le faire, & si au contraire il commence une fois à s'en éloigner, il doit sans cesse persister dans ce mouvement. Cela suit aussi de ce que nous avons dit de la Force Centrifuge, qui, dans la même Orbite, augmente comme le Cube de la distance diminue, & par conséquent dans la même proportion dans laquelle la Gravité est supposée augmenter dans ce cas; ensorte que de ces deux Puissances, celle qui est toujours supposée supérieure dans une Apside quelconque, le sera de même dans toute autre Apside, si on en pouvoit assigner; & le Corps s'approchera ou s'éloignera continuellement du Centre.

11. Si la Gravité augmente dans une plus grande proportion que ne diminuent les Cubes des distances au Centre d'Attraction, alors les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour de ce Centre augmenteront, en approchant de lui, en plus grande raison que les distances ne diminuent; c'est-à-dire, dans une plus grande proportion que n'augmente la vitesse dans une Orbite de A en B; ensorte que comme la vitesse dans un Cercle excédoit la vitesse dans l'Orbite à ce même Point, elle doit l'excéder beaucoup plus en B; & par conséquent le Corps assujetti à l'action d'une Gravité, qui varie de cette maniere, doit approcher du Centre jusqu'à ce qu'il y tombe, si une fois il commence à s'en approcher en A; & s'il commence une fois à s'en éloigner, il doit le faire continuellement. Plus grand est l'exposant de la Puissance de la distance à laquelle la Gravité est

réciproquement proportionnelle, moins le Corps employera de Révolutions pour descendre au Centre, dans de pareilles circonstances. Si la Gravité est réciproquement proportionnelle aux Cubes des distances, le Corps descendra après un nombre infini de Révolutions. Si la Gravité augmente comme la quatriéme Puissance de la distance diminue, & si le Corps est projetté en A avec une vitesse moindre que celle qui l'emporteroit dans un Cercle autour de S à proportion que $\sqrt{2}$ est moindre que $\sqrt{3}$, le Corps décrira une certaine Epicycloïde autour de S, & tombera à ce Centre après la moitié d'une Révolution. Si la Gravité augmente comme la cinquiéme Puissance de la distance diminue, & que la vitesse de Projection soit à celle qui l'emporteroit dans un Cercle autour du Centre S, comme 1 à $\sqrt{2}$, il descendra dans un demi-Cercle, décrit sur le Diametre SA, & tombera au Centre dans le quart d'une Révolution. Si la Gravité augmente comme la septiéme Puissance de la distance diminue, & que ces vitesses soient comme 1 à $\sqrt{3}$, il tombera au Centre dans $\frac{1}{6}$ d'une Révolution. En général si la Gravité augmente comme la Puissance $n+3$ de la distance diminue, & que la vitesse de Projection en A soit à la vitesse qui, à ce Point, emporteroit le Corps dans un Cercle autour de S, comme 1 à $\sqrt{1+\frac{n}{2}}$, il tombera au Centre à la $\frac{1}{2n}$ partie d'une Révolution. Si la Gravité augmente comme la $3\frac{1}{100}$ Puissance de la distance diminue, & que les vitesses soient comme 1 à $\sqrt{1+\frac{1}{200}}$, le Corps doit tomber au Centre après 50 Révolutions. Nous ne prétendons pas démontrer ici ces propositions, car nous ne les avons rapportées que pour éclaircir cette Théorie (*a*).

(*a*) Voyez Traité des Fluxions. Art. 437.

12. Si la Gravité augmente dans une moindre proportion que ne diminuent les Cubes des distances, les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour du Centre S, augmenteront, en approchant de ce Point, dans une moindre proportion que la simple raison dans laquelle les distances diminuent, & par conséquent, en une moindre proportion que la vitesse dans l'Orbite de A en B; ensorte que quoique la premiere soit supérieure dans les plus grandes distances, la derniere peut l'être à son tour aux moindres distances, & par conséquent le Corps peut descendre de l'Apside supérieure à l'inférieure, & remonter de celle-ci à la supérieure alternativement. La Gravité peut l'emporter sur la Force Centrifuge dans les parties les plus élevées de l'Orbite; mais, augmentant plus lentement en descendant aux moindres distances que la Force Centrifuge, elle en est surmontée dans les Parties inférieures de l'Orbite, & le Corps est obligé de s'éloigner de nouveau à sa premiere distance. Si la Gravité augmente comme les Cubes des distances diminuent, le Corps n'arrivera jamais à l'Apside inférieure B. Si la Gravité augmente comme les Quarrés des distances diminuent, le Corps descendra dans une demi-Ellipse de l'Apside supérieure à l'inférieure, dans la moitié d'une Révolution.

13. Si la Gravité augmente en raison réciproque de quelque Puissance de la distance entre le Quarré & le Cube, le Corps employera plus de la moitié d'une Révolution à descendre de l'Apside supérieure à l'inférieure, & cela d'autant plus que l'augmentation la Gravité approchera de la raison réciproque des Cubes des distances; car la vitesse dans l'Orbite trouvera plus de difficulté à l'emporter sur le mouvement qui feroit mouvoir le Corps dans un Cercle ou la Force Centrifuge trouvera plus de difficulté à se rendre supérieure à la Gravité; mais si la Gravité

augmente à proportion que quelque Puissance de la distance moindre que le Quarré diminue, les vitesses dans les Cercles augmentant moins en approchant du Centre, la vitesse dans l'Orbite l'emportera plus aisément, & la Force Centrifuge excedera plutôt la Gravité; & par conséquent, le Corps descendra à l'Apside inférieure en moins d'une demie Révolution, & retournera à l'Apside supérieure en moins d'une Révolution complete. D'où il paroît que comme les Apsides sont fixes dans le cours régulier de la Gravité, c'est-à-dire, tandis qu'elle augmente comme les Quarrés des distances diminuent, elles doivent être emportées en avant dans la direction du mouvement du Corps, lorsque la Gravité varie dans une plus grande proportion que celle-là, & doivent être emportées en arriere avec un mouvement contraire, lorsque la Gravité varie moins qu'en cette raison. Comme un changement de la proportion des Quarrés à celle des Cubes donne un mouvement infini aux Apsides, ensorte que le Corps n'arrive jamais de nouveau à aucune d'elles; un très-petit changement dans le cours de la Gravité produira un mouvement sensible dans les Apsides, & le moindre changement du cours régulier de la Gravité doit devenir très-sensible dans un grand nombre de Révolutions, par le mouvement des Apsides. D'où nous apprenons que puisque les Apsides des Planetes ont un si petit mouvement que quelques Astronomes le négligent entiérement, & doutent si en effet elles ont quelque mouvement réel, nous pouvons conclure que leur Gravité doit observer très-exactement, dans ses variations, la Loi des Quarrés des distances.

14 M. Newton, pour réduire au calcul le mouvement des Apsides résultant de la variation du cours régulier de la Gravité, suppose avec les Astronomes que le Corps se meut dans une Ellipse emportée en même tems d'un mouvemement régulier autour de S, qui

dans

dans une Révolution entiere donne le Mouvement des Apsides. Dans une Ellipse en repos (*Fig. 65.*) la Courbure en A & en B étant la même, on a trouvé ci-dessus que les Forces Centripetes y suivoient la proportion inverse des Quarrés des distances SA & SB. Supposons que le Corps se meuve dans l'Ellipse *alb*, tandis que cette Ellipse elle-même est emportée autour de S avec un Mouvement régulier, ensorte que S*l* dans l'Orbite mobile étant égale à SL dans l'Orbite fixe, l'Angle AS*l* soit à ASL en une proportion constante & invariable: supposons que ce soit celle de G à F; alors les augmentations de ces Angles, tandis que SL & S*l* diminuent également, observeront la même proportion constante, & les mouvemens angulaires autour de S de deux Corps *l* & L, qui font leurs Révolutions en même tems dans ces Orbites, seront dans la même proportion, comme aussi les Aires décrites par des Rayons tirés de ces Corps au Point S : ensorte que si les Corps sont projettés ensemble en A avec des vitesses dans la même proportion, & assujettis à l'action des Forces Centripetes nécessaires, ils se mouvront dans ces Orbites, s'approcheront également de S & arriveront en *l* & L en même tems. Le mouvement par lequel ils s'approchent du Centre étant le même à distances égales de ce Point, & ce mouvement étant causé par l'excès de leurs Gravités sur les Forces Centrifuges résultantes de leurs mouvemens circulaires autour de S, la Gravité excédera la Force Centrifuge dans une Orbite de la même quantité que dans l'autre, & par conséquent la différence des Forces Centrifuges doit être la même que celle de leurs Gravités : ensorte que pour trouver la Gravité dans l'Orbite mobile, nous devons ajoûter à la Gravité dans l'Orbite fixe, à la même distance, l'excès de la Force Centrifuge dans l'Orbite mobile sur la Force Centrifuge dans l'Orbite fixe à la même distance. Ces Forces Centrifuges sont entre-

elles en raison donnée, sçavoir, celle des Quarrés des mouvemens angulaires, ou en raison de G^2 à F^2, & leur différence doit être dans une proportion donnée à l'une ou à l'autre. Les mêmes Forces Centrifuges, à différentes distances, sont réciproquement comme les Cubes des distances, ainsi que nous l'avons fait voir ci-dessus, & leurs différences doivent varier dans la même proportion : ensorte que la différence des Gravités dans l'Ellipse mobile & immobile, doit varier en raison réciproque des Cubes des distances.

15. Si l'Ellipse est emportée autour de S d'un mouvement progressif, c'est-à-dire dans la direction du mouvement du Corps, le mouvement angulaire du Corps dans l'Orbite mobile est plus grand que dans l'Orbite fixe, & la Force Centrifuge & par conséquent la Gravité est plus grande; mais si l'Ellipse est emportée autour de S d'un mouvement rétrograde, le mouvement angulaire dans l'Orbite fixe, & par conséquent la Gravité est moindre. Dans le premier cas, la différence des Forces Centrifuges doit être ajoutée à la Gravité dans l'Orbite fixe, pour trouver la Gravité dans l'Orbite mobile à la même distance de S. Dans le dernier, cas la différence des Forces Centrifuges doit être soustraite de la Gravité dans l'Orbite fixe, pour trouver la Gravité dans l'Orbite mobile à la même distance de S.

16. La Force dans l'Ellipse fixe augmente comme le Quarré de la distance diminue ; ajoutez-y une Force qui augmente comme le Cube de la distance diminue, & la somme augmentera en plus grande proportion que celles des Quarrés des distances, mais jamais en si grande raison que leurs Cubes. Un Corps donc qui se meut dans une Ellipse qui a elle-même un mouvement progressif autour de S, doit éprouver l'action d'une Force qui varie suivant quelque Puissance de la distance plus élevée que le Quarré mais moindre que le Cube. Plus ce Mouvement de l'Ellipse est grand, plus

grand eſt l'excès de la Force Centrifuge dans l'Ellipſe mobile ſur celle dans l'Ellipſe fixe à la même diſtance de S; & plus grande eſt la quantité qui varie comme le Cube de la diſtance dans la Force compoſée reſpectivement à celle qui y varie ſeulement comme le Quarré de la diſtance; enfin plus la proportion de la Force compoſée varie de la raiſon des Quarrés vers celle des Cubes des diſtances. Dans cette Ellipſe mobile, la Gravité qui eſt comme la Force compoſée ne peut être regardée comme variant dans la proportion de quelque Puiſſance de la diſtance exactement; mais ſi l'Ellipſe eſt fort approchante d'un Cercle, on trouvera que la proportion de la Force compoſée varie à très-peu de choſe près comme une certaine Puiſſance de la diſtance; & le mouvement de l'Ellipſe peut être tel que le compoſé de ces Forces varie en une raiſon très-approchante de quelque Puiſſance de la diſtance aſſignable entre les Quarrés & les Cubes.

17. Si d'une Force qui augmente comme le Quarré de la diſtance diminue, on ſouſtrait une Force qui augmente en plus grande proportion, ſçavoir, comme le Cube de la diſtance diminue, le reſte doit augmenter dans une moindre proportion que celle dans laquelle le Quarré de la diſtance diminue. Un Corps, donc, qui ſe meut dans une Ellipſe qui fait elle-même ſa Révolution en même tems avec un mouvement rétrograde autour de S, doit éprouver l'action d'une Gravité qui varie dans une moindre proportion que le Quarré de la diſtance; & cette Gravité variera dans une proportion d'autant moindre que le mouvement de l'Ellipſe ſera plus grand, enſorte que ſi le Mouvement de l'Ellipſe eſt ſuffiſamment grand, la Gravité pourra décroître au lieu d'augmenter en raiſon de la diminution de la diſtance. En ſuppoſant l'Orbite approchante d'un Cercle, le mouvement de l'Ellipſe peut-être tel que la Force reſtante varie ſuivant quelque proportion

qui soit moindre que celle des Quarrés des distances.

18. Notre Auteur a déduit de là la maniere de juger du Mouvement des Apsides, quelque Loi que suive l'action de la Gravité : car en supposant que cette Puissance dans l'Ellipse mobile, lorsqu'elle est approchante d'un Cercle, calculée par les Principes exposés ci-dessus, varie suivant une Loi donnée quelconque, il détermine quel doit être le mouvement de l'Ellipse ou des Apsides en conséquence de cette supposition; ou le Mouvement de l'Ellipse étant donné, il détermine quelle est la Puissance de la distance suivant laquelle la Gravité varie à peu de chose près, lorsque l'Ellipse fait sa Révolution avec ce mouvement donné *.

19. Nous avons parlé autant qu'il convenoit à notre dessein des mouvemens produits par la Gravité dans des Révolutions régulieres d'un Apside à l'autre, où la distance au Centre de Gravitation varie à la vérité, mais de sorte que cette variation est renfermée dans de certaines limites entre lesquelles le Corps fait constamment sa Révolution : & nous avons fait voir que le mouvement de ce Corps peut être tel, si la Gravité diminue dans une moindre proportion que n'augmentent les Cubes des distances au Centre. Mais le mouvement du Corps n'est pas toujours de cette nature; car, dans quelques cas, si la vitesse de projection en B est suffisamment grande, il s'éloignera continuellement du Centre de Gravitation, & n'arrivera jamais à l'Apside supérieure A. Nous avons déja démontré que si la Gravité diminue comme les Cubes, ou quelques Puissances plus élévées de la distance augmentent, & que la vitesse en B excéde, tant soit peu, celle qui y emporteroit le Corps dans un Cercle autour du Centre de Gravitation, il s'éloignera continuellement de S. Si la

* Voyez *Princip. Lib.* I. *Sect.* 9.

Gravité diminue dans une moindre proportion que les Cubes des distances n'augmentent, il peut être projetté en B avec un mouvement qui l'éloignera encore continuellement du Centre, pourvû que la Gravité diminue dans une proportion plus grande que celle dans laquelle les distances augmentent : car la limite est alors la raison simple inverse des distances. Si la Gravité varie davantage, le Corps peut être continuellement éloigné du Centre par un mouvement fini de Projection ; mais si la Gravité varie dans cette proportion ou dans quelqu'autre moindre, alors aucune Force finie ne sera capable de faire mouvoir le Corps, desorte qu'il s'éloigne continuellement du Centre S; mais dans ces cas il fera toujours sa Révolution entre les deux Apsides.

20. Pour se convaincre de ce que nous venons de dire, on peut d'abord supposer un Corps projetté perpendiculairement à l'Horison, assujetti à l'action d'une Gravité qui diminue dans une plus grande proportion que n'augmentent les distances ; & si la Force de Projection est suffisamment grande, il s'élévera pendant toute l'éternité avec un mouvement continuellement retardé par l'action de sa Gravité ; mais cette Force ne sera jamais entierement détruite par ces actions, parce qu'elles diminuent de telle maniere que la somme d'un nombre infini de pareilles actions équivaut à une quantité finie.

21. La même Loi de Gravité est la limite entre les cas d'ascensions infinies dans des mouvemens Curvilignes & Rectilignes ; car notre Auteur a démontré que si un Corps se meut dans une Courbe, & qu'un autre monte ou descende dans une ligne droite, assujetti à l'action de la même Gravité, ensorte que leurs vitesses soient égales à quelques hauteurs égales, elles seront aussi égales à toutes autres hauteurs égales *. Et puisque la Gravité

* Supposons que les vitesses des Corps L & P (*Fig.* 66.) soient égales en L & P, à distances égales SL, SP ; & qu'ils parcourent des

du Corps projetté en haut dans une ligne verticale, avec une certaine Force assignable, n'est pas capable de le faire retourner en arriere, elle ne pourroit pas plus produire cet effet s'il étoit projetté avec la même Force obliquement en haut, ensorte qu'il décrivit une Courbe; car la Force Centrifuge résultante du mouvement de Rotation autour de S, diminue l'effet de la Gravité, & le rend moins capable de détruire le mouvement d'Ascension, dans ce cas, que dans celui d'une élévation perpendiculaire. Par conséquent si la Gravité varie en raison réciproque de quelque Puissance de la distance plus élevée que l'unité, le Corps peut décrire une Orbite qui s'étende à l'infini, s'il est jetté avec une certaine Force.

22. Si cette Force est la même qu'il auroit acquise en tombant d'une hauteur infinie, il s'échappe dans une Courbe parabolique; mais s'il est jetté avec une plus grande Force que celle qu'il auroit acquise même par une descente infinie, la Courbe sera de nature hyperbolique. S'il est projetté avec la même vitesse qu'il auroit acquise en tombant d'une hauteur infinie (suppo-

lignes très-petites *Ll*, P*p*, ensorte que S*p* étant égale à S*l*, & *p*N*l* un Arc circulaire décrit du Centre S rencontrant SL en N, LN doit être égale à P*p*. La Gravité de L vers S peut être résolue en deux Forces dont l'une, représentée par LR, agit dans la direction de la Tangente LR, l'autre dans une direction RS perpendiculaire à la Tangente ou à la direction du mouvement du Corps. La derniere n'a aucun effet pour accélérer son mouvement, lui étant perpendiculaire, & la premiere est à la Gravité, comme LR est à SL ou comme LN est à L*l*. Le mouvement du Corps P est accéléré par toute sa Gravité, ensorte que les Forces qui accélerent les Corps L & P sont l'une à l'autre comme LN (ou P*p*) à L*l*; mais les vitesses en L & en P ayant été égales, les tems dans lesquels *Ll* & P*p* sont parcourues sont en raison des Espaces L*l* & P*p*; ensorte que quoique le Corps L soit accéléré par une Force moindre en descendant en *l*, le tems de son accélération est plus grand dans la même proportion; d'où il paroit que leurs accélérations sont égales en parcourant ces Espaces, & leurs vitesses par conséquent égales en *l* & en *p*. Les vitesses donc de ces Corps doivent être égales à toutes hauteurs égales. Voyez *Princip. Math. Lib. I. Prop.* 40.

sant différentes Loix de Gravité, mais d'autres circonstances semblables,) il s'éloignera à l'infini après une partie plus ou moins grande d'une Révolution, ou après un nombre plus grand ou plus petit de Révolutions, suivant que la Puissance de la distance, qui est réciproquement proportionnelle à la Gravité, sera plus ou moins grande. La limite est, en ce cas, le quart d'une Révolution depuis l'Apside, ou le lieu où la direction du mouvement du Corps est perpendiculaire à la ligne tirée au Centre; car il doit toujours employer plus de tems que cela pour s'éloigner depuis l'Apside à l'infini. Si la Gravité observe la proportion sesquialtere réciproque de la distance, alors le Corps s'en ira dans le $\frac{1}{3}$ d'une Révolution. Si elle observe la raison doublée réciproque, il s'éloignera continuellement dans la moitié d'une Révolution, en décrivant une Parabole : si elle observe la Puissance $\frac{5}{2}$ réciproque de la distance, il s'en ira dans une Révolution complette ; mais si la Gravité observe la proportion triplée réciproque de la distance, & que le Corps soit projetté obliquement au Rayon, il s'en ira dans un nombre infini de Révolutions *.

23. Si la Gravité diminue dans une moindre proportion que la simple raison réciproque des distances, & qu'un Corps soit projetté de l'Apside avec une Force finie quelle qu'elle soit, il ne pourra s'élever continuel-

* En général si la Gravité varie comme la Puissance m de la distance réciproquement, & que le Corps soit projetté obliquement en haut avec une Force qui soit à celle qui l'emporteroit dans un Cercle comme 1 à $\sqrt{\frac{m-1}{2}}$, il s'éloignera continuellement du Centre, & s'en ira dans la $\frac{1}{6-2m}$ partie d'une Révolution, ou dans la $\frac{1}{2}n$ partie de la Révolution : supposant que $\frac{1}{n}$ soit l'excès de 3 sur le nombre m. Si la Gravité suit la proportion réciproque de le $2\frac{99}{100}$ Puissance de la distance, le Corps s'en ira en 50 Révolutions. Voyez les *Fluxions* : *Article* 416. *& suiv.*

lement; mais il aura la même viteſſe à une diſtance quelconque qu'il auroit eu à la même diſtance, ſuppoſant qu'il eut été jetté au Point A directement en haut avec la même Force de Projection : & puiſque toute Force finie auroit été détruite dans la perpendiculaire, ſi le Corps ſe meut dans une Courbe il doit revenir de nouveau, & après avoir paſſé par l'Apſide ſupérieure deſcendre à l'inférieure, quoique cette Apſide ne ſoit pas dans le même lieu qu'auparavant. Si la Gravité augmente comme la diſtance, à plus forte raiſon le Corps ne pourra jamais s'élever à une diſtance infinie. Ces Obſervations font voir les limites des diverſes ſortes de mouvemens qui peuvent réſulter de différentes Loix de Gravité.



CHAPITRE

CHAPITRE IV.

Du Mouvement de la Lune.

1. NOus avons expliqué les mouvemens des Corps dans le Syſtême Solaire par la Gravité, & nous y avons remarqué quelques inégalités ou quelques erreurs qui résultent du même Principe; mais les diverſes irrégularités qu'elle produit dans le mouvement de la Lune méritent particulierement d'être conſidérées; parce que c'eſt la Planete la plus près de nous, & qu'on pourroit retirer de grands avantages de ſes mouvemens, s'ils étoient réduits à un calcul exact. Ceux qui ont autrefois bâti des Syſtêmes ont trouvé de grandes difficultés à concilier leurs Principes avec les Phénomenes: notre Auteur anticipe les Obſervations, & plus notre connoiſſance des mouvemens qui s'exécutent dans le Syſtême du Monde ſe perfectionnera, plus cette Philoſophie ſera eſtimée. La Poſterité en verra l'excellence bien mieux que nous, lorſque les Mouvemens céleſtes ſeront déterminés plus exactement par une ſuite d'Obſervations faites avec ſoin, pendant un long eſpace de tems.

2. Pour donner les Principes des Calculs du Chevalier Newton ſur une Matiere ſujette à tant de difficultés, auſſi clairement qu'il eſt poſſible, nous devons faire attention à ce qui a déja été obſervé; que ſi le Soleil agiſſoit également ſur la Terre & ſur la Lune & toujours en lignes paralleles, cette action ſerviroit ſeulement à produire leurs mouvemens annuels autour du Soleil, & n'auroit aucun effet ſur leurs actions mutuelles, ou leurs mouvemens autour de leur Centre commun de Gravité. Dans ce cas, s'il leur étoit libre à l'une & à l'autre de tomber directement vers le Soleil, elles tomberoient

également, & leurs situations respectives ne seroient point affectées par leur descente égale vers ce Globe. Nous pourrions alors les concevoir comme dans un plan, sur chaque partie duquel le Soleil agissant également, tout le plan descendroit vers lui, mais les moumens respectifs de la Terre & de la Lune seroient les mêmes dans ce plan que s'il étoit en repos. Supposant alors que ce même plan eut le Mouvement annuel imprimé sur lui, il se mouvroit régulierement autour du Soleil, tandis que la Terre & la Lune se mouvroient dans ce plan, l'une respectivement à l'autre, comme s'il étoit en repos sans aucunes irrégularités. Mais parce que la Lune est plus près du Soleil que la Terre, dans la moitié de son Orbite, & que dans l'autre moitié elle en est à une plus grande distance, tandis que la Puissance de la Gravité est toujours plus grande à une moindre distance; il suit que dans une moitié de son Orbite la Lune est plus attirée que la Terre vers le Soleil, & que dans l'autre moitié elle est moins attirée que ce Globe; d'où il résulte nécessairement des irrégularités dans les Mouvemens de la Lune, l'excès d'Attraction dans, le premier cas, & le défaut, dans le second, devenant une Force qui trouble son mouvement: ajoûtez à cela que l'action du Soleil sur la Terre & sur la Lune n'est pas dirigée en lignes paralleles, mais suivant des lignes qui se rencontrent au Centre du Soleil.

3. Pour connoître les effets de ces Puissances, supposons que les mouvemens Projectiles de la Terre & de la Lune soient détruits, & qu'il leur soit permis de descendre librement vers le Soleil. Si la Lune étoit en conjonction avec le Soleil, ou dans cette partie de son Orbite qui est la plus près de lui, la Lune seroit plus attirée que la Terre, & tomberoit avec une plus grande vitesse vers le Soleil; ensorte que la distance de la Lune à la Terre seroit augmentée dans la chûte. Si la Lune étoit en opposition, ou dans la partie de son Orbite

qui eſt la plus éloignée du Soleil, elle ſeroit moins attirée que la Terre par ce Globe, & tomberoit vers lui avec moins de viteſſe que la Terre, qui la laiſſeroit en arriere : enſorte que la diſtance de la Lune à la Terre ſeroit auſſi augmentée, dans ce cas. Si la Lune étoit dans ſes quadratures, alors la Terre & la Lune étant l'une & l'autre attirées vers le Centre du Soleil, elles deſcendroient toutes deux directement vers ce Centre, & en approchant de ce point elles s'approcheroient néceſſairement en même tems l'une de l'autre, & leur diſtance entre-elles ſeroit diminuée. Maintenant toutes les fois que l'action du Soleil augmenteroit leur diſtance, s'il leur étoit permis de tomber vers lui, nous pouvons être aſſurés qu'en s'efforçant de les ſéparer, elle diminue leur Gravité l'une vers l'autre : toutes les fois que cette action du Soleil diminneroit leur diſtance, alors en s'efforçant de les faire approcher l'une de l'autre, elle augmente leur Gravité reſpective : c'eſt-à-dire dans la conjonction & l'oppoſition, leur Gravité l'une vers l'autre eſt diminuée par l'action du Soleil ; mais dans les quadratures elle eſt augmentée par cette même action du Soleil. Afin de prévenir les erreurs à ce ſujet, on doit ſe reſſouvenir que ce n'eſt pas l'action totale du Soleil ſur ces Corps qui trouble leurs mouvemens, c'eſt ſeulement cette partie de ſon action par laquelle il tend, dans le premier cas, à les ſéparer à une plus grande diſtance l'un de l'autre, & cette partie de ſon action par laquelle il tend à les approcher l'un de l'autre, dans le ſecond cas, qui ont quelque effet ſur leurs mouvemens reſpectifs. L'autre partie qui eſt beaucoup plus conſidérable n'a d'autre effet que de les retenir dans la Révolution annuelle qu'ils ſont enſemble autour du Soleil.

4. En conſidérant donc les effets de l'action du Soleil ſur les mouvemens relatifs de la Terre & de la Lune, il faut ſeulement faire attention à l'excès de ſon action ſur la Lune au-deſſus de ſon action ſur la

Terre, dans leur conjonction; & on doit alors considérer cet excès comme tirant la Lune vers le Soleil en la séparant de la Terre. Dans l'opposition, on doit seulement avoir égard à l'excès de l'action du Soleil sur la Terre au-dessus de son action sur la Lune, & considérer cet excès comme séparant la Lune de la Terre, en ce cas, dans une direction opposée à la premiere, c'est-à-dire vers le lieu opposé à celui où est le Soleil; parce que nous regardons la Terre comme en repos, & nous rapportons le mouvement, & toutes ses irrégularités, à la Lune. Dans les quadratures, nous considérons l'action du Soleil comme ajoutant quelque chose à la Gravité de la Lune vers la Terre.

5. Supposons que la Lune sorte de la quadrature qui précede la conjonction, avec une vitesse qui lui feroit parcourir un Cercle exact autour de la Terre, si l'action du Soleil n'avoit aucun effet sur elle; & parce que la Gravité est augmentée par cette action, elle doit descendre vers la Terre, & se mouvoir à l'intérieur de ce Cercle: son Orbite alors sera plus courbe qu'elle n'eut été sans cela; parce que cette addition à sa Gravité la fera plus écarter, à l'extrêmité d'un Arc, de la Tangente tirée à l'autre extrêmité. Son mouvement sera par là accéléré, & continuera de l'être jusqu'à ce qu'elle arrive à la conjonction prochaine; parce que la direction de l'action du Soleil sur elle, durant ce tems, fait un Angle aigu avec celle de son mouvement. A la conjonction, sa Gravité vers la Terre étant diminuée par l'action du Soleil, son Orbite y sera moins courbe pour cette raison; & la Lune sera emportée plus loin de la Terre, tandis qu'elle s'avancera à la prochaine quadrature; & parce que l'action du Soleil fait alors un Angle obtus avec la direction de son mouvement, il sera retardé par les mêmes dégrés qu'il étoit accéléré auparavant.

6. Ainsi la Lune descendra un peu vers la Terre, en avançant de la premiere quadrature vers la conjonction, & s'en éloignera depuis la conjonction jusqu'à la quadrature suivante. L'action qui trouble son mouvement aura sur elle un effet semblable & presque égal, lorsqu'elle parcourra l'autre moitié de son Orbite, je veux dire celle qui est la plus éloignée du Soleil : elle s'avancera de la quadrature qui suit la conjonction avec un mouvement accéléré à l'opposition, s'approchant un peu de la Terre, à cause de l'addition faite alors à sa Gravité par l'action du Soleil, & elle s'en éloignera de nouveau, en revenant de l'opposition à la quadrature dont nous l'avons supposée partir. Les Aires décrites en tems égaux, par un Rayon tiré de la Lune à la Terre, ne seront pas égales, mais elles seront accélérées par l'action du Soleil, tandis que la Lune se meut vers la conjonction ou l'opposition des quadratures qui les précédent ; & elles seront retardées par la même action, lorsqu'elle s'avance de la conjonction ou de l'opposition aux quadratures qui les suivent.

7. Notre Auteur a calculé les quantités de ces irrégularités par leurs causes. Il trouve que la Force ajoutée à la Gravité de la Lune dans ses quadratures est à la Gravité avec laquelle elle feroit sa Révolution dans un Cercle autour de la Terre, à sa distance moyenne actuelle, si le Soleil n'avoit point d'effet sur elle, comme 1 à $178\frac{29}{40}$. Il trouve que la Force soustraite de sa Gravité, dans les conjonctions & oppositions, est double de cette quantité, & que l'Aire, décrite en un tems donné dans les quadratures, est à l'Aire décrite dans le même tems dans les conjonctions & oppositions, comme 10973 à 11073. Il résulte de ses Calculs que dans une telle Orbite, sa distance à la Terre dans ses quadratures seroit à sa distance dans les conjonctions & oppositions, comme 70 à *69*.

8. La Lune ne se meut pas dans le même plan au-

tour de la Terre dans lequel la Terre se meut autour du Soleil, mais dans un plan qui est incliné à ce dernier d'un Angle d'environ 5 degrés : ce qui fait que le Centre de la Lnne nous paroît décrire un Cercle different de l'Ecliptique, qui est le Cercle que le Centre du Soleil semble parcourir dans les Cieux. Ces Cercles se coupent l'un l'autre en deux points opposés, qui sont appellés par les Astronomes les Nœuds de la Lune; à la plus grande distance des Nœuds, ces mêmes Cercles sont séparés l'un de l'autre d'environ cinq degrés. Les Eclipses de Soleil & de Lune dépendent des distances de ces Globes à ces nœuds, au tems de la nouvelle & pleine Lune; car si le changement de Lune arrive lorsqu'elle est près de l'un des Nœuds elle éclipse le Soleil; & si la Lune est pleine dans le tems où elle est près de l'un de ces Nœuds, elle se trouvera dans l'ombre de la Terre & y sera éclipsée. Les Astronomes ont été de tous tems très-attentifs à la situation des Nœuds, afin de calculer ces Eclipses; Phénomene qu'ils ont toujours observé avec le plus grand soin. Les Nœuds ne sont pas fixes dans la même partie des Cieux, mais on trouve qu'ils parcourent tous les Signes de l'Ecliptique, d'un mouvement rétrograde, dans l'espace d'environ dix-huit ou dix-neuf ans.

9. Le Chevalier Newton a non seulement fait voir que ce mouvement vient de l'action du Soleil, mais il a calculé, avec une merveilleuse habileté, tous les élemens & toutes les variétés de ce mouvement par sa cause. On appelle les Nœuds de la Lune ces Points où son Orbite coupe le plan dans lequel la Terre fait sa Révolution autour du Soleil, & la ligne qui joint ces Points est appellée la Ligne des Nœuds. On dit que le mouvement des Nœuds est direct lorsqu'ils s'avançent dans la même direction que la Lune se meut dans son Orbite, à sçavoir, d'Occident en Orient suivant l'ordre des Signes, le Belier, le Taureau, &c. dans l'Ecliptique; & on dit que leur Mouvement est rétrograde lors-

qu'ils ſe meuvent d'un mouvement contraire à celui de la Lune, ou d'Orient en Occident contre l'ordre des Signes. On conçoit que le Plan du mouvement de la Lune paſſe toujours par le Centre de la Terre & celui de la Lune, & que c'eſt un plan dans lequel ſe trouvent la Ligne droite qui joint leurs Centres, & celle qui eſt la direction du mouvement de la Lune, ou la Tangente à ſon Orbite. Il eſt certain que ſi le Soleil agiſſoit toujours également ſur la Terre & ſur la Lune, elles deſcendroient également vers lui; le plan déterminé toujours par ces deux lignes deſcendroit avec elles, étant continuellement parallele à lui-même, enſorte que la Lune nous paroîtroit faire conſtamment ſa Révolution dans le même plan reſpectivement à la Terre; mais les inégalités dans l'action du Soleil, expoſées ci-deſſus, emporteront la Lune hors de ce plan, du côté où eſt le Soleil, dans la moitié de ſon Orbite qui eſt la plus près de ce Globe, & vers l'autre côté dans la moitié de ſon Orbite la plus éloignée du Soleil.

10. Delà nous avons cette Regle générale pour juger de l'effet du Soleil ſur les Nœuds; que tandis que la Lune eſt dans la moitié de ſon Orbite qui eſt la plus près du Soleil, le Nœud duquel elle s'approche ſe meut vers la conjonction avec le Soleil; & tandis que la Lune eſt dans l'autre moitié de ſon Orbite la plus éloignée du Soleil, le Nœud vers lequel elle s'avance a ſon mouvement du côté de l'oppoſition: mais lorſque les Nœuds ſont en conjonction avec le Soleil, ſon action n'a point d'effet ſur eux. Dans le premier cas, la Lune eſt emportée dans une direction qui eſt du même côté, que le Soleil, de celle qu'elle ſuivroit d'elle-même: & l'interſection d'un plan paſſant par cette direction, & par le Centre de la Terre, coupera l'Ecliptique du côté vers lequel la Lune ſe meut, dans un Point plus près de la conjonction que s'il n'y avoit point d'action du Soleil qui troublât ſon mouvement. Dans l'autre cas, l'action

du Soleil a une direction contraire, &, par la même raison, fait mouvoir le Nœud suivant vers l'opposition. Lorsque la Ligne des Nœuds prolongée passe par le Soleil, alors ce Globe étant dans le plan du mouvement de la Lune, n'a point d'effet pour l'emporter d'aucun côté; & par conséquent, dans ce cas, les Nœuds n'ont point de mouvement du tout.

11. Par cette regle générale, il paroît que si on suppose les nœuds dans les quadratures A & C (*Fig.* 67.) après que la Lune est sortie du nœud A, c'est-à-dire, dans la quadrature qui précéde la conjonction B, le Nœud suivant C se meut vers la conjonction B, & par conséquent est rétrograde; parce qu'il se meut dans une direction opposée à celle du mouvement de la Lune: & dans toute cette Révolution de la Lune, les Nœuds sont manifestement rétrogrades; car après que la Lune a passé la quadrature C qui suit la conjonction, alors le Nœud suivant A se meut vers l'opposition D, ensorte que, dans cette moitié de son Orbite, les Nœuds sont aussi rétrogrades.

12. Supposons les Nœuds dans la situation N*n*, en sorte que l'un d'eux soit entre la quadrature A & la conjonction suivante B, tandis que l'autre Nœud *n* tombe sur le point opposé de l'Orbe de la Lune, entre la quadrature suivante C & l'opposition D. Dans ce cas, tandis que la Lune avance de A en N, le Nœud N se meut vers la conjonction B (par le Principe général au §. 10) & par conséquent son mouvement est direct. Lorsque la Lune s'avance de N en C, le Nœud suivant *n* se meut vers la conjonction B, & par conséquent est rétrograde; & parce que l'Arc NC excéde AN, le mouvement rétrograde excéde le mouvement direct. Tandis que la Lune se meut de C en *n*, le Nœud suivant *n* se meut vers l'opposition D & son mouvement est alors direct: mais tandis que la Lune se meut de *n* en A, le Nœud suivant N se meut vers l'opposition D, & alors le mouvement

le mouvement des Nœuds étant contraire au mouvement de la Lune, il est rétrograde ; & parce que l'Arc *n*A excéde *n*C, il est évident que le mouvement est plus rétrograde que direct.

13. Lorsque (*Fig.* 68.) un Nœud est entre la conjonction B & la quadrature suivante C, tandis que la Lune avance de A en N, le Nœud suivant N se meut vers la conjonction B, & par conséquent est rétrograde : tandis que la Lune se meut de N en C, le Nœud suivant *n* se meut vers la conjonction, & est direct ; mais comme l'Arc AN excéde NC, le mouvement rétrograde des Nœuds doit excéder le mouvement direct. Tandis que la Lune se meut de C en *n*, le mouvement du Nœud suivant est vers l'opposition D & par conséquent est rétrograde. Pendant que la Lune se meut de *n* en A le Nœud suivant N se meut vers l'opposition D & par conséquent est direct; mais comme l'Arc C*n* excéde A*n*, il suit que le mouvement rétrograde excéde le mouvement direct.

Il paroît donc que dans chaque Révolution de la Lune, le mouvement rétrograde des Nœuds excéde le mouvement direct, excepté seulement lorsque la ligne des Nœuds passe par le Soleil, dans lequel cas ils n'ont aucun mouvement. Nous voyons donc comment la Gravité fait rétrograder chaque année les Nœuds de la Lune. Notre Auteur a déterminé la quantité * de ce mouvement rétrograde à chaque Révolution de la Lune, & dans chaque année ; & on ne peut voir sans une grande satisfaction avec combien d'exactitude la Théorie de ces mouvemens déduits de leurs causes, répond aux Observations des Astronomes. Il trouve par la Théorie de la Gravité, que les Nœuds doivent se mouvoir en arriere d'environ 19° 18′ 1″ dans l'espace d'une année, & les Tables Astronomiques font ce mouvede 19° 21′ 21″, dont la différence n'est pas $\frac{1}{300}$ du

* Princ p. Lib. III. Prop. 32.

mouvement total des Nœuds dans une année ; par un calcul plus exact de ce mouvement déduit de sa cause, la Théorie & l'Observation s'accordent à peu de secondes près.

14. L'inclinaison de l'Orbite de la Lune à l'Ecliptique est aussi sujette à plusieurs variations. Lorsque les Nœuds sont dans les quadratures A & C, tandis que la Lune se meut de la quadrature A à la conjonction B, l'action du Soleil diminue l'inclinaison du plan de son Orbite ; l'inclinaison de ce plan est la moindre de toutes, lorsque la Lune est dans la conjonction B : elle augmente de nouveau à mesure que la Lune se meut de la conjonction B à la quadrature suivante en C, & elle s'y rétablit à peu près à sa premiere quantité. Lorsque les Nœuds de la Lune sont en B & D, ensorte que la Ligne des Nœuds passe par le Soleil, l'inclinaison de l'Orbite de la Lune n'est pas affectée par l'action du Soleil; parce que dans ce cas le plan de son Orbite prolongé passe par le Soleil, & par conséquent l'action du Soleil ne peut avoir d'effet pour emporter la Lune hors de ce plan d'aucun côté. C'est dans ce dernier cas que l'inclinaison de l'Orbite de la Lune est la plus grande; elle diminue à mesure que les Nœuds se meuvent vers les quadratures, & elle est la moindre lorsqu'ils se trouvent dans ces quadratures, & que la Lune est en conjonction ou en opposition. Notre Auteur calcule ces irrégularités par leurs causes, & ses conclusions conviennent parfaitement avec les Observations des Astronomes *.

* Pour rendre encore plus claire l'explication précédente du Mouvement de la Lune, nous avons ajouté la *Fig. 6y* (*Pl.* VI.) dans laquelle, le Plan de la Figure représentant celui de l'Ecliptique, S est le Soleil, T le Centre de la Terre, L la Lune dans son Orbite DN*dn*; N*n* est la Ligne des Nœuds passant entre la quadrature Q & le lieu de la Lune L, dans son premier quartier. Maintenant que LP, partie quelconque de LS, représente l'excès de l'action du Soleil en L, sur son action en T, & LP étant résolue en ces deux Forces LR, perpendiculai-

15. L'action du Soleil diminue la Gravité de la Lune, vers la Terre, dans les conjonctions & oppositions, plus qu'elle n'y ajoute dans les quadratures; & en diminuant la Force qui retient la Lune dans son Orbite, elle augmente sa distance à la Terre, & son tems périodique: & parce que la Terre & la Lune sont plus près du Soleil dans leur Périhélie que dans leur Aphélie, & que le Soleil y agit avec une plus grande Force, ensorte qu'il diminue davantage de la Gravité de la Lune vers la Terre; il suit que la Lune doit faire sa Révolution à une plus grande distance, & employer un tems plus long à la finir dans le Périhélie de la Terre, que dans l'Aphélie; & cela est aussi conforme aux Observations.

16. Il y a une autre irrégularité remarquable dans le mouvement de la Lune, qui résulte aussi de l'action du Soleil: à sçavoir, le mouvement progressif des Apsides. La Lune décrit autour du Centre de la Terre une Ellipse qui a un de ses foyers à ce Centre. Sa plus grande & sa moindre distances de la Terre sont dans les Apsides, ou extrémités du plus long Axe de l'Ellipse. Cet Axe ne se trouve pas toujours répondre au même lieu dans les Cieux; mais on observe qu'il se meut d'un mouvement progressif en avant, ensorte qu'il finit une Révolution autour du Centre de la Terre, dans l'Espace d'environ neuf ans.

Pour entendre la raison de ce mouvement des Ap-

re au Plan de l'Orbite de la Lune, & PR parallele à ce Plan, il n'y a que la premiere qui ait quelqu'effet pour changer la position de l'Orbite, & elle y est totalement employée. Elle produit un effet double; 1. Elle diminue son inclinaison par un mouvement que nous pouvons concevoir comme exécuté autour du Diametre *Dd*, auquel LT est perpendiculaire. 2. Etant combinée avec le mouvement de la Lune suivant la Tangente en L, elle lui donne une direction intermédiaire L*t*; si par cette direction & le Centre de la Terre on vient à tirer un Plan, il rencontrera l'Ecliptique plus près de la conjonction C qu'auparavant; on explique les autres cas de la même maniere.

ſides, nous devons nous reſſouvenir de ce qui a été démontré ci-deſſus, que ſi la Gravité d'un Corps diminuoit moins, à meſure que la diſtance augmente, que ſuivant le cours régulier de la Gravité, le Corps deſcendroit de l'Apſide ſupérieure à l'inférieure, avant la moitié d'une Révolution; & par conſéquent l'Apſide rétrograderoit en ce cas, car elle ſe mouvroit dans une direction contraire à celle du Corps, & le rencontreroit dans ſon mouvement. Mais ſi la Gravité du Corps diminuoit plus à meſure que la diſtance augmente, que ſuivant le cours régulier de la Gravité, c'eſt-à-dire, en plus grande proportion, que comme le Quarré de la diſtance augmente, le Corps emploiroit plus de la moitié d'une Révolution pour ſe mouvoir de l'Apſide ſupérieure à l'inférieure; & par conſéquent, dans ce cas, les Apſides auroient un mouvement progreſſif dans la même direction que le Corps.

Dans les Quadratures, l'action du Soleil ajoute à la Gravité de la Lune, & la Force qu'elle ajoute eſt plus grande, à meſure que la diſtance de la Lune à la Terre eſt plus conſidérable; enſorte que l'action du Soleil empêche ſa Gravité vers la Terre, de diminuer autant, à proportion que la diſtance augmente, qu'elle le devroit ſuivant le cours régulier de la Gravité; & par conſéquent, tandis que la Lune eſt dans les Quadratures, ſes Apſides doivent retrograder. Dans la conjonction & l'oppoſition, l'action du Soleil diminue de la Gravité de la Lune vers la Terre, & en diminue davantage, à proportion que ſa diſtance à la Terre eſt plus grande, enſorte qu'elle fait que ſa Gravité diminue plus, à meſure que la diſtance augmente, que ſuivant le cours régulier de la Gravité; & par conſéquent, dans ce cas, les Apſides ont un mouvement progreſſif. Parce que l'action du Soleil retranche plus de la Gravité de la Lune dans les conjonctions & oppoſitions,

qu'elle n'y ajoute dans les Quadratures, & en général diminue plus ſa Gravité qu'elle ne l'augmente; il ſuit que le mouvement progreſſif des Apſides excéde le mouvement rétrograde ; & par conſéquent, les Apſides ſont emportées ſuivant l'ordre des ſignes.

17. C'eſt ainſi que les diverſes irrégularités du Mouvement de la Lune s'expliquent par la Gravité : & au moyen de cette Théorie avec le ſecours d'une longue ſuite d'Obſervations faites avec ſoin, on peut calculer ſon Mouvement avec tant de préciſion & prédire le tems où elle arrive aux Etoiles fixes ſous leſquelles elle paſſe dans ſa courſe avec une ſi grande exactitude, que dans pluſieurs occaſions, les Navigateurs en pourront tirer de très-grands avantages, pour découvrir leur Longitude en Mer.



CHAPITRE V.

De l'Orbe d'une Planete secondaire décrit sur un Plan immobile ; avec un éclaircissement de l'explication de M. le Chevalier Newton des mouvemens des Satellites, par la Théorie de la Gravité.*

EN exposant les Mouvemens du Systême Solaire, on a coutume de considérer les Planetes du premier ordre, comme faisant leurs Révolutions dans des Plans immobiles, mais de rapporter les mouvemens des Satellites aux Plans qui sont emportés avec leurs Planetes principales autour du Soleil. M. le Chevalier Newton suit la même méthode, en expliquant leurs mouvemens par la Théorie de la Gravité: par cette Analyse, l'explication des mouvemens considérés en eux-mêmes, & celle des Puissances qui les produisent, devient plus simple & plus aisée, que si nous rapportions le mouvement du Satellite à un Plan immobile, & que nous recherchassions seulement la Ligne qu'il décrit dans l'Espace absolu en conséquence d'un mouvement si composé. Les propriétés cependant de cette Courbe, sont plus simples qu'on ne s'y attendroit après un examen superficiel; & il peut-être utile, dans quelques occasions, de considérer ainsi le mouvement du Satellite, particulierement pour résoudre les difficultés que quelques personnes ont trouvées à entendre l'explication que donne M. le Chevalier Newton, des mouvemens

*On a inseré ici le Chapitre suivant comme appartenant proprement à ce lieu ; il est tiré d'une lettre de l'Auteur à son sçavant Ami le Docteur Benjamin Hoaldy, Medécin de la Famille Royale.

des Satellites, par la Gravité. Cet Orbe est, dans quelques cas, concave vers le Soleil dans toutes ses parties; dans d'autres cas, la partie la plus près du Soleil est convexe vers lui, & le reste est concave. Nous avons un exemple de la premiere espece dans la Lune, & de la derniere dans les Satellites des Planetes supérieures.

La Force qui fait mouvoir le Satellite dans une Courbe, lorsque le mouvement est rapporté à un Plan immobile, est, à la conjonction, la différence de sa Gravité vers le Soleil, & de sa Gravité vers la Planete principale. Lorsque la premiere l'emporte sur l'autre, la Force qui courbe la direction du Satellite tend vers le Soleil; par conséquent, la concavité de l'Orbe est vers le Soleil: & c'est là le cas de la Lune, comme il paroîtra dans la suite. Lorsque la Gravité vers la Planete principale excéde la Gravité vers le Soleil, à la conjonction, alors la Force qui courbe la direction du mouvement du Satellite tend vers la Planete principale, & par conséquent vers l'opposition du Soleil; l'Orbe est donc alors convexe vers le Soleil; & c'est le cas des Satellites de Jupiter. Lorsque ces deux Forces sont égales, l'Orbe a, à la conjonction, ce que les Mathématiciens appellent un Point de *Rectitude*, dans lequel cas, cependant, il est concave vers le Soleil dans toutes ses parties.

Parce que la Gravité de la Lune vers le Soleil se trouve être plus grande, à la conjonction, que sa Gravité vers la Terre, ensorte que le Point d'Attraction égale, où ces deux Puissances se soutiendroient l'une l'autre, tombe alors entre la Lune & la Terre, quelques-uns (*a*) se sont imaginés que la Parallaxe du Soleil ou étoit très-différente de celle qui est assignée par les Astronomes, ou que la Lune devoit nécessairement abandonner la Terre. Cette idée peut aisément être détruite, en faisant attention à ce qui a été démontré

* Voyez *Cosmotheoria puerilis*.

par M. le Chevalier Newton, & confirmé par des expériences très-connues sur les mouvemens des Corps les uns autour des autres, tandis qu'une troisiéme Force agit sur eux tous dans la même direction. Leurs mouvemens respectifs, n'étant absolument point troublés par cette troisiéme Force, si elle agit également sur eux en Lignes paralleles : comme les mouvemens relatifs des Vaisseaux dans une Flotte, emportée par un Courant, n'en sont point affectés, s'il agit également sur eux ; ou comme la Rotation d'un Boulet ou d'une Bombe, autour de son Axe, tandis qu'on le projette en l'Air, ou la figure d'une goute de Pluye qui tombe, ne sont point du tout affectées par la Gravité des petites parties dont elles sont composées, vers la Terre. Ce n'est qu'à l'inégalité des actions du Soleil sur la Terre & sur la Lune, & au manque de Parallélisme dans les directions de ces actions, que nous devons attribuer les irrégularités qu'on observe dans le mouvement de la Lune.

Mais on trouvera des raisons qui pourront contribuer à résoudre cette difficulté, en observant que si la vitesse absolue de la Lune, à la conjonction, étoit moindre que celle qui est nécessaire pour y emporter un Corps dans un Cercle autour du Soleil, supposant ce Corps assujetti à l'action de la même Force, qui, dans ce tems, agit sur la Lune (c'est-à-dire, l'excès de sa Gravité vers le Soleil, sur sa Gravité vers la Terre) alors la Lune abandonneroit en effet la Terre. Car, dans ce cas, la Lune ayant moins de vitesse qu'il ne seroit nécessaire pour l'empêcher de descendre au dedans de ce Cercle, elle s'approcheroit du Soleil, & s'éloigneroit de la Terre. Mais quoique la vitesse absolue de la Lune en conjonction, soit moindre que la vitesse de la Terre dans son Orbite annuelle, cependant sa Gravité vers le Soleil est tellement diminuée par sa Gravité vers la Terre, que sa vitesse absolue est toujours beaucoup supérieure à celle qui suffiroit pour emporter à cette distance

tance un Corps dans un Cercle autour du Soleil, ce Corps n'éprouvant que l'action de la Force restante. Par conséquent du moment de la conjonction, la Lune est emportée hors d'un semblable Cercle, s'éloignant continuellement du Soleil de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle arrive à l'opposition; où éprouvant l'action de la somme de ces deux Gravités, & sa vitesse étant alors moindre que celle qui est requise pour emporter à cette distance, dans un Cercle autour du Soleil, un Corps sur lequel agiroit une Force égale à cette somme, la Lune de-là commence à s'approcher de nouveau du Soleil. Ainsi elle s'éloigne du Soleil & s'en approche alternativement, & à chaque mois son Orbe à deux Apsides, un Périhélie à la conjonction, & un Aphélie à l'opposition; entre lesquelles elle est toujours emportée, de la même maniere que les Planetes principales font leurs Révolutions entre leurs Apsides. La Planete s'éloigne du Soleil au Périhélie, parce que sa vitesse alors est plus grande que celle avec laquelle un Cercle pourroit être décrit autour du Soleil, à la même distance, par la même Force centripete; & elle s'approche vers le Soleil depuis l'Aphélie, parce que sa vitesse y est moindre que celle qui seroit nécessaire pour l'emporter dans un Cercle, à cette distance, autour du Soleil. Voyez le Traité des Fluxions, Art. 447.

Quoique l'Orbe de la Lune soit concave vers le Soleil, dans toutes ses parties, sa Courbure est très-inégale : elle est moindre à chaque Apside inférieure ou dans la conjonction, & plus grande à chaque Apside supérieure ou à l'opposition. L'Orbe d'un Satellite de Jupiter a pareillement deux Apsides, dans la partie qui est décrite chaque Révolution Synodique, mais dans l'Apside inférieure, la convéxité est vers le Soleil; & il a de même deux Points de Courbure contraire dans chaque partie décrite durant une Révolution Synodique*.

* Voyez la note au Coroll. I. Prop. 11. ci-après.

En considérant cet Orbe, nous arriverons aux mêmes conclusions que Mr. le Chevalier Newton a tirées, par une Méthode plus courte, des Loix du Mouvement, à sçavoir que si l'action du Soleil étoit la même sur le Satellite, & sur la Planete principale, & avoit la même direction, le mouvement du Satellite, autour de la Planete principale, feroit le même que si le Soleil n'existoit pas. C'est ce qu'on verra évidemment par les propositions suivantes, où nous supposons les Orbites de la Planete principale autour du Soleil & du Satellite autour de sa principale, circulaires l'une & l'autre, & les mouvemens dans ces Orbites, uniformes, & dans le même Plan.

PROPOSITION I.

L'Orbe d'un Satellite, sur un Plan immobile, est une Epicycloïde décrite par un Point donné dans le Plan d'un Cercle qui fait sa Révolution sur une Base circulaire, dont le Centre est celui du Soleil, & dont le Diametre est dans la même proportion au Diametre du Cercle qui fait sa Révolution, que le tems périodique de la Planete principale autour du Soleil, au tems de la Révolution synodique du Satellite autour de sa Planete principale : la Tangente à l'Orbe est perpendiculaire à la ligne droite tirée du Satellite au contact des deux Cercles; & la vitesse absolue du Satellite est toujours proportionnelle à sa distance de ce contact.

Que T dénote le tems périodique de la Planete principale autour du Soleil, *t* le tems périodique du Satellite autour de sa Planete; que S (*Fig.* 70.) représente le Soleil, A*a* l'Orbite de la Planete principale; sur le Rayon AS prenez AE à AS comme *t* est à T. Du Centre S décrivez le Cercle E*e*Z, & du Centre A le Cercle EMF. Que ce Cercle EMF fasse sa Révolution

sur l'autre EeZ, comme sa Base : alors un Point L pris sur le Plan du Cercle EMF, à la distance AL, égale à la distance du Satellite à la Planete principale, décrira l'Orbe du Satellite.

Car supposons que le Cercle EMF se transporte dans la situation *emf*, le Point A en *a*, L en *l*, & que AL & *al* prolongées rencontrent, EMF & *emf*, en M & *m*. Sur l'Arc *em* prenez $er = EM$, alors l'Angle $ear = EAM$. Que *ar* rencontre le Cercle *cld*, décrit du Centre *a* avec la distance *al*, en *q*; & parce que $eaq = EAL$, l'Angle *eaq* représente l'Elongation du Satellite au Soleil à sa premiere position L. Parce que $em\ (= er + rm) = eE + EM$ & $er = EM$, il suit que $rm = eE$; par conséquent l'Angle $ram : eSE :: SE : AE :: T - t : t$; ou comme la vitesse angulaire du Satellite autour du Soleil est à la vitesse angulaire de la Planete principale au tour de ce même Globe. Mais ES*e* est l'Angle décrit par la Planete principale autour du Soleil, par conséquent *ram*, ou *qal*, est l'accroissement simultané de l'Elongation du Satellite au Soleil; *l* est le lieu qu'il occupe lorsque la Planete principale vient en *a*, & l'Epicloïde décrite par *l* est l'Orbe du Satellite.

Parce que le Cercle EMF se meut sur le Point E, la direction du mouvement d'un Point comme L est perpendiculaire à EL, ou la Tangente de l'Orbe à un Point quelconque L est perpendiculaire à EL. La vitesse d'un Point L est comme sa distance EL; & le mouvement de la Planete principale A étant supposé uniforme & représenté par EA, la vitesse du Satellite sera représentée par EL.

PROPOSITION II.

Sur AS *prenez* $AB : AS :: tt : TT$ (*ou* $AB : AE :: AE : AS$); *sur le Diametre* EB *décrivez le Cercle* EKB *rencontrant* EL *en* K, *prenez* LO *troisiéme proportionelle à* LK, *&* LE, *du même côté de* L *que* LK;

& O sera le Centre de la Courbure de l'Orbe en L, *&* LO *son Rayon.*

Parce que EL & *el* sont perpendiculaires à l'Orbe aux Points L & *l*, qu'on les prolonge & leur derniere intersection O sera le Centre de la Courbure en L. Prolongez *qe* jusqu'à ce qu'elle rencontre LE en V, joignez SV & l'Angle S*e*V = *qea* = LEA = SEV; par conséquent l'Angle *e*VE = *e*SE, l'Angle EVS = *e*ES & l'Angle EVS = E*e*S, & SV est en derniere raison perpendiculaire à EO. Maintenant l'Angle EO*e* est en derniere raison à EV*e* (= ES*e*) comme EV à EO, c'est-à-dire (à cause que EV : EK : : ES : EB : : AS : AE) comme EK × AS à EO × AE. Mais le mouvement angulaire de EL étant égal au mouvement angulaire de EA, tandis que le Cercle EMF roule sur le Point E, LE*l* est par conséquent en derniere raison égal à AE*a*, qui est à ES*e* comme SA à AE; & EO*e* étant à LE*l* comme EL à LO, il suit que EO*e* : ES*e* : : SA × EL : AE × LO : : EK × SA : EO × AE. Donc EL : LO : : EK : EO & EL : LK : : LO : EL, ou LK, LE & LO sont en proportion continuelle. Ce Théorême sert à déterminer le Rayon de Courbure des Epicycloïdes & des Cycloïdes de toutes sortes; seulement lorsque la Base E*e* est une ligne droite, AB s'évanouit, & EB devient égale à EA.

Coroll. I. Lorsque AL ou AC est moindre qué AB, alors (parce que LO est toujours du même côté du Point L que LK) l'Orbe est concave vers S dans toutes ses parties. Lorsque AC = AB, la Courbure à la conjonction s'évanouit ou la Courbe y a un Point de *Rectitude.* Lorsque AC est plus grande que AB (ou AS × $\frac{tt}{TT}$) une partie de l'Orbe près la conjonction est convexe vers S, parce qu'une partie du Cercle CLD tombe dans le Cercle BKE; & Lorsque L vient à l'une des intersections de ces deux Cercles, l'Orbe a un Point de Courbure contraire*.

* *Si* AC = AE, *ces Points se rencontrent de nouveau & forment*

Coroll. II. Dans le cas de la Lune *tt* : TT : : 1 : 178, & AB $= \frac{1}{178} \times$ AS ; mais AC eſt environ $\frac{1}{337} \times$ AS ; par conſéquent AC eſt moindre que AB, & l'Orbe de la Lune eſt concave vers le Soleil dans toutes ſes parties.

PROPOSITION III.

Que AB : AS : : *tt* : TT, *& la Force par laquelle l'Orbe du Satellite peut être décrit ſur un Plan immobile ſera toujours dirigée au Point* B *ſur le Rayon* AS, *& meſurée par* BL *diſtance du Satellite au Point* B, *la Gravité de la Planete principale vers le Soleil étant repréſentée par* BA.

Concevons la Force par laquelle cet Orbe pourroit être décrit, ſur un Plan immobile, réſolue en une Force qui agit dans la direction LO, perpendiculaire à l'Orbe qu'elle courbe, mais qui n'a aucun effet ſur la viteſſe du Satellite, & une Force perpendiculaire à LO qui accélere ou retarde le mouvement du Satellite. La premiere de ces Forces eſt meſurée par LK, la derniere par BK, la Gravité de la Planete principale vers le Soleil étant meſurée par AB ; car la premiere eſt à la Gravité de la Planete principale vers S comme $\frac{EL^2}{LO}$ à $\frac{EA^2}{AS}$ (ces Forces étant directement comme les Quarrés des viteſſes, & réciproquement comme les Rayons de la Courbure) c'eſt-à-dire comme LK à AB par la Prop. II. Par conſéquent la Gravité de la Planete principale étant repréſentée par AB, la premiere Force ſera meſurée par LK.

La ſeconde Force qui agit ſur le Satellite dans la direction de la Tangente à ſon Orbe, & qui accélere ou retarde ſon mouvement, eſt comme la Fluxion de la vi-

une pointe : & ſi AC eſt plus grande que AE, l'Orbe a un nœud : ce dernier cas eſt celui du plus intérieur des Satellites de Jupiter & de Saturne.

teſſe EL directement & la Fluxion du tems réciproment. La Fluxion du tems eſt meſurée par $\frac{Aa}{EA}$ (A*a* étant l'Arc parcouru par la Planete principale, & EA la viteſſe avec laquelle elle le parcourt ($= \frac{Ee}{EB} = \frac{rm}{EB} = \frac{lq \times AE}{EB \times AC}$ $=$ (ſuppoſant *an* & *qu* perpendiculaires à *el* en *n* & *u*, parce que *lq* : *lu* : : *ac* : *an*, ou AC : AN. ($= \frac{AE \times lu}{EB \times AN} = \frac{lu}{BK}$. Par conſéquent la Force qui eſt meſurée par *lu*, Fluxion de la viteſſe E*l* ou EL, diviſée par la Fluxion du tems, ou $\frac{lu}{BK}$, eſt meſurée par BK. La Force, donc, dans la direction LE étant méſurée par LK, & la Force dans la direction perpendiculaire KB par KB, la Force compoſée eſt méſurée par LB, & eſt dirigée de L en B.

Il paroît par ce qui a été démontré que l'Orbe peut être décrit par une Force dirigée vers le Point B, (qui eſt donné ſur le Rayon AS, mais qui fait ſa Révolution avec ce Rayon autour de S) ou par des Forces quelconques qui, combinées enſemble, produiſent une Force, tendant vers B, & toujours proportionnelle à LB, diſtance du Satellite au Point B. Que LH ſoit égale & parallele à AB, ABHL ſera un Parallelogramme, & la Force LB pourra être compoſée de LH & LA ; c'eſt-à-dire la Force LB peut réſulter d'une Force LH agiſſant ſur le Satellite, égale & parallele à AB, Gravité de la Planete principale vers le Soleil, & d'une Force LA tendant à la principale, & égale à la Gravité par laquelle le Satellite décriroit le Cercle CLD autour de la Planete principale, dans le même tems périodique *t*, ſi le Soleil n'exiſtoit pas ; parce qu'une telle Force eſt à la Gravité de la Planete principale vers le Soleil repréſentée par AB, comme $\frac{AL}{tt}$ à $\frac{AS}{TT}$, ou comme AL à $AS \times \frac{tt}{TT} = AB$.

Ainſi nous arrivons à la même concluſion que M. le Chevalier Newton a déduite, d'une maniere plus

abregée, de l'Analyse des mouvemens d'un Satellite, à sçavoir, que tandis que le Satellite gravite vers la Planete principale, si en même tems le Soleil agit sur lui avec la même Force que sur cette Planete principale, & dans une direction parallele, il fera sa Révolution autour de la principale, de la même maniere que si cette derniere étoit en repos, & qu'il n'y eut point d'action Solaire. Ces deux Forces la Gravitation vers la Planete principale, & une Force égale & parallele à cette Gravitation de la principale vers le Soleil, sont exactement suffisantes pour expliquer le mouvement composé du Satellite dans son Orbe, quelque complexe que cette Courbe puisse paroître. Il n'y a aucune altération dans le mouvement du Satellite, que celle qui résulte de l'inégalité de la Gravité du Satellite & de la Planete principale vers le Soleil, ou de ce qu'elles n'agissent pas en lignes paralleles. Si nous supposions ces Corps se mouvoir autour de leur Centre commun de Gravité, tandis qu'il seroit lui-même emporté autour du Soleil, ou si on supposoit que les Orbites fussent elliptiques, on trouveroit toujours les conclusions d'accord avec celles que ce grand homme à déduites par un moyen plus court.



CHAPITRE VI.

De la Figure de la Terre, & de la Précession des Equinoxes.

1. SI la Terre étoit fluide & n'avoit point de mouvement sur son Axe, la Gravitation égale de ses parties l'une vers l'autre lui donneroit une figure exactement sphérique, les Colomnes de la Surface au Centre se soutenant mutuellement l'une l'autre à hauteurs égales. Mais à cause de la Rotation diurne de la Terre sur son Axe, la Gravité des parties sous l'Equateur est diminuée par la Force Centrifuge produite par cette Rotation ; la Gravité des parties de l'un ou de l'autre côté de l'Equateur est moins diminuée à mesure que la vitesse de Rotation est moindre, & que la Force Centrifuge qui en résulte agit moins directement contre la Gravité de ces parties ; enfin la Gravité sous les Poles n'est point du tout affectée par la Rotation. L'Equilibre qui étoit supposé parmi ses parties ne subsistera donc plus dans une Figure Sphérique, mais sera détruit par l'inégalité de leur Gravitation jusqu'à ce que l'Eau s'éléve sous l'Equateur & s'abbaisse sous les Poles, ensorte qu'une plus grande hauteur sous l'Equateur compense l'excès de Gravité sous les Poles ; ensorte qu'en prenant une hauteur moyenne dans les lieux intermédiaires, toute la Terre devienne de la forme d'un Sphéroïde applati, dont le Diametre sous l'Equateur soit la Ligne la plus grande, & l'Axe la moindre, de toutes celles qui pourront passer par le Centre.

2. Si la Gravité d'un Corps sous l'Equateur étoit détruite, le mouvement de Rotation le feroit échapper par

par une Tangente à la Terre; & en se mouvant suivant la Tangente, il s'éleveroit, dans une seconde de tems, au-dessus du Corps Sphérique de la Terre, autant qu'une extrémité de l'Arc que les Corps y décrivent, dans une seconde, s'abbaisse au-dessous de la Tangente, tirée à l'autre extrémité : on a trouvé que cet Espace étoit d'environ 7, 54 lignes, mesure de France. L'effet de la Force Centrifuge des Corps à l'Equateur, dans une seconde de tems, est proportionnel à cet Espace. L'effet de la Force Centrifuge à un lieu quelconque éloigné de l'Equateur, par exemple à Paris, est moindre pour les raisons ci-dessus mentionnées, & on trouve par le calcul qu'elle n'y pourroit produire qu'un mouvement de 3, 267 lignes, dans une seconde. Ajoutez à cela l'Espace que l'on a découvert, par diverses expériences, que les Corps parcourent en conséquence de leur Gravité à Paris; sçavoir, 15 pieds 1 pouce & 2 lignes, & la somme 2177, 267 lignes exprimera l'Espace que les Corps parcourroient par leur Gravité, dans une seconde de tems, s'il n'y avoit point de Force Centrifuge. En comparant cette quantité avec l'effet de la Force Centrifuge sous l'Equateur, dans le même-tems, nous trouverons que cette Force y est la $\frac{1}{289}$ partie de la Puissance de la Gravité, parce que 7, 54 est à 2177, 267, comme 1 à 289.

3. De-là il suit qu'un Corps sous l'Equateur perd au moins $\frac{1}{289}$ de sa Gravité; & que l'Equateur doit être pour le moins $\frac{1}{289}$ plus élevé que les Poles. Mais comme les parties de l'Equateur perdent toujours de leur Gravité, à mesure qu'elles s'éloignent du Centre de la Terre, & que le cours régulier de la Gravité est altéré par le changement de Figure, ce n'est pas-là la vraie Proportion de la hauteur de la Terre sous l'Equateur, à sa hauteur sous les Poles.

Le Chevalier Newton avoit tant de sagacité qu'il

ne manquoit jamais de trouver quelqu'expédient qui pût le mettre en état de déterminer ce qu'il cherchoit, exactement, ou du moins sans s'écarter que bien peu de la vérité. Afin donc de procéder avec succès dans ces recherches si fertiles en difficultés, il suppose, comme une hypothése, que l'Axe de la Terre est au Diametre de l'Equateur, comme 100 à 101; il détermine de-là qu'elle doit être la Force Centrifuge sous l'Equateur, afin que la Terre puisse prendre une telle forme, & il trouve qu'elle devroit être $\frac{4}{505}$ de la Gravité, & que par conséquent elle excéderoit la Force Centrifuge actuelle, qui n'est que $\frac{1}{289}$ de la Gravité. Par la regle de Proportion, il dit, que si une Force Centrifuge égale à $\frac{4}{505}$ de la Gravité rendoit la Terre plus élevée sous l'Equateur que sous les Poles de $\frac{1}{100}$ de la hauteur entiere sous les Poles, une Force Centrifuge, qui est la $\frac{1}{289}$ partie de la Gravité, la rendroit plus élevée d'une quantité proportionnelle, qu'on trouve par le calcul $\frac{1}{229}$ de la hauteur sous les Poles; ainsi notre Auteur découvre que le Diametre à l'Equateur est au Diametre aux Poles, ou à l'Axe, comme 230 à 229 (*a*).

4. Dans ce calcul, on suppose la Terre d'une densité uniforme par tout, mais si elle est plus dense près du Centre, les Corps seront alors plus attirés sous les Poles par ce surcroît de matiere, parce qu'ils en seront plus près; & pour cette raison, l'excès du demi-Diamétre de l'Equateur sur la moitié de l'Axe sera différent. Ce que nous avons dit d'une Terre supposée fluide doit aussi s'appliquer à la Terre telle qu'elle

* On sçait combien cette Théorie se trouve d'accord avec les Observations des célébres Académiciens, qui ont été envoyés par le Roi jusqu'au fonds du Nord, pour terminer cette fameuse Question de la Figure de la Terre; ils ont seulement trouvé que le Diametre de l'Equateur avoit une plus grande proportion à l'Axe de la Terre que celle qui résulte du Calcul de M. Newton. L'accélération du Pendule vers le Pole est aussi un peu plus grande que ce Grand-Homme ne l'avoit déterminée.

eſt actuellement; car ſi elle n'avoit pas cette figure dans ſes parties ſolides, mais qu'elle fut Sphérique, l'Océan ſe répandroit ſur toutes les Régions de l'Equateur, & laiſſeroit les Régions Polaires élevées pluſieurs milles au-deſſus du niveau de la Mer; au lieu que nous trouvons que les unes ne ſont pas plus élevées au-deſſus du niveau de l'Océan, que les autres.

5. La Planete de Jupiter fait ſa Révolution ſur ſon Axe avec beaucoup plus de rapidité que notre Terre, & finit ſa Rotation diurne en moins de dix heures. La denſité de cette Planete eſt auſſi moindre, & par conſéquent, ſa Figure differe plus d'une Sphere que celle de la Terre, & ſon Diamétre à l'Equateur excéde ſon Axe en plus grande proportion. Leur différence eſt ſi ſenſible qu'on trouve, par les Obſervations des Aſtronomes, qu'ils ſont l'un à l'autre comme 13 eſt à 12.

6. La diminution de la Gravité des Poles vers l'Equateur, eſt très-manifeſte par le mouvement des Pendules. Un Pendule qui oſcille en une ſeconde dans les Régions Septentrionales, lorſqu'il eſt tranſporté ſous l'Equateur, ſe meut toujours trop lentement, & doit néceſſairement être accourci pour oſciller exactement dans une ſeconde. On conclud de-là que la Gravité y eſt moindre; & cette Obſervation confirme le mouvement diurne de la Terre &, en même-tems, ſa Figure Sphéroïde applatie. C'eſt auſſi une conſéquence de cette Figure de la Terre, que les degrés dans un Méridien doivent augmenter de l'Equateur aux Poles; mais la différence eſt ſi petite, qu'elle ne peut être découverte par l'Obſervation, que dans des Latitudes qui different conſidérablement l'une de l'autre; & la variation des degrés qui ſont près les uns des autres paroît, par les calculs de notre Auteur, incomparablement moins propres à faire juger de la Figure de la Terre, que le mouvement des Pendules, dont la moindre variation devient très-ſenſible, dans un grand nombre de vibrations.

7. Quelques perſonnes ſe ſont imaginées que la lenteur des Pendules, ſous l'Equateur, pouvoit être cauſée par la chaleur, en ce qu'elle augmente la longueur de la verge du Pendule : mais le Chevalier Newton a démontré que cela ne pouvoit produire qu'une très-petite partie de l'effet. M. Richer, qui faiſoit ſes Obſervations avec grand ſoin, trouva qu'un Pendule qui oſcilloit dans une ſeconde de tems, à l'Iſle Cayenne, étoit plus court d'une ligne & un quart que celui qui faiſoit ſes vibrations à Paris dans le même-tems. M. Newton, fondé ſur de bonnes raiſons, penſe qu'on doit attribuer à l'effet de la chaleur, une différence de la ſixiéme partie d'une ligne ; & la ſouſtrayant de la différence obſervée par M. Richer, le reſte, 1 ligne & $\frac{1}{12}$ de ligne eſt la différence dûe à la diminution de la Gravité, ce qui eſt très-conforme à ce que notre Auteur déduit de ſa Théorie. Cette Obſervation s'accorde avec cette même Théorie, à compter dix-ſept milles pour l'excès de la hauteur de la Terre à l'Equateur, ſur ſa hauteur aux Poles.

8. M. Newton a expliqué la Préceſſion des Equinoxes par la Figure Sphéroïde applatie de la Terre. On ſuppoſe communément que tandis que la Terre ſe meut dans ſon Orbite autour du Soleil, ſon Axe continue d'être parallele à lui-même, enſorte qu'il forme avec l'Ecliptique un Angle invariable d'environ $66\frac{1}{2}$ degrés : d'où il ſuit que le Plan de l'Equateur eſt incliné à l'Ecliptique d'un Angle de $23\frac{1}{2}$ degrés, & que prolongé il paſſe par le Centre du Soleil, deux fois ſeulement dans chaque Révolution. Les Points des Cieux, où le Centre du Soleil paroît être dans ces deux cas, ſont appellés les Points Equinoxiaux. Dans toutes autres parties de la Terre, le Soleil eſt de l'un des côtes du Plan de l'Equateur, c'eſt-à-dire, au Nord de ce Plan durant la moitié de l'année en Eté, & au Midi pendant l'autre moitié en Hyver. Ces Points Equinoxiaux

ne sont pas fixes dans les Cieux, mais ils ont un Mouvement lent d'Orient en Occident, parmi les Etoiles, d'environ 50″ dans une année; & de-là il suit que l'intervalle du tems entre un Equinoxe & le retour de ce même Equinoxe, dans la Révolution suivante de la Terre, que les Astronomes appellent l'année Tropique, est de quelques minutes plus court que l'Année Périodique, ou le tems dans lequel la Terre fait sa Révolution d'un Point de son Orbite, jusqu'à ce qu'elle retourne de nouveau à ce même Point; & parce que le Mouvement rétrograde des Points Equinoxiaux, avance ainsi le tems de chaque Equinoxe, un peu plûtôt qu'il ne seroit arrivé sans cela, on appelle ce Phénomene la Précession des Equinoxes. Les Philosophes qui soutenoient le Systême de Ptolomée attribuerent ce Mouvement aux Etoiles fixes; & suivant leur coûtume, ils ne firent pas scrupule d'imaginer une Sphere pour cet effet, qu'ils supposerent tourner d'un Mouvement très-lent sur les Poles de l'Ecliptique, & emporter avec elle toutes les Etoiles fixes; au lieu que ce Phénomene s'explique par un mouvement rétrograde des Nœuds de l'Equateur & de l'Ecliptique, semblable au Mouvement des Nœuds de l'Orbite de la Lune.

On a fait voir ci-dessus comment l'action du Soleil produit le Mouvement rétrograde des Nœuds de la Lune; & il suit des mêmes principes, que si une Planete faisoit sa Révolution autour de la Terre près de sa Surface dans le Plan de l'Equateur, ses Nœuds rétrograderoient aussi, quoique plus lentement que ceux de la Lune, à proportion que sa distance au Centre de la Terre seroit moindre que celle de la Lune. Supposons que le nombre de ces Planetes soit augmenté jusqu'à ce qu'elles se touchent l'une l'autre, & forment un anneau dans l'Equateur, les Nœuds de cet anneau rétrograderoient de la même maniere que les Nœuds de l'Orbite de chacune de ces Planetes en particulier. Sup-

posons alors que cet anneau soit adhérent à la Terre; ses Nœuds rétrograderoient toujours, mais d'un mouvement beaucoup plus lent, parce que l'Anneau devroit mouvoir toute la Terre à laquelle il est supposé adhérent. L'élévation des parties de l'Equateur de la Terre a le même effet qu'auroit cet Anneau; seulement le mouvement des Nœuds de l'Equateur, ou des Points Equinoxiaux, est plus lent, parce que les parties accumulées de la Terre, qui l'empêchent d'être d'une Figure Sphérique, sont répandues sur sa Surface, & ont un effet moindre que si elles étoient rassemblées dans le Plan de l'Equateur, sous la forme d'un Anneau. La Lune a une plus grande force sur cet Anneau que le Soleil, parce qu'elle est beaucoup moins éloignée de la Terre; & ils contribuent l'un & l'autre à produire le mouvement rétrograde des Points Equinoxiaux: le mouvement cependant qu'ils produisent est si lent, que ces Points n'emploieront pas moins de 25000 ans, à finir une Révolution. Notre Auteur a déterminé la quantité de ce mouvement par ses causes, & le résultat de sa Théorie est parfaitement d'accord avec les Observations des Astronomes.

Il y a un autre effet de l'action du Soleil & de la Lune sur cet Anneau, qui est trop peu considérable pour être sensible dans les Observations Astronomiques: c'est-à-dire que l'inclinaison de l'Anneau à l'Ecliptique diminue & augmente alternativement, deux fois chaque année.



CHAPITRE VII.

Du Flux & Réflux de la Mer.

CE n'eſt pas ſeulement dans les mouvemens des Corps céleſtes que les effets de leur Gravitation mutuelle ſe manifeſtent, car nous allons maintenant faire voir qu'un Phénomene qui ſe paſſe ſur la Terre, & qui eſt connu de tout le Monde, provient du même Principe; je veux dire le Flux & Reflux de la Mer, dont la ſolution étoit devenue par le peu de ſuccès de ceux qui l'avoient tentée avant M. le Chevalier Newton, le ſujet d'un reproche continuel à la Philoſophie. Mais il a pleinement & évidemment expliqué ce Phénomene, par les Gravitations inégales des parties de la Terre vers le Soleil & la Lune. Comme cette queſtion eſt très-fameuſe, il ſera fort à propos d'inſiſter au long ſur la maniere de la réſoudre.

Il eſt évident que ſi la Terre étoit entiérement fluide & en repos, ſes parties par leur Gravitation les unes vers les autres formeroient d'elles-mêmes une Sphere exacte. Suppoſons maintenant que quelque Puiſſance agiſſe ſur toutes les parties de cette Terre, avec une Force égale & dans des directions paralleles, toute la maſſe ſera mue par une telle Puiſſance, mais ſa Figure ne ſouffrira par là aucune altération; parce que toutes les parties étant également mues par cette Puiſſance en lignes paralleles, elles conſerveront la même ſituation les unes reſpectivement aux autres, & formeront toujours une Sphere, dont le Centre aura le même mouvement que chaque partie. Car de même qu'une goutte d'Eau, tandis qu'elle tombe vers la Terre, retient ſa Figure ſphérique, & que la ſituation des

Corps dans un Vaiſſeau, qui avance d'un mouvement uniforme, n'eſt pas affectée par un mouvement commun au Vaiſſeau & à tous les Corps qu'il contient; ainſi la ſituation des parties de la Terre, les unes reſpectivement aux autres, ne peut être affectée par aucune Puiſſance qui agiſſe avec la même Force, & dans la même direction, ſur chaque partie en particulier, & qui leur imprime à toutes le même mouvement.

Nous avons déja démontré que les parties de la Terre gravitent vers la Lune, & que ſi la Gravitation étoit par tout la même & agiſſoit dans la même direction, elle n'auroit point d'effet ſur la Figure de la Terre; enſorte que ſi le mouvement de ce Globe autour du Centre commun de Gravité de ſon Syſtême particulier étoit détruit, & que la Terre fut abandonnée à l'influence de ſa Gravitation vers la Lune, alors tombant vers cette Planete, elle retiendroit ſa Figure Sphérique, toutes ſes parties étant également emportées, & conſervant par conſéquent la même ſituation les unes reſpectivement aux autres.

Mais les actions de la Lune ſur différentes parties de la Terre ſont inégales; car ſuivant la Loi générale, les parties les plus proches de la Lune ſont les plus attirées, & celles qui en ſont les plus éloignées éprouvent moins l'action de cette Planete: Enfin celles qui ſont à une diſtance moyenne ſont attirées avec un dégré de force moyen. Cette Puiſſance n'agit pas non plus ſur toutes les parties en lignes paralleles, mais ſuivant des lignes dirigées vers le Centre de la Lune: & pour toutes ces raiſons la Figure Sphérique de la Terre doit ſouffrir quelque changement par l'action de la Lune.

Suppoſons que la Terre tombe vers la Lune comme auparavant, & faiſons abſtraction de la Gravitation mutuelle de ſes parties les unes vers les autres, auſſi bien que de leur cohéſion. On comprendra alors aiſément que les parties les plus proches de la Lune tomberoient avec

une

une plus grande viteſſe, étant plus fortement attirées, & qu'elles laiſſeroient en arriere le Centre ou le plus grand volume de la Terre dans leur chûte; tandis que les parties les plus éloignées tomberoient d'un mouvement plus lent, étant moins attirées que le reſte, & ſeroient laiſſées un peu en arriere par le principal volume de la Terre, enſorte qu'elles ſe trouveroient à une plus grande diſtance de ſon Centre qu'au commencement du mouvement. D'où il eſt manifeſte que la Terre perdroit bientôt ſa Figure ſphérique, & deviendroit un Sphéroïde oblong, dont le plus long Diametre ſeroit dirigé au Centre de la Lune. Si les parties de la Terre ne gravitoient pas les unes vers les autres, mais ſeulement vers la Lune, les diſtances entre les parties de la Terre ſuppoſées les plus près de la Lune, & les parties centrales, augmenteroient continuellement à cauſe de la plus grande viteſſe des premieres dans leur chûte; & la diſtance entre les parties centrales, & celles qui ſont les plus éloignées de la Lune, augmenteroit auſſi continuellement en même tems, celles-ci étant laiſſées en arriere parce qu'elles ne ſuivroient les autres qu'avec une viteſſe moindre. Ainſi la Figure de la Terre deviendroit oblongue de plus en plus, celui de ſes Diametres qui tendroit vers la Lune augmentant continuellement.

Mais ce n'eſt pas là la ſeule raiſon pourquoi la Terre prendroit bientôt une forme Sphéroïde oblongue, ſi rien n'empêchoit ſes parties de tomber librement par leur Gravité vers le Centre de la Lune. Les parties latérales de la Terre (c'eſt-à-dire celles qui ſont à la diſtance d'un quart de Cercle du Point qui eſt directement au-deſſous de la Lune) & les parties centrales deſcendant avec des viteſſes égales, vers le même Point, ſçavoir le Centre de la Lune, s'approcheroient auſſi en même tems les unes des autres, & leur diſtance devenant moindre, les Diametres de la Terre qui les traverſent

diminueroient aussi; ensorte que le Diametre dirigé vers la Lune augmenteroit, & les Diametres perpendiculaires à la ligne qui joint les Centres de la Terre & de la Lune diminueroient en même tems, & rendroient par cette raison la Figure du Globe terrestre encore plûs oblongue.

Considérons maintenant que les parties de la Terre gravitent vers son Centre; & comme cette Gravitation excéde considérablement l'action de la Lune, & surpasse encore beaucoup plus les différences de ses actions sur les diverses parties de la Terre, l'effet qui résultera des inégalités de ces actions de la Lune, ne sera qu'une légere diminution de la Gravité de ces parties de la Terre, qu'elle s'efforçoit dans notre premiere supposition de séparer du Centre de ce Globe, & une petite addition à la Gravité des parties qu'elle tendoit à approcher de ce même Centre; c'est-à-dire les parties de la Terre qui sont les plus proches de la Lune, & celles qui en sont les plus éloignées, auront leur Gravité vers le Centre de la Terre quelque peu diminuée; au lieu que celle des parties latérales sera augmentée. D'où il suit que si la Terre étoit supposée fluide les Colomnes du Centre aux parties les plus proches & les plus éloignées s'éléveroient, jusqu'à ce que, par leur plus grande hauteur, elles fussent en état de contrebalancer les autres Colomnes, dont la Gravité ne seroit pas autant diminuée, ou même seroit augmentée par les inégalités de l'action de la Lune; & ainsi la Figure de la Terre supposée fluide seroit encore un Sphéroïde oblong.

Nous avons supposé jusqu'ici que la Terre tombe vers la Lune par sa Gravité. Considérons maintenant la Terre comme projettée dans quelque direction, en sorte qu'elle se meuve autour du Centre de Gravité de son Systême: il est manifeste que chaque partie, par sa Gravité vers la Lune, s'efforcera de s'écarter autant de

la Tangente, à chaque instant, que s'il étoit libre à la Terre de tomber vers la Lune; de la même maniere que tout Projectile, à notre Globe, s'écarte de la ligne de Projection autant qu'il tomberoit par sa Gravité suivant la perpendiculaire en tems égal. Donc les parties de la Terre les plus proches de la Lune s'efforceront de s'écarter le plus de la Tangente, & celles qui sont les plus éloignées de cette Planete tendront à s'écarter de la Tangente, moins que toutes les autres parties de la Terre ; & par conséquent la Figure de ce Globe sera la même que s'il tomboit librement vers la Lune c'est-à-dire, la Terre affectera toujours une Figure sphéroïdale ayant son plus long Diametre dirigé vers la Lune.

On doit remarquer ici avec beaucoup de soin que ce n'est pas l'action de la Lune, mais les inégalités de cette action, qui produisent quelque changement dans la Figure de la Terre ; & que si cette action étoit la même dans toutes les parties que dans celles qui sont au Centre, & si elle produisoit son effet dans la même direction, il ne s'ensuivroit aucun changement. C'est pourquoi M. Newton, pour expliquer ce Phénomene, conçoit d'abord l'Attraction des parties centrales répandue avec une Force égale sur toutes les parties, dans la même direction, & ensuite il regarde les inégalités, comme l'effet d'une Puissance ajoutée de surcroît, & dirigée vers la Lune lorsqu'il y a un excès, & dans une ligne opposée lorsqu'il y un défaut, dans l'Attraction des parties, comparée avec celle des parties centrales : car de cette maniere dans le premier cas où l'attraction excéde celle des parties centrales, elle sera exprimée par la somme de ces deux Forces, dont au contraire la différence exprimera cette même Attraction, dans le second cas, où elle est moindre que celles des parties centrales. Et lorsque les effets de ces Puissances sont considérés en tant qu'ils affectent la Figu-

re de la Terre, il eſt manifeſte qu'ils doivent produire un Sphéroïde oblong, tel que nous nous l'avons décrit; la Force de ſurcroît tirant vers la Lune les parties qui ſont les plus près d'elle, & par conſéquent les éloignant du Centre de la Terre, tandis qu'elle tire dans une direction oppoſée les parties qui ſont les plus éloignées de la Lune, & par conſéquent les écarte auſſi du Centre du Globe Terreſtre.

L'action de la Lune ſur les parties latérales ſe décompoſe en deux, l'une égale & parallele dans ſa direction à ſon action ſur les parties centrales, & l'autre dirigée de ces parties latérales vers le Centre de la Terre. La premiere ne peut avoir d'effet ſur la Figure de ce Globe, étant conſidérée comme commue à toutes les parties, & par conſéquent elle doit être négligée dans cette recherche; c'eſt l'autre qui ajoute à la Gravité des parties latérales vers le Centre de la Terre, & en ajoutant au poids des Colomnes latérales, elle leur fait ſoûtenir les autres Colomnes quoique plus élévées, mais dont la Gravité eſt diminuée par l'action de la Lune: & la Puiſſance qui altére la Figure ſphérique doit être eſtimée comme la ſomme de deux Puiſſances, celle qui eſt ajoutée à la Gravité des parties latérales, & celle qui eſt retranchée de la Gravité des autres.

Nous avons juſqu'ici fait abſtraction du mouvement de la Terre ſur ſon Axe: mais on doit auſſi y avoir égard afin de connoître l'effet réel des actions de la Lune ſur la Mer. Si ce n'étoit ce mouvement, le plus long Diametre de la Figure ſphéroïde, que la Terre prendroit, ſeroit dirigé au Centre de la Lune; mais, à cauſe du mouvement de toute la maſſe de la Terre ſur ſon Axe d'Occident en Orient, la partie la plus élévée de l'Eau ne répond plus préciſement à la Lune, mais elle eſt emportée au-delà de ce Globe vers l'Orient dans la direction de la Rotation.

L'Eau continue de s'élever, après qu'elle a paſſé directement ſous la Lune, quoique l'action immédiate de cette Planete commence alors à diminuer, & elle ne parvient à ſa plus grande élévation qu'après s'être avancée plus loin de la moitié d'un quart de Cercle. Elle continue de baiſſer après qu'elle a paſſé à 90 dégrés de diſtance du Point qui eſt directement ſous la Lune, quoique la Force que la Lune ajoûte à ſa Gravité commence alors à décroître. Car l'action de la Lune ajoute encore à ſa Gravité & la fait baiſſer juſqu'à ce qu'elle ſoit avancée plus loin de la moitié d'un quart de Cercle. La plus grande élévation, donc, n'eſt pas dans les Points qui ſont dans une même ligne avec les Centres de la Terre & de la Lune, mais à environ la moitié d'un quart de Cercle à l'Orient de ces Points dans la direction du mouvement de Rotation.

Ainſi il paroît que la figure Sphéroïde, que la Terre prendroit, ſi elle étoit fluide, ſeroit ſituée de ſorte que le plus long Diamétre ſe dirigeroit à l'Orient de la Lune, ou que la Lune ſeroit toujours à l'Occident du Méridien des parties les plus élevées. Suppoſons maintenant une Iſle dans ce Fluide, elle s'approchera, dans chaque Révolution, des parties élevées de ce Sphéroïde, & l'Eau montera néceſſairement deux fois chaque jour Lunaire ſur le rivage de cette Iſle; & le tems de la plus grande hauteur de l'Eau ſera lorſque l'Iſle s'approchera de ces parties élevées, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle aura paſſé à l'Orient de la Lune, ou lorſque la Lune ſe trouvera à quelque Diſtance à l'Occident du Méridien.

Nous n'avons examiné juſqu'ici que l'action de la Lune; mais il eſt évident que, pour les mêmes raiſons, l'inégalité de l'action du Soleil ſur les différentes parties de la Terre produiroit un effet ſemblable, & cauſeroit ſeule une pareille altération dans la figure Sphérique d'un Globe ſuppoſé fluide. A la vérité l'effet du Soleil;

à cause de sa distance immense, doit être considérablement moindre, quoique la Gravité vers le Soleil soit beaucoup plus grande. Car ce ne sont pas leurs actions, mais seulement les inégalités des actions de chacun de ces Corps, qui ont quelqu'effet, comme nous l'avons souvent remarqué. La distance du Soleil est si grande, que le diametre de la Terre est comme un Point respectivement à cette distance, & la différence entre les actions du Soleil sur les parties les plus proches & les plus éloignées devient, par-là, beaucoup moindre qu'elle ne seroit si le Soleil étoit aussi près de nous que la Lune, dont la distance est d'environ 30 Diamétres de la Terre. C'est ainsi que l'inégalité de l'action de la Terre sur les parties d'une goutte d'eau est absolument insensible, parce que le Diametre de de la goutte est une quantité qui s'évanouit, comparée avec sa distance au Centre de la Terre.

Cependant le Volume immense du Soleil rend son effet encore sensible à une distance si considérable; & par conséquent, quoique le Flux & Reflux soit principalement dû à l'action de la Lune, celle du Soleil y ajoute sensiblement, lorsque ces Puissances agissent ensemble de concert, comme dans la nouvelle & pleine Lune, tems auquel ces deux Globes se trouvent à peu près dans la même Ligne avec le Centre de la Terre, & par conséquent unissent leurs Forces; de sorte que les Marées sont alors les plus grandes, & c'est ce qu'on appelle les *Vives-eaux ou Reverdies*. L'action du Soleil diminue l'effet de l'action de la Lune dans les Quadratures, parce que l'une, dans ce cas, éleve l'eau, tandis que l'autre l'abbaisse; & par conséquent, les Marées sont alors les moindres, & nous les appellons *Mortes eaux*. Quoiqu'à parler exactement, les Vives-eaux & les Mortes-eaux ne doivent arriver que quelque tems après, parce qu'il en est de ce cas, comme de tous les autres

où nous avons remarqué que l'effet n'eſt pas le plus grand ou le moindre, lorſque l'influence immédiate de la cauſe eſt la plus grande ou la moindre. De même que la plus grande chaleur, par exemple, n'eſt pas au jour du Solſtice, où l'action immédiate du Soleil eſt la plus forte, mais quelque tems après.

Pour qu'on puiſſe entendre cela plus clairement, on n'a qu'à faire attention, que quoique les actions du Soleil & de la Lune vinſſent à ceſſer à ce moment, cependant les Marées continueroient d'avoir leur cours pendant quelque-tems: car l'Eau parvenue à ſa plus grande hauteur, retomberoit enſuite, & ſe répandroit ſur les parties plus baſſes, juſqu'à ce que, par ce mouvement de deſcente, étant accumulée à une trop grande hauteur, elle revint néceſſairement de nouveau à ſon premier état; quoique cependant ſon élévation diminueroit de plus en plus, par la réſiſtance qui réſulteroit du frottement de ſes parties. Ainſi on la verroit quelque tems dans une agitation ſemblable à celle où elle eſt actuellement. Les Vagues de la Mer qui perſiſtent après que la tempête a ceſſé, & preſque tous les mouvemens qui peuvent ſe produire dans un fluide, confirment ce que nous venons de remarquer.

L'élévation de l'Eau ne répond pas toujours à la même ſituation de la Lune, mais elle arrive quelquefois plûtôt, quelquefois plus tard que ſi la Lune agiſſoit ſeule ſur la Mer. Ce Phénomene vient de l'action du Soleil qui éleve plutôt l'Eau, lorſque le Soleil ſeul produiroit un Flux & Reflux avant la Lune, comme il le feroit maniſeſtement dans la premiere & troiſiéme Quadratures: & cette même action retarde un peu le tems de l'élévation de l'Eau, lorſque le Soleil produiroit ſeul un Flux & Reflux plus tard que la Lune, comme dans la ſeconde & derniere Quadratures. Les différentes diſtances de la Lune à la Terre produiſent pareillement une variation ſenſible dans les Marées. Lorſque la Lune appro-

che de la Terre, son action sur chaque partie augmente, & les differences de cette action, desquelles dépendent les Marées augmentent aussi. Car son action augmente comme les Quarrés des distances diminuent; & quoique les differences des distances elles-mêmes soient égales, il y a cependant une plus grande disproportion entre les Quarrés des moindres quantités, qu'entre ceux des plus grandes. Car, par exemple, 3 excéde 2 autant que 2 surpasse 1; mais le Quarré de 2 est quadruple du Quarré de 1, tandis que le Quarré de 3 (c'est-à-dire 9) est un peu plus que le double du Quarré de 2 (qui est 4) Ainsi il paroît que la Lune s'approchant de la Terre, son action sur les parties les plus proches augmente plus vite que celle sur les parties éloignées, & que les Marées par conséquent augmentent en plus grande proportion que ne diminuent les distances de la Lune. M. Newton fait voir que les Marées augmentent à proportion que les Cubes des distances diminuent, ensorte que la Lune, à la moitié de sa distance actuelle, produiroit un Flux & Reflux huit fois plus grand. La Lune décrit une Ellipse autour de la Terre, & dans sa moindre distance produit un Flux & Reflux sensiblement plus considérable qu'à sa plus grande distance de la Terre : de-là vient que deux grandes Reverdies ne se succédent jamais l'une l'autre immédiatement; car si la Lune est à sa moindre distance de la Terre, à son renouvellement, elle doit être à sa plus grande distance, à son plein, ayant fini, dans le tems intermédiaire, la moitié d'une Révolution; par conséquent les Vives-eaux seront beaucoup moins considérables qu'elles n'étoient à la nouvelle Lune : & par la même raison, si de grandes Vives-eaux arrivent au tems de la pleine Lune, le Flux & Reflux au changement de Lune suivant sera moindre.

Il est manifeste que si le Soleil ou la Lune étoient au Pole, ils n'auroient point d'effet sur les Marées, car

car leur action éleveroit toute l'Eau sous l'Equateur à la même hauteur ; & un lieu quelconque de la Terre, en décrivant son Parallele à l'Equateur, ne rencontreroit dans sa course, aucune partie de l'Eau plus élevée qu'une autre ; ensorte qu'il n'y auroit de Flux & Reflux nulle part. L'effet du Soleil ou de la Lune est le plus grand, lorsqu'ils sont à l'Equateur ; car alors l'Axe de la Figure Sphéroïde, résultante de leur action, se meut dans le plus grand Cercle, & l'Eau se trouve dans la plus grande agitation ; c'est pour cela que les Vives-Eaux qui arrivent, lorsque le Soleil & la Lune sont l'un & l'autre dans l'Equateur, sont les plus considérables de toutes, & que les Mortes-Eaux sont les moindres environ ce tems-là. Mais les Marées produites, lorsque le Soleil est à l'un des Tropiques & la Lune dans ses Quadratures, sont plus grandes que celles qui arrivent, lorsque le Soleil est à l'Equateur & la Lune dans ses Quadratures ; parce que dans le premier cas la Lune est à l'Equateur & dans le dernier elle est à l'un des Tropiques ; & le Flux & Reflux dépendant plus de l'action de la Lune que de celle du Soleil, est par conséquent le plus considérable lorsque l'action de la Lune est la plus grande : cependant parce que le Soleil est plus près de la Terre en Hyver qu'en Eté, il suit de-là que les plus grandes Reverdies arrivent après l'Equinoxe d'Automne & avant celui du Printems.

Lorsque la Lune décline de l'Equateur vers l'un des deux Poles, l'une des plus grandes élévations de l'Eau suit la Lune, & parcourt à peu près, sur la Surface de la Terre, le Parallele qui répond à celui que la Lune paroît parcourir à cause du mouvement diurne : & la plus grande, élévation opposée, étant aux Antipodes de la premiere, doit parcourir un Parallele aussi éloigné de l'autre côté de l'Equateur ; ensorte que tandis que l'une se meut au Nord de l'Equateur, l'autre se meut au Midi à la même distance. Maintenant la plus grande

élévation, qui ſe meut du même côté de l'Equateur qu'un lieu donné, ſera plus près de ce lieu que l'élévation oppoſée, qui ſe meut dans un Parallele de l'autre côté de l'Equateur; & par conſéquent ſi un lieu eſt du même côté de l'Equateur que la Lune, le Flux & Reflux du jour ou celui qui eſt produit pendant que la Lune eſt au-deſſus de l'Horizon de ce lieu, excédera le Flux & Reflux de la Nuit, ou celui qui arrive tandis que la Lune eſt ſous l'Horizon de ce même lieu. C'eſt le contraire ſi la Lune eſt d'un côté, & le lieu propoſé de l'autre côté de l'Equateur; car alors l'élévation qui eſt oppoſée à la Lune ſe meut du même côté de l'Equateur que le lieu en queſtion, & par conſéquent en ſera plus près que l'autre élévation. Cette différence ſera la plus grande, lorſque le Soleil & la Lune ſe trouvent l'un & l'autre dans les Tropiques; parce que les deux élévations parcourent dans ce cas les deux Cercles paralleles les plus éloignés de tous ceux qu'elles puiſſent parcourir. Ainſi on trouve, par l'Obſervation, que les Marées du Soir en Eté excédent celles du Matin, & que celles du Matin en Hyver ſurpaſſent celles du Soir. On a remarqué que la différence à *Briſtol* alloit à quinze pouces, à *Plimouth* à un pied. Elle ſeroit encore plus grande ſi ce n'étoit qu'un Fluide retient toujours quelque tems le mouvement qui lui eſt imprimé; enſorte que les Marées précédentes affectent toujours celles qui les ſuivent *.

* Voyez, la *Fig. 71.* (de M. Newton) dans laquelle le Sphéroïde PApE repréſente la Terre, P *p* les Poles, AE l'Equateur, F un lieu quelconque qui ne ſoit pas dans l'Equateur, F*f* ſon Parallele, D*d* un Parallele de l'autre côté de l'Equateur, L le lieu de la Lune trois heures auparavant, H le lieu de la Terre auquel L eſt vertical, & *h* le lieu oppoſé, K*k*, lieux diſtans de 90° des deux précédens. Alors CH & C*h* meſureront les plus grandes élévations de l'Eau, & CK, C*k* les moindres. CF, C*f*, CD, C*d* ſeront les élévations en F, *f*, D, *d*. Et ſi NM eſt un Cercle du Sphéroïde, rencontrant l'Equateur & ſes Paralleles en S, R, T, CN ſera l'élévation de l'Eau en S, R, T, ou tous autres lieux dans le Cercle NM. Les plus hautes Marées à un lieu quel-

Les Phénomenes des lieux particuliers s'accordent avec ces Observarions générales, si on y a égard à la situation & à l'étendue des Mers & des Rivages. On a toujours remarqué que les Marées suivent le mouvement de la Lune, les Eaux de l'Océan s'élévant deux fois, pendant le tems qui s'écoule entre deux passages successifs de cette Planete par le Méridien d'un lieu donné; ce tems excéde un jour Solaire d'environ trois quarts d'heure, parce que la Lune, par son mouvement propre, retarde d'autant son retour au Méridien de ce même lieu. Ce que nous avons dit des effets de l'action du Soleil, qui augmentent ou diminuent ceux de l'action de la Lune, de la maniere qui a été expliquée, se trouve parfaitement d'accord avec l'Observation constante, & les Marées produites dans les lieux qui sont sur un Océan vaste & profond, où l'Eau peut aisément suivre les influences du Soleil & de la Lune, confirment cette Théorie.

Pour que les Marées puissent avoir leur Mouvement libre, l'Océan dans lequel elles sont produites doit être étendu d'Orient en Occident de 90°, ou d'un quart de Cercle de la Terre au moins; parce que les lieux où la Lune éleve & abaisse les plus le Eaux sont à cette distance l'un de l'autre. Il paroît delà que ce n'est que dans les grands Océans que de telles Marées peuvent être produites, & pourquoi dans la Mer pacifique elles excédent celles de l'Océan Atlantique. On voit aussi évidemment pourquoi les Marées ne sont pas si considérables dans la Zone Torride, entre l'Afrique & l'Amérique, où l'Océan est plus resserré,

conque F arrivent en F & *f* trois heures après le passage de la Lune par le Méridien, au-dessus ou au-dessous de l'Horizon; & les plus basses en Q trois heures après son coucher ou son Lever. Et si F & L sont du même côté de l'Equateur, le Flux du jour s'élévera plus haut que celui de la nuit, CF étant plus grande que C*f*. C'est le contraire, lorsque la déclinaison de la Lune & la Latitude d'un lieu D sont de dénominations opposées, l'une du Nord & l'autre du Midi; parce que alors CD excéde C*d*.

que dans les Zones temperées; on peut encore comprendre par là pourquoi le Flux & Reflux eſt ſi petit dans les Iſles qui ſont très-éloignées des Rivages. Il eſt manifeſte que, dans l'Océan Atlantique, l'Eau ne peut s'élever ſur un Rivage qu'elle ne deſcende ſur l'autre; enſorte que, dans les Iſles à une diſtance intermédiaire, elle doit perſiſter à peu près à une hauteur moyenne entre ſon élevation ſur l'un & ſur l'autre Rivage.

Lorſque les Marées traverſent les Bancs de ſable & s'écoulent par les détroits dans les Golphes & les Bayes, leur mouvement devient plus variable, & leur hauteur dépend d'un grand nombre de circonſtances. Le Flux & Reflux produit ſur les Côtes Occidentales d'Europe, dans l'Océan Atlantique, correſpond à la ſituation de la Lune que nous avons expoſée ci-deſſus. Ainſi l'Eau parvient à ſa plus grande élévation ſur les Côtes d'Eſpagne, de Portugal, & ſur celles de l'Occident d'Irlande, environ trois heures après le paſſage de la Lune par le Méridien. Delà elle s'écoule par les Détroits adjacens où elle trouve le moins de réſiſtance. Un Courant, par exemple, ſe répand par le Midi d'Angleterre, un autre par le Nord d'Ecoſſe : ils employent un tems conſidérable à parcourir tout cet Eſpace, & par là l'Eau s'éléve plutôt dans les lieux où ils arrivent plus promptement; & elle commençe à y baiſſer, tandis que ces Courans avancent encore à d'autres lieux plus éloignés. Lorſqu'ils reviennent ils ne peuvent pas produire de Marées, parce que l'Eau s'écoule avec trop de rapidité, juſqu'à ce que, par un autre Flux pouſſé depuis le grand Océan, le retour du Courant ſoit arrêté, & que l'Eau commence à s'élever de nouveau. La Marée emploie douze heures à venir de l'Océan au Pont de Londres, enſorte que lorſque l'Eau y eſt à ſa plus grande hauteur, une nouvelle Marée eſt déja parvenue à ſon plus haut Point d'élévation dans l'Océan; & l'Eau doit être baſſe en même tems, dans

quelques lieux intermédiaires. Dans les Détroits & les Mers resserrées, le progrès des Marées peut-être comparé à quelques égards au mouvement des vagues de la Mer. M. Newton observe aussi que, lorsque le Flux & Reflux passe sur des Bancs de sable & se répand sur des Rivages unis, l'Eau s'éléve à une plus grande hauteur que dans les Océans vastes & profonds qui ont des Bancs escarpés; parce que la Force de son mouvement ne peut être abbattue sur ces Rivages unis, que l'Eau ne s'éléve à une plus grande hauteur.

Si un lieu communique à deux Océans, ou par deux différentes voies au même Océan, l'une desquelles soit un passage plus prompt & plus aisé, il peut arriver deux Marées en ce lieu en differens tems, qui, se confondant ensemble, produiront une grande variété de Phénomenes. M. Newton fait mention d'un exemple extraordinaire en ce genre qui se voit à Batsha, Port du Royaume de Tunquin dans les Indes Orientales, à 20° 50′ de Latitude Septentrionale. Le jour auquel la Lune est dans l'Equateur, l'Eau y est tranquille sans aucun mouvement: dès que la Lune s'éloigne de l'Equateur, l'Eau commence à s'élever & à s'abbaisser une fois par jour; & elle est haute au coucher de la Lune & basse à son lever. Ce Flux & Reflux diurne augmente pendant environ sept à huit jours, & diminue ensuite durant autant de jours, par les mêmes dégrés, jusqu'à ce que ce mouvement cesse lorsque la Lune est retournée à l'Equateur. Dès qu'elle a passé l'Equateur & décline vers le Pole Méridional, l'Eau s'éléve & s'abbaisse de nouveau comme auparavant; mais alors les Eaux sont hautes au Lever & basses au Coucher de la Lune. M. Newton, pour expliquer ce Flux & Reflux singulier, considere que dans ce Port de Batsha il y a deux entrées, l'une par l'Océan Chinois entre le Continent & Manille, l'autre par la Mer des Indes entre le Continent & Borneo, ce qui le conduit à proposer-

comme une ſolution du Phénomene, qu'une Marée peut arriver à Batsha par l'une de ces entrées à la troiſiéme heure de la Lune, & une ſeconde par l'autre de ces entrées ſix heures après, à la neuvieme heure de la Lune. Car lorſque ces Marées ſont égales, l'une venant à fluer tandis que l'autre reflue, l'Eau doit reſter tranquille, or elles ſont égales lorſque la Lune eſt dans l'Equateur ; mais auſſi-tôt que la Lune commence à décliner du même côté de l'Equateur que Batsha, nous avons ſait voir que le Flux & Reflux du jour devoit excéder celui de la Nuit, enſorte qu'il doit arriver à Batsha deux Marées plus grandes & deux moindres alternativement. La différence de ces deux Marées produira une agitation de l'Eau, qui s'élévera à ſa plus grande hauteur, au tems moyen entre les deux Marées les plus conſidérables, & s'abbaiſſera le plus au tems moyen entre les deux moindres, enſorte que les Eaux ſeront hautes environ vers la ſixiéme heure après le coucher de la Lune & baſſes à ſon lever. Lorſque la Lune ſe trouvera de l'autre côté de l'Equateur, le Flux & Reflux de la nuit excédera celui du jour ; & par conſéquent les Eaux ſeront hautes au lever & baſſes au coucher de la Lune. Les mêmes Principes ſerviront à expliquer les autres Marées extraordinaires, qui s'obſervent, ſuivant ce qu'on nous rapporte, dans des lieux expoſés par leur ſituation à de pareilles irrégularités.

M. Newton ne ſe contente pas de ces Obſervations générales, mais il calcule les effets du Soleil & de la Lune ſur les Marées, par leurs Puiſſances attractrices. L'augmentation de la Gravité des parties latérales de la Terre, produite par l'action du Soleil, eſt un effet ſemblable à l'augmentation que produit la même cauſe ſur la Gravité de la Lune vers la Terre, lorſque la premiere eſt dans ſes Quadratures, augmentation dont notre Auteur a donné la juſte eſtimation ; ſeulement l'addition

faite à la Gravité des parties latérales est * environ 60½ fois moindre, parce que leur distance du Centre de la Terre est autant de fois moindre que celle de la Lune à ce même Point. La Gravité des Parties de la Terre qui sont directement sous le Soleil & de celles qui lui sont opposées, est diminuée d'une quantité double de ce qui est ajouté à la Gravité des parties latérales; & comme la diminution de la Gravité des unes, & l'augmentation de la Gravité des autres, conspirent ensemble à élever les Eaux sous le Soleil & du côté qui lui est opposé au-dessus de leur hauteur dans les parties latérales; toute la Force qui produit cet effet doit être considérée comme triple de ce qui est ajouté à la Gravité des parties latérales: d'où il suit qu'elle est à la Gravité des petites parties, comme 1 à 12868200, & à la Force Centrifuge sous l'Equateur, comme 1 est à 44527. L'élévation des Eaux, par cette Force, est regardée par M. Newton, comme un effet semblable à l'élévation des parties de l'Equateur au-dessus des parties polaires de la Terre, résultante de la Force Centrifuge à l'Equateur; & comme elle est 44527 fois moindre, il s'ensuit qu'elle doit être de 1 pied 11 $\frac{1}{30}$ pouces mesure de Paris. Telle est l'élévation produite par l'action du Soleil sur l'Océan.

Pour déterminer la Force de la Lune sur les Eaux de la Mer, il compare les Vives-Eaux ou Reverdies à l'embouchure de la Riviere *Avon* au-dessus de *Bristol*, (qui sont l'effet de la somme des Forces du Soleil & de la Lune, lorsque leurs actions conspirent presque ensemble) avec les Mortes-Eaux au même lieu (qui sont l'effet de la différence de ces Forces, lorsque leurs actions sont presqu'opposées) & il trouve que leur proportion est celle de 9 à 5; d'où, après différentes corrections nécessaires, il conclut que la Force de la Lune est à la Force du Soleil, pour élever les eaux de l'Océan,

* *Princip. Lib. III. Prop. 36.*

comme 4, 4815 est à 1; ensorte que la Force de la Lune est capable de produire d'elle-même une élévation de 8 pieds & $7\frac{1}{11}$ pouces, & le Soleil & la Lune ensemble peuvent produire une élévation d'environ $10\frac{1}{2}$ pieds, à leurs distances moyennes de la Terre, & une élévation d'environ 12 pieds, lorsque la Lune est dans son Périgée. Et en effet, la hauteur à laquelle on trouve que l'Eau s'éléve, sur les côtes d'un Océan vaste & profond, est assez conforme au résultat de ce calcul.

C'est par-là qu'il est en état de déterminer la densité de la Lune & la quantité de matiere qu'elle contient. Son influence sur les Marées est le seul effet de la Puissance Attractrice de la Lune, qu'il nous soit possible de mesurer, & cela nous donne le moyen d'estimer sa densité, comparée avec celle du Soleil; nous trouvons qu'elle excéde cette derniere en raison de 4891 à 1000; & puisque la densité de la Terre est à celle du Soleil, comme 4000 à 1000, il suit que la Lune doit être plus dense que la Terre, en raison de 4891 à 4000, ou de 11 à 9 à peu près. On sçait, par les Observations Astronomiques, que le Diamétre de la Terre est à celui de la Lune, comme 365 à 100; & de ces deux proportions on infere aisément que la quantité de Matiere contenue dans la Lune est à celle de la Terre, comme 1 est à 39, 788; & le Centre de Gravité de la Terre & de la Lune doit être, par conséquent, presque 40 fois plus près de la Terre que de la Lune; & la situation de leur Centre de Gravité étant connue, les mouvemens qui ont lieu dans leur Systême peuvent être déterminés avec une grande précision.

M. Newton recherche ensuite qu'elle est la Figure de la Lune: & parce que la Terre contient près de 40 fois plus de Matiere que la Lune, l'élévation produite par l'action de la Terre dans les parties de la Lune qui sont les plus prcohes d'elle, & dans les parties opposées à celles-là, feroit près de 40 fois plus grande que celle que la

la Lune produit dans nos Mers, si cette élévation ne devoit pas être diminuée, à proportion que le demi-Diamétre de la Lune est moindre que le demi-Diamétre de la Terre, c'est-à-dire, en raison de 100 à 365. En composant ces proportions, il trouve que le Diametre de la Lune qui passe par le Centre de la Terre doit excéder ceux qui lui sont perpendiculaires, d'environ 186 pieds. Il pense que les parties solides de la Lune forment un Sphéroïde, dont le plus long Diamétre est dirigé vers la Terre; & ce peut-être là la raison pourquoi la Lune tourne toûjours le même côté vers nous. S'il y avoit de grandes Mers dans la Lune, & si elle faisoit sa Révolution sur son Axe, de sorte qu'elle tournât differens côtés vers la Terre, il y auroit eu de très-grands Flux & Reflux qui auroient surpassé dix fois les notres; mais en conservant toujours le même côté vers la Terre, il n'y a de Flux & Reflux produits dans ses Mers, que ceux qui résultent des différences de leurs distances à la Terre, & des librations de la Lune; car l'action du Soleil ne peut avoir que très-peu d'effet sur ces Mers.



CHAPITRE VIII.

Des Cometes.

NOus n'avons traité jusqu'ici que des Planetes : mais on découvre de plus dans l'étendue des Cieux plusieurs autres Corps appartenant au Systême du Soleil, qui paroissent avoir des mouvemens beaucoup plus irréguliers. Ce sont les Cométes, qui, descendant avec rapidité des parties les plus éloignées de ce Systême, nous surprennent par l'apparence singuliere d'une traînée de lumiere, ou d'une Queue qui, les accompagne, & deviennent visibles pour nous dans les parties inférieures de leurs Orbites; mais peu de tems après elles sont emportées de nouveau à de vastes distances, & disparoissent. Quoique parmi les Anciens quelques-uns en eussent de plus justes notions, cependant l'opinion ayant prévalu que ce n'étoient que des Météores engendrés dans l'Air, semblables à ceux que nous y voyons chaque nuit, & qui s'évanouissent en quelques momens, on ne prit aucun soin d'observer ou de décrire exactement leurs Phénoménes, jusqu'à ces derniers tems. De-là vient que cette partie de l'Astronomie se trouve très-imparfaite. Le nombre des Cometes est bien éloigné d'être connu : Les Historiens dans l'Antiquité en ont fait mention souvent, & elles n'ont pas été observées en petit nombre par les Astronomes de nos jours, il y en a même quelques-unes qui ont été découvertes par hasard à l'aide des Télescopes, lorsqu'elles passoient près de nous, & qui ne sont jamais devenus visibles à l'œil nud; ensorte que nous pouvons conclure qu'elles sont en très-grand nombre. Leurs périodes, leurs grandeurs, & les dimensions de

leurs Orbites sont aussi incertaines. C'est une partie de la Science Astronomique, dont la perfection est reservée à quelques Siecles éloignés de nous, lorsque ces Corps nombreux & leurs vastes Orbites, par le secours d'une suite d'Observations exactes, seront ajoutés aux parties connues du Systême Solaire. L'Astronomie paroîtra alors comme une Science nouvelle, après toutes les découvertes dont nous nous glorifions à présent: mais on se ressouviendra, même dans ces jours florissans de l'Astronomie, que ce fut M. Newton qui découvrit & démontra les principes, par lesquels seuls on pouvoit faire de si grands progrès; & qu'il commença, & pénétra si avant, qu'il n'a presque laissé à la postérité, que le soin d'observer les Cieux, & de calculer suivant les modeles qu'il a donnés.

Ayant à traiter cette partie de l'Astronomie presque depuis ses élémens, il commença par démontrer, contre les Philosophes Scholastiques, que les Cométes sont au-dessus de la Lune, parce qu'elles participent du mouvement diurne apparent, se levant & se couchant chaque jour, comme tous les Corps qui ne dépendent pas de la Terre, & cela sans aucune Parallaxe diurne sensible. Mais parce qu'elles sont toutes affectées par le mouvement annuel de la Terre, paroissant, comme les Planetes, tantôt directes, tantôt rétrogrades, il conclud que lorsqu'elles deviennent visibles pour nous, elles doivent être dans les Régions des Planetes. Comme il est impossible de décrire leurs mouvemens, avec quelque régularité, sans avoir égard au mouvement de la Terre, & qu'il suffit seul pour expliquer les irrégularités de chaque Cométe, aussi-bien que de toutes les Planetes, nous avons de-là une nouvelle confirmation du mouvement de la Terre, & nous trouvons toutes les parties de cette Philosophie parfaitement d'accord entr'elles.

Notre Auteur ayant démontré, contre l'opinion de

Descartes, que les Cométes descendent dans les Régions Planétaires, lorsqu'elles sont visibles pour nous, il recherche quelle est la Courbe qu'elles décrivent dans leurs courses. Il suit, de la Loi générale de la Pésanteur déja établie, qu'elles doivent se mouvoir dans des Orbites Paraboliques, ou dans des Ellipses très-excentriques, qui ont un foyer au Centre du Soleil. Alors, avec sa sagacité ordinaire, il se livre à une longue suite de travaux, pour tâcher de découvrir comment un mouvement dans une Parabole peut convenir avec les Observations qui ont été faites sur les Cométes; dans cette vûe, il démontre la maniere de déterminer la Trajectoire Parabolique que décrit une Comete, à l'aide de trois Observations; & il paroît, par differens exemples qu'il a donnés, que sa Théorie est tellement d'accord avec les Observations, qu'elle en reçoit une nouvelle évidence; ce qui nous apprend combien cette Théorie peut servir à étendre plus loin les connoissances que nous avons du Systême de l'Univers.

Il insiste particulierement sur la célébre Cométe qui parut vers la fin de l'année 1680, & au commencement de 1681. Il détermine sa Trajectoire, ou la Courbe qu'elle décrit, par trois Observations faites par M. Flamsteed; & alors il compare toutes celles qui ont été faites par lui même ou par d'autres, avec le mouvement d'un Corps dans cette Courbe, & trouve de très-petites différences entre les lieux observés de cette Cométe, & ceux qu'il a trouvé par le calcul qu'elle devoit occuper dans la Courbe, en même-tems. C'étoit la même Cométe qui fut vûe en Novembre 1680, & en Décembre, Janvier, Février & Mars suivans, quoiqu'on crut généralement que c'étoient deux différentes Cométes. En Novembre elle descendit vers le Soleil; elle en passa très-près le 12 de Décembre, où ayant été échauffée à un degré prodigieux, quoique la lumiere de la Tête ou du Noyau fut plus foible, cependant, lorsqu'elle

remonta dans l'autre moitié de son Orbite, sa Queue fut beaucoup plus grande qu'auparavant, s'étendant quelquefois à 70° degrés en longueur, & continuant d'être visible, même après que la Tête ou le Noyau eût été emporté hors de la portée de notre vûe.

Le Docteur Halley, auquel chaque partie d'Astronomie est si redevable, mais celle-ci en particulier, a joint ses travaux à ceux de notre Auteur à ce sujet, & il n'est pas nécessaire pour nous de les séparer. Trouvant que trois Observations de Cométes, dont l'Histoire fait mention, convenoient avec celle-ci dans des circonstances remarquables, & qu'elles avoient reparu à la distance de 575 ans l'une de l'autre, il soupçonna que ce pouvoit être une seule & même Cométe, faisant sa Révolution autour du Soleil dans cette période. Il supposa donc la Parabole changée en une Ellipse excentrique telle que la Cométe pourroit la décrire en 575 ans, & qui se confondroit à peu près avec la Parabole dans sa partie inférieure. Ayant ensuite calculé les lieux de la Comete dans cette Orbite Elliptique, il les trouva si conformes avec ceux où la Cométe fut observée, que les variations n'excédoient pas les différences qu'on trouve entre les lieux calculés des Planetes, & ceux où on les observe; quoique les mouvemens de ces dernieres ayent été le sujet du calcul Astronomique pendant quelques milliers d'années. Cette Cométe peut, par conséquent, être attendue de nouveau, après avoir fini la même période, environ l'année 2255. Si elle reparoît alors, elle donnera un nouveau lustre & une nouvelle évidence à la Philosophie de Mr. Newton, dans ces Siecles éloignés. Et si l'inconstance des choses humaines, & les Révolutions perpétuelles ausquelles elles sont sujetes, venoient à occasionner quelque négligence de notre Philosophie dans les Siécles qui précéderont ce tems, cette Cométe la feroit revivre, & feroit retentir de nouveau la

gloire de ce grand homme dans la bouche de tous ceux qui en seront témoins. On ne doit pas regarder cette prédiction comme vaine, car nous sommes très-fondés à croire que les Astronomes de ces tems feront la plus grande attention à cette Cométe, parce que dans une partie de son Orbe, elle s'approche très-près de l'Orbite de notre Terre ; ensorte que dans quelques Révolutions, elle peut en approcher assez près pour y produire des effets très-considérables, s'ils ne sont pas dangereux. On ne doit pas douter que, tandis qu'un si grand nombre de Cométes passent parmi les Orbites des Planetes, & traînent après elles des Queues si immenses, nous n'eussions été contraints, par les effets extraordinaires qui s'en feroient suivis, de faire attention à ces Corps depuis long-tems, si les mouvemens opérés dans l'Univers, n'eussent été d'abord déterminés, & produits par un Etre d'une connoissance assez étendue pour en prévoir toutes les suites les plus indirectes. Notre Terre étoit hors de la route de cette Comete, lorsqu'elle vint à passer près de son Orbite; mais il faut avoir une parfaite connoissance du mouvement de la Comete, pour être en état de juger, si elle passera toujours près de nous avec si peu d'effet. Nous pouvons observer ici que ces grandes Périodes, & ces Observations éloignées dépendantes les unes des autres, promettent ce bon effet, qu'elles contribueront à préserver le goût des Sciences des Révolutions ausquelles il a été sujet autrefois. Elles réunissent, pour ainsi-dire, les Siecles éloignés, & fournissent une matiere perpétuelle propre à exciter la curiosité des hommes, de tems en tems.

Mais nous ne devons pas attendre le retour de cette Cométe éloignée, pour voir la Théorie de notre Auteur vérifiée, & ses prédictions en ce genre commencer à s'accomplir. En comparant entr'elles les Orbites des Cometes qui parurent en 1607 & 1682, on trouve

qu'elles se confondent tellement ensemble, qu'il est naturel de croire que c'est une seule & même Comete, faisant sa Révolution en 75 ans autour du Soleil. Si cette Comete, suivant cette Période, reparoît en 1758, l'Astronomie aura encore un nouveau sujet de se glorifier. Elle semble être au nombre de celles qui s'élevent le moins au-dessus du Soleil, sa plus grande distance surpassant seulement trente-cinq fois celle de la Terre au Soleil; ensorte qu'à sa derniere hauteur, elle ne s'éloigne pas de nous quatre fois plus que Saturne. Ce sera problablement la premiere qu'on ajoutera au nombre des Planetes, & qui confirmera cette partie de la Théorie de notre Auteur.

M. Newton ne s'est pas borné à ces Cométes, il a encore considéré les mouvemens de plusieurs autres, & il trouve sa Théorie toujours d'accord avec l'Observation. Il calcule particulierement les lieux d'une Cométe remarquable qui parut en 1664 & 1665. Son mouvement étoit de 20° par jour, & elle parcourut presque six signes dans les Cieux avant de disparoître; sa Trajectoire s'écarta d'un grand Cercle, vers le Nord, & son mouvement qui avoit été auparavant rétrograde, devint direct vers la fin; cependant malgré un trajet si extraordinaire, ses lieux calculés par la Théorie de notre Auteur conviennent avec les lieux observés, autant que ceux des Planetes avec leur Théorie.

Les Phénomenes de toutes les Cometes, mais en particulier de celle de 1680, nous apprennent que ce sont des Corps solides, fixes & durables. Cette Comete étoit, dans son Périhélie, 166 fois plus près du Soleil que n'en est notre Terre: & de-là, notre Auteur calcule qu'elle doit avoir reçû une chaleur 2000 fois plus grande que celle du Fer prêt à entrer en fusion, & que si elle étoit égale à notre Terre, & se réfroidissoit de la même maniere que les Corps terrestres, elle employeroit 50000 ans à se réfroidir: pour supporter une si pro-

digieuſe chaleur, elle doit ſûrement être d'une nature très-ſolide & très-fixe.

Il y a un Phénomene qui ſuit chaque Comete, & qui leur eſt particulier, qu'on appelle leur Queue : quelques-uns l'ont attribuée à la réfraction des Rayons du Soleil, paſſant au travers de la Tête, ou du *Noyau* qu'ils ſuppoſoient tranſparent ; d'autres à la réfraction des Rayons refléchis de la Tête, tandis qu'ils nous ſont tranſmis par les Eſpaces intermédiaires. Notre Auteur réfute l'une & l'autre de ces opinions, & fait voir que la Queue eſt formée d'une vapeur qui s'éleve continuellement du Corps de la Comete, vers les parties oppoſées au Soleil, par la même raiſon que les vapeurs ou la fumée s'élevent dans l'Atmoſphere de la Terre. A cauſe du mouvement du Corps de la Cométe, la Queue eſt un peu courbée vers le lieu où le Noyau a paſſé; ces Queues ſe trouvent les plus grandes, lorſque la Cométe ſort de ſon Périhélie, c'eſt-à-dire, du lieu où elle eſt à ſa moindre diſtance du Soleil, où elle reçoit le plus de chaleur, & où l'Atmoſphere du Soleil eſt dans ſa plus grande denſité. La Tête paroît après cela obſcurcie par la vapeur épaiſſe qui s'en éleve abondamment. La Queue de la Cométe de 1680, étoit d'un volume prodigieux ; elle s'étendoit depuis la Tête à une diſtance à peine inférieure à celle du Soleil à la Terre. Comme la matiere de la Queue participe du mouvement de la Cométe, elle eſt emportée avec elle, & il s'en ſépare quelque partie qui ſe rejoint de nouveau à la Tête de la Cométe : à meſure que la matiere de la Queue s'éleve, elle devient rarefiée de plus en plus, comme il paroît par l'accroiſſement de cette traînée de lumiere en largeur vers le haut. Une grande partie de ces Queues doit ſe répandre, par cette raréfaction dans le Syſtême Solaire ; une portion, par ſa Gravité, peut tomber vers les Planetes, ſe mêler avec leurs Atmoſpheres, & remplacer les Fluides qui ſe conſument dans les opérations de la Nature, & pour-

-ra peut-être aussi réparer la perte de cet esprit subtil répandu dans l'Air, qui est si nécessaire à la vie des animaux, & à plusieurs autres opérations de la Nature.

Nous ne devons pas attendre que les mouvemens des Cométes soient aussi exacts, & les périodes de leurs Révolutions si égales, que ceux des Planetes; considérant leur grand nombre, & leur distance énorme du Soleil dans leur Aphélie, où leurs actions les unes sur les autres doivent avoir quelqu'effet pour en troubler les mouvemens. La résistance qu'elles rencontrent dans l'Atmosphere du Soleil, lorsqu'elles descendent aux parties inférieures de leurs Orbites, les affectera aussi. La lenteur de leur mouvement dans ces parties inférieures permettra à leur Gravité de les faire approcher de plus en plus du Soleil, dans chaque Révolution, jusqu'à ce qu'enfin elles soient englouties dans cet immense Globe de feu, auquel elles serviront d'aliment. La Comete de 1680 passa à une distance de la Surface du Soleil, qui n'excédoit pas la sixiéme partie du Diamétre de ce Globe; elle en approchera encore plus près dans la Révolution suivante, & tombera enfin tout-à-fait sur le Soleil. Les pertes que souffrent les Etoiles fixes peuvent être reparées, de la même maniere, par des Cométes qu'elles absorbent; & quelques-unes de ces Etoiles, dont la lumiere & la chaleur sont presque épuisées, peuvent par ce moyen recevoir un nouvel aliment. C'est ce qui paroît avoir lieu dans celles qu'on a observées briller tout-à-coup d'un grand éclat, & s'évanouir ensuite peu à peu. Telle fut l'Etoile en *Cassiopé*, qui n'étoit pas visible le 8 Novembre 1572, mais qui brilla la nuit suivante d'un éclat presque égal à la Planete de Venus, & diminua continuellement ensuite, jusqu'à ce que, dans l'Espace de 16 mois, elle s'évanouit entierement. Les Disciples de Kepler en remarquerent une autre de la même

ſorte, dans le pied droit du Serpentaire, le 30 Septembre 1604, plus brillante que Jupiter, quoiqu'elle ne fut pas viſible la nuit précédente ; elle diminua auſſi par degrés, & s'évanouit en quinze ou ſeize mois. On dit que ce fut une Etoile nouvelle de cette eſpece, qui, paroiſſant d'un éclat extraordinaire dans les Cieux, induiſit Hipparque à faire ſon Catalogue des Etoiles fixes. Mais ces Etoiles qui paroiſſent & diſparoiſſent, augmentant par degrés & diminuant alternativement, ſemblent être d'un genre différent, & avoir un côté lumineux & un autre obſcur, que, par la rotation ſur leur Axe, elles tournent vers nous ſucceſſivement.

L'argument contre l'éternité de l'Univers, tiré des pertes que ſouffre le Soleil, ſubſiſte toujours, & même acquiert une nouvelle force par cette Théorie des Cométes; puiſque l'aliment qu'elles lui fourniſſent auroit déja été conſumé depuis long-tems, ſi le Monde eut exiſté de toute éternité. La Matiere contenue dans les Cométes elles-mêmes, qui produit la vapeur qui s'en exhale dans chaque Révolution au Périhélie, & forme leurs Queues, auroit auſſi été épuiſée long-tems avant notre Siécle. En général, toutes quantités qui doivent être ſuppoſées diminuer ou augmenter continuellement, répugnent à l'éternité du Monde; puiſque les premieres euſſent été épuiſées, & les dernieres ſeroient parvenues à une grandeur infinie, au tems où nous vivons, ſi le Monde étoit éternel : & il eſt manifeſte qu'il y a differentes ſortes de quantités de ces deux eſpeces dans l'Univers.

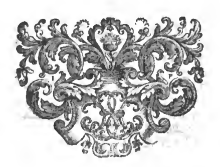
La deſcente des Cometes dans les Régions Planétaires fait voir que les Orbes ſolides, dans leſquels les Scholaſtiques penſoient que les Planetes faiſoient leurs Révolutions, ſont imaginaires. Et la régularité de leurs mouvemens, tandis qu'elles ſont emportées dans des Orbes très-excentriques, en toutes directions, dans tou-

tes les parties du Ciel, conspire avec plusieurs autres Argumens à renverser les Tourbillons de Descartes.

M. Newton observe de plus, que, tandis que les Cométes se meuvent dans toutes les parties des Cieux, avec differentes directions, & dans des Orbes très-excentriques, dont les plans sont inclinés entr'eux, & forment de grands Angles, on ne peut attribuer à une aveugle nécessité, les mouvemens des Planetes autour du Soleil, & ceux des Satellites autour de leurs Planetes respectives, tous avec la même direction, dans des Orbites à peu près circulaires, & presque dans le même plan. Les Cométes, en se mouvant dans des Orbes très-excentriques, descendent avec une grande vitesse, & sont rapidement emportées au travers des Régions Planétaires, où elles approchent le plus près les unes des autres, & des Planetes, en sorte qu'elles ont le moins de tems qu'il est possible pour altérer leurs mouvemens propres, ou ceux des Planetes. En se mouvant dans des plans très-différens, elles sont emportées à une vaste distance les unes des autres, dans les parties les plus élevées de leurs Orbites, où, à cause de la lenteur de leurs mouvemens & de la foiblesse de l'action du Soleil à de si grandes distances, leurs actions mutuelles produiroient, sans cette précaution les plus grands désordres. Ainsi nous voyons toujours, que ce qui, à la premiere vûe, a quelque apparence d'irrégularité & de confusion dans la Nature, se trouve, après une recherche plus exacte, disposé suivant le meilleur ordre, & conduit avec le plus de prudence que l'on puisse imaginer.

M. le Chevalier Newton fait ensuite quelques refléxions sur la nature de la cause suprême, & il infére, de la structure du Monde visible, qu'il est soumis à un Etre Tout-Puissant, & souverainement sage, qui le

gouverne, noncomme étant son Ame, mais comme son Maître, exerçant un pouvoir absolu sur l'Univers, non comme sur son Corps, mais comme sur son Ouvrage, & y agissant comme il lui plaît, sans en être affecté de quelque maniere que ce soit. Nous allons maintenant exposer plus au long dans le Chapitre suivant ce qu'il a enseigné sur la Divinité.



CHAPITRE IX.

De l'Auteur suprême & Conservateur de l'Univers.

1. ARistote conclud son Traité du Monde, en observant « qu'il y auroit de l'impiété à traiter « du Monde, sans parler de son Auteur, » puisqu'il n'y a rien en effet, que nous rencontrions plus souvent & plus constamment dans la Nature, que les traces d'un Dieu qui gouverne tout. Et le Philosophe qui n'y fait aucune attention, & qui se contente des apparences de l'Univers matériel, & des Loix Méchaniques du Mouvement, néglige ce qu'il y a de plus excellent, & préfere ce qui est imparfait à ce qui est souverainement parfait, le fini à l'infini, ce qui est foible & resserré dans d'étroites limites, à ce qui est Tout-Puissant & sans bornes, & ce qui est périssable à ce qui dure éternellement. Ceux qui ne font pas refléxion à des indications si manifestes d'une Sagesse & d'une Bonté suprêmes, qui se présentent continuellement à eux de quelque côté qu'ils portent leurs regards, ou qu'ils commencent leurs recherches, ressemblent trop à ces anciens Philosophes qui firent de la Nuit, de la Matiere, & du Chaos l'origine de toutes choses.

2. Comme nous manquons d'idées & de termes suffisans pour parler du premier Etre, Aristote, dans la conclusion du Traité dont nous avons fait mention ci-dessus, est obligé de se contenter de le comparer avec ce qu'il y a de plus relevé & de plus excellent en

tout genre. * Ainſi nous diſons qu'il eſt le Roi où le Maître de toutes choſes, le pere de toutes ſes créatures, l'Ame du Monde, ou le grand eſprit qui anime l'Univers. Ces expreſſions furent d'abord priſes dans le ſens qu'elles devoient avoir, mais dans la ſuite on en abuſa quelque fois; particulierement de celle d'Ame du Monde, qui pouvoit le repréſenter non-ſeulement comme un principe actif, & ſe mouvant de lui-même, mais auſſi comme paſſif, & capable d'être affecté par les actions & les mouvemens des Corps. La nature abſtraite du ſujet donna occaſion aux derniers Platoniciens, particulierement à Plotin, d'introduire les notions les plus myſtiques & les plus inintelligibles ſur la Divinité & le culte que nous lui devons. Comme lorſqu'il nous dit que l'entendemement ne doit pas être attribué à Dieu, & que le culte le plus parfait que nous puiſſions lui rendre conſiſte, non en des actes de vénération, de reſpect, de gratitude & d'amour, mais dans un certain anéantiſſement miſtérieux de ſoi-même, & une abolition totale de toutes nos facultés. Ces Dogmes, tout abſurdes qu'ils ſont, ont eu des Sectateurs, qui, dans ce cas, comme dans pluſieurs autres, en voulant s'élever beaucoup au-deſſus de leur portée, forcent leurs facultés & tombent dans une ſorte de folie; contribuant, autant qu'il eſt en eux, à faire mépriſer la vraie dévotion & la piété ſolide.

3. Ceux qui, ſous prétexte d'exalter la Puiſſance eſſentielle de la cauſe ſuprême, font dépendre entierement de ſa volonté la vérité & la fauſſeté, ne méritent

* Καθόλε δὲ, ὅπερ ἐν νηὶ κυβερνήτης, ἐν ἅρματι δὲ ἡνίοχος, ἐν χορῷ δὲ κορυφαῖος, ἐν πόλει δὲ νόμος, ἐν στρατοπέδῳ δὲ ἡγεμών· τῦτο θεὸς ἐν κόσμῳ· πλὴν καθ' ὅσον, τοῖς μὲν καματηρὸν τὸ ἄρχειν, πολυκίνητόν τε ϗ πολυμέριμνον· τῷ δὲ, ἄλυπον, ἀπονόν τε ϗ πάσης κεχωρισμένον σωματικῆς ασθενείας· ἐν ἀκινήτῳ γὰρ ἱδρυμένος πάντα κινεῖ, ϗ περιάγει ὅπου βούλεται, ϗ ὅπως, ἐν διαφόροις ἰδέαις τε ϗ φύσεσιν. *De Mundo. Cap.* 6.

pas d'être loués à cet égard, comme nous l'avons obſervé de Deſcartes, *liv.* 1. *ch.* 4. Ces Dogmes tendent directement à introduire l'opinion abſurde, que les facultés intellectuelles peuvent être formées de façon qu'elles perçoivent clairement & diſtinctement comme vrai, ce qui eſt réellement faux. Ceux-là jugent beaucoup mieux, qui, ſans ſcrupule, meſurent la Toute-Puiſſance Divine elle-même, & la poſſibilité des choſes, par les idées claires qu'ils en ont, affirmant que Dieu lui-même ne peut faire que des choſes contradictoires ſoient vraies en même-tems; & qui repréſentent la partie certaine de nos connoiſſances, en quelque degré, comme une émanation de la ſcience & de la ſageſſe de Dieu qui nous a été communiquée, dans le ſpectacle de la Nature qu'il a expoſé à nos yeux.

4. La ſublimité du ſujet eſt propre à élever & à tranſporter les eſprits des hommes au-delà du terme où leurs facultés ſont en état d'atteindre: ce qui fait que, pour les aider, on a inventé des repréſentations allégoriques & énigmatiques, qui, dans la ſuite du tems, ont donné lieu aux plus grands abus. Lorſqu'on vint à conſidérer des figures Métaphoriques & des noms comme des réalités, à la place du vrai Dieu on ſubſtitua un nombre infini de fauſſes Divinités; & ſous, prétexte de dévotion, on rendit aux objets les plus déteſtables un culte qui tendoit à éteindre les notions du vrai mérite & de la vertu parmi les hommes.

5. Comme il n'y a point de recherches plus épineuſes & d'une nature plus relevée, que celles qui ont rapport à la Divinité, ou d'une ſi grande importance à des Etres intellectuels, que de diſcerner la vérité de la fauſſeté, le juſte de l'injuſte; ainſi il eſt manifeſte qu'il n'y a rien où il ſoit néceſſaire de pouſſer plus loin la précaution & la prudence. De-là vient qu'on ne voit qu'à regret avec quelle liberté, ou plutôt quelle licence, les Philoſophes ont avancé leurs notions témé-

raires sur la nature & l'essence de Dieu, sur sa liberté & ses autres attributs. Nous avons fait voir dans le premier Livre, presque par les propres paroles de Descartes, combien ce Philosophe a pris de liberté en exposant la formation de l'Univers sans l'interposition de la Divinité, & en prétendant déduire de ses attributs des conséquences qui sont maintenant reconnues pour fausses. On a lieu de croire qu'une maniere de procéder si peu conforme à la raison, dans un sujet si sérieux & si important, peut avoir rebuté la partie la plus sage & la plus modérée du Genre humain. Tandis que Spinosa élevoit d'une façon monstrueuse sa Doctrine de la Nécessité absolue, & surpassoit tous les autres Philosophes, par la foiblesse de ses preuves aussi-bien que par l'impiété de ses Dogmes, il affecta cependant, en differentes occasions, de parler de la Divinité dans les termes les plus respectueux. M. Leibnitz & plusieurs de ses Disciples ont pareillement soutenu la même Doctrine de la Nécessité absolue, l'étendant jusqu'à Dieu lui-même, dont nos idées sont si imparfaites, & cependant dont il nous importe tant de ne pas prendre de fausses notions. Mais M. le Chevalier Newton s'est éminemment distingué par sa prudence & par sa circonspection, en parlant ou en traitant de ce sujet, dans ses discours aussi-bien que dans ses Ecrits; quoiqu'il n'ait pas échappé aux reproches de ses adversaires, même à cet égard. Comme Dieu est la cause premiere & suprême dont les autres causes tirent toute leur force & leur énergie, il pensa qu'il étoit absolument contraire à la raison de l'exclure *lui seul* de l'Univers. Il lui parut beaucoup plus juste & plus raisonnable, de croire que tout l'enchaînement, ou les différentes suites de causes, se rapportoient à lui, comme à leur source & leur origine, & que tout le Systême de l'Univers dépendoit de lui qui est la seule cause indépendante.

Le grand Argument pour l'existence de Dieu, qui se manifeste

manifeste à tous les hommes, & qui porte avec lui une conviction à laquelle on ne peut résister, se tire de la structure admirable du Monde, & du rapport qu'on observe évidemment entre toutes les parties qui le composent. Il n'est pas nécessaire de recourir ici à des raisonnemens subtils & recherchés : ce rapport manifeste des choses les unes avec les autres annonce incontestablement un Auteur. Nous en sommes frappés comme d'une sensation ; & si on peut opposer quelques raisonnemens qui nous embarrassent, c'est sans ébranler notre créance. Il n'y a personne, par exemple, qui, connoissant les principes d'Optique & la structure de l'Œil, puisse croire qu'il ait été formé sans une parfaite connoissance de cette science ; ou que l'Oreille ait été construite, sans connoître la nature des sons, ou que le mâle & la femelle dans les animaux, ne soient pas formés l'un pour l'autre, & pour perpétuer leur espece. Nous trouvons dans la Nature une infinité de pareils exemples. La merveilleuse structure des choses pour les causes finales, nous donne une idée sublime de l'*Auteur* ; l'unité de dessein fait connoitre qu'il est *un*. Les grands mouvemens exécutés dans l'Univers avec la même facilité que les plus petits, nous annoncent sa *Toute-Puissance*, qui met en mouvement la Terre & les Corps célestes, aussi facilement que les plus petites parties. La subtilité des mouvemens & des actions dans les parties internes des Corps, fait voir que son influence pénétre jusqu'aux derniers élemens qui les composent, & qu'il est également *actif & présent* partout. La simplicité des Loix qui ont lieu dans le Monde, l'excellente disposition des choses pour les meilleures fins, & la beauté qui embellit les Ouvrages de la Nature, bien supérieures à tout ce que l'Art peut produire de plus parfait, démontrent sa *Sagesse* consommée. L'utilité de toutes les choses qui existent & qui

ſe trouvent, ſi bien diſpoſées en faveur des Etres intelligens qui en jouiſſent, la forme intérieure & la ſtructure morale de ces Etres eux-mêmes, ſont des preuves convainquantes de ſa *Bonté* ſans bornes. Ce ſont là des argumens qui ſe manifeſtent ſuffiſamment aux yeux du vulgaire, & qui ne ſont pas au-deſſus de ſa capacité, mais qui reçoivent en même-tems une nouvelle force & un nouveau luſtre des découvertes des Sçavans. L'action de Dieu ſur l'Univers fait voir qu'il le gouverne auſſi-bien qu'il l'a formé, & la profondeur de ſes conſeils, (même en conduiſant le Monde matériel) dont la plus grande partie eſt au-deſſus de notre entendement, nous inſpire de la crainte & de la vénération pour ce grand Etre, & nous diſpoſe à recevoir ce qui peut nous être revelé ſur lui par d'autres voies. On a obſervé avec juſtice, que quelques-unes des Loix de la Nature, actuellement connues, nous euſſent échappé ſi nous avions été privés du ſens de la vûe. Il peut être en ſon pouvoir de nous donner d'autres ſens, dont nous n'avons à préſent aucune idée; ſans leſquels il nous eſt impoſſible de connoître tous ſes Ouvrages, ou d'avoir des idées de lui plus complettes. Dans notre état préſent, nous avons aſſez de connoiſſances pour être perſuadés de la dépendance où nous ſommes de cet Etre ſouverain, & des devoirs que nous lui devons, comme le Maître & le diſpenſateur de toutes choſes. Il n'eſt pas l'objet des ſens, ſon eſſence, & même celle de toutes les autres ſubſtances, ſont au-deſſus de la portée de nos découvertes, mais ſes attributs ſe ſont voir clairement dans ſes admirables Ouvrages. Nous ſçavons que les plus hautes idées que nous ſommes capables d'en former, ſont toujours au-deſſous de ſes perfections réelles; mais ſa Puiſſance & ſon Empire ſur nous, & nos devoirs envers lui ſont manifeſtes.

7. M. Newton a particulierement ſoin de repréſenter

toujours cet Etre Suprême, comme un Agent libre; craignant avec justice les dangereuses conséquences de cette Doctrine qui introduit une Nécessité fatale ou absolue qui préside sur toutes choses. Il a fait le Monde, non qu'il y fut déterminé par aucune nécessité, mais lorsqu'il le jugea à propos : la Matiere n'est pas infinie ou nécessaire, mais il en créa autant qu'il convenoit à ses desseins: il a placé les Systêmes des Etoiles fixes à differentes distances les uns des autres, à sa volonté: il a formé les Planetes, dans le Systême Solaire, en un certain nombre, & les a disposées à diverses distances du Soleil, comme il lui a plû: il les a fait toutes mouvoir d'Occident en Orient, quoiqu'il soit évident, par les mouvemens des Cométes, qu'il auroit pû les faire mouvoir d'Orient en Occident. Dans ces exemples & dans un grand nombre d'autres semblables, nous voyons évidemment les vestiges d'un Agent sage, mais parfaitement libre. Comme la circonspection étoit une partie éminente du caractere de M. le Chevalier Newton, mais qui ne dérogeoit en rien à sa pénétration, à la subtilité & à l'élévation de son génie, nous avons, en cette occasion, une raison particuliere de lui applaudir, & d'avouer que sa Philosophie a toujours servi aux desseins les plus importans, sans jamais avoir la moindre tendance à leur nuire.

8. Comme en traitant de ce sujet ineffable, nous manquons d'idées & de termes qui lui soient en quelque maniere proportionnés, & que pour donner quelque force à nos notions, nous sommes obligés d'avoir recours à des expressions figurées, ainsi qu'il a déja été observé; à peine est-il possible même aux plus circonspects d'en employer qui ne soient susceptibles de quelques contestations, de la part de ceux qui, par des raisonnemens subtils ne se plaisent qu'à causer des disputes M. Newton pour exprimer son idée de l'*Omni-présence* de Dieu, avoit dit que cet Etre Suprême percevoit tout ce qui se passoit dans

l'Espace pleinement & intimément, comme dans son *Sensorium.* Il s'éleva aussi-tôt une clameur parmi ses adversaires, comme s'il vouloit dire que l'Espace fut à Dieu, ce que le *Sensorium* est à nos Ames. Mais quiconque considére cette expression, sans préjugés, conviendra qu'elle donne une très-forte idée de la présence intime de Dieu par tout, & de la faculté qu'il a de percevoir tout ce qui arrive de la maniere la plus complette, sans se servir d'aucuns agens ou instrumens intermédiaires, & que M. Newton n'en a fait usage que dans cette vûe; car il étoit principalement en garde contre l'opinion de ceux qui s'imaginent que les objets externes agissent sur Dieu, & qu'il en éprouve quelque passion ou quelque réaction. On suppose communément que l'Ame ressent intimément les impressions faites sur le *Sensorium*, & que ce n'est que là qu'elle est immédiatement présente; & comme nous devons déduire nos idées des attributs de Dieu, de ce que nous connoissons de nos Ames, ou de celle des autres hommes, de la meilleure maniere qui soit en notre Puissance, en rejettant toute imperfection & toute limite; ainsi il étoit à peine possible de nous représenter l'Omni-présence de Dieu, & sa Science universelle dans un plus grand jour que par cette comparaison. Mais l'attachement des Philosophes à leurs Systêmes favorits, les irrite souvent contre ceux, qui, dans la recherche de la vérité, renversent innocemment leurs Dogmes, & les porte à saisir toute occasion où ils peuvent découvrir la moindre apparence d'erreur.

9. Mais la plus grande clameur qui se soit élevée contre le Chevalier Newton, ce fut de la part de ceux qui s'imaginerent qu'il représentoit l'Espace infini comme un attribut de Dieu, & qu'il le croyoit présent par la diffusion de sa substance dans toutes les parties de l'Espace. Mais on ne trouve point de semblables expressions dans ses Ecrits; il a toujours pensé & parlé de

Dieu avec trop de respect pour prendre de pareilles libertés. Au contraire, il nous dit * que Dieu dure de l'Eternité jusqu'à l'Eternité, & qu'il est présent de l'Infini à l'Infini; mais qu'il n'est pas l'Eternité ou l'Infinité, l'Espace ou la Durée. Il ajoûte, à la vérité, que comme Dieu existe nécessairement, & que par la même nécessité, il existe par tout & toujours, il constitue l'Espace & la Durée: mais il ne paroît pas que cette expression puisse avec justice donner lieu à aucun reproche; car cela ne signifie autre chose, sinon que puisqu'il est essentiellement & nécessairement présent dans toutes les parties de l'Espace & de la Durée, celles-ci, par conséquent, doivent aussi nécessairement exister.

10. Bien loin que cette idée puisse donner aucun juste fondement à former des plaintes contre lui, elle explique l'existence nécessaire de l'Espace, d'une façon digne de Dieu, & nous apprend le grand avantage qu'on peut retirer de cette Doctrine, qui est si évidente & si manifeste. Le Chevalier Newton est si éloigné de représenter Dieu comme présent dans l'Espace par diffusion (comme quelques-uns l'ont injustement avancé) qu'il dit expressément * qu'il y a des parties successives dans la durée, & des parties co-existentes dans l'Espace; mais que ni les unes ni les autres ne se trouvent dans l'Ame de l'homme, ou dans le Principe pensant qui est en lui; & encore moins dans

* *Æternus est & infinitus, omnipotens & omnisciens, id est, durat ab æterno in æternum, & adest ab infinito in infinitum; omnia regit, & omnia cognoscit, quæ fiunt aut fieri possunt. Non est æternitas & infinitas, sed æternus & infinitus; non est duratio & spatium, sed durat & adest. Durat semper, & adest ubique, & existendo semper & ubique, durationem & spatium constituit.* Newton. Princip. Scholium generale. Pag. 528.

* *Partes dantur successivæ in duratione, coexistentes in spatio, neutræ in persona hominis seu principio ejus cogitante; & multò minus in substantia cogitante Dei. Omnis homo quatenus res sentiens, est unus & idem homo durante vitâ suâ in omnibus & singulis sensuum organis. Deus est unus & idem Deus semper & ubique.* Ibid.

la Substance Divine. Comme l'homme est toujours le même dans toutes les périodes de sa vie, & malgré toutes les sensations & les passions différentes qu'il éprouve; à plus forte raison, Dieu est-il toujours le même en tout tems, & en tout Espace, sans être sujet à aucun changement. Il ajoute que Dieu est présent par tout, *non per virtutem solam, sed etiam per substantiam, sed modo prorsus incorporeo, modo nobis penitus ignoto.* Il est clair, donc, qu'il étoit bien éloigné de penser que Dieu fut présent par tout, par la diffusion de sa substance, comme un Corps est présent dans l'Espace, en ce que ses parties y sont étendues; & il n'est pas étonnant que nous ne puissions donner une explication satisfaisante de la maniere dont Dieu est présent partout. Notre connoissance des choses ne pénétre pas jusques dans leur substance; nous n'appercevons que la figure, la couleur, la surface externe des objets, & les effets qu'ils ont sur nous, mais nous ne pouvons découvrir leur substance, ni par les sens, ni par aucun acte de refléxion, & beaucoup moins connoissons-nous celle de Dieu. Comme un aveugle ne connoit pas les couleurs, & n'a aucune idée de la sensation de ceux qui voyent, de même nous n'avons pas de notion de la maniere dont Dieu connoît & agit.

11. Son existence & ses attributs se manifestent à nous dans ses Ouvrages, d'une maniere sensible & satisfaisante; mais son essence est impénétrable. Nous concluons de notre existence & de celle des autres Etres qui nous environnent, qu'il y a une premiere cause, dont l'existence doit être nécessaire & indépendante de tout autre Etre; mais ce n'est qu'*à posteriori*, que nous inferons ainsi la nécessité de son existence, & non de la même maniere que nous déduisons la vérité nécessaire d'une proposition en Géométrie, ou la propriété d'une figure, de son essence: ce qui est bien différent de cette évidence immédiate & directe que nous

avons pour la nécessité de l'existence de l'Espace. Nous ne parlons ici de toutes ces choses, que pour rendre justice à l'idée du Chevalier Newton, lorsqu'il avance que l'existence nécessaire de l'Espace, est relative à l'existence nécessaire de Dieu. Les Philosophes ont toujours été en dispute sur l'infinité de l'Espace & de la Durée; & probablement leurs contestations à ce sujet, n'auront jamais de fin: tout ce que nous avons à représenter ici, c'est seulement que ce que ce grand homme a avancé sur ces Matieres, en si peu de mots & avec tant de modestie, est au moins aussi raisonnable, aussi digne de Dieu, & aussi-bien fondé sur la vraïe Philosophie qu'aucun de leurs Systémes; quoiqu'on ait lieu de s'attendre que les meilleurs raisonnemens qu'on puisse faire sur des Matieres d'une nature si épineuse, seront toujours sujets à des difficultés & à des objections. Quant à ceux qui ne conviendront pas que l'Espace soit quelque chose de réel, nous avons observé ci-dessus, que la réalité du mouvement, qui est connue par l'expérience, prouve la réalité de l'Espace absolu; & si on refusoit de l'admettre cet Espace, il n'y auroit que confusion & contradictions dans la Philosophie Naturelle. Les Physiciens ont traité fort au long de plusieurs autres argumens, sur tout de ceux qui sont tirés de cet Axiome, *non entis nulla sunt attributa*, en faveur de la réalité de l'Espace, dont les parties sont sujettes à la mesure & à differens rapports.

12. Nous avons observé ci-dessus, que comme Dieu est la cause premiere & suprême de toutes choses, ainsi il est absolument contraire à la raison de l'exclure de la Nature, & de le représenter comme une intelligence hors du Monde. Au contraire, il est très-naturel de penser qu'il est le premier Moteur dans tout l'Univers, & que toutes les autres causes dépendent de lui: ce Principe est conforme à ce qui résulte de toutes nos recherches dans la Nature, où nous trouvons con-

tinuellement des Puissances qui surpassent le pur Méchanisme, ou les effets de la Matiere & du Mouvement. Les Loix de la Nature sont constantes & régulieres, &, autant que nous le connoissons, peuvent toutes se résoudre en une Puissance générale & universelle; mais cette Puissance elle-même dérive ses propriétés & son efficacité, non du Méchanisme, mais en grande partie des influences immédiates du premier Moteur. Il paroit cependant que ce n'a pas été son intention, que l'état présent des choses subsistât éternellement sans altération: non-seulement par ce qui se passe dans le Monde moral, mais aussi par les Phénomenes du Monde matériel; comme il est évident qu'il ne pourroit avoir persisté dans son état présent, de toute éternité.

13. La Puissance de la Gravité, par laquelle les Corps célestes persévérent dans leurs Révolutions, pénétre jusqu'aux centres du Soleil & des Planetes, sans aucune diminution de sa vertu, & s'étend à des distances immenses, décroissant suivant un cours régulier. Son action est proportionnelle à la quantité de Matiere solide contenue dans les Corps, & non pas à leurs Surfaces, comme on l'observe des causes Méchaniques: cette Puissance semble donc supérieure au pur Méchanisme. Néanmoins il n'est pas probable qu'elle puisse avoir produit, au commencement, la situation réguliere des Orbes, & la disposition présente des choses. La Gravité ne pourroit avoir déterminé les Planetes à se mouvoir d'Occident en Orient, dans des Orbites à peu près circulaires, presque dans le même Plan; & cette Puissance ne pourroit pas non plus avoir projetté les Cometes dans toutes sortes de Directions. Si nous supposions que la Matiere du Systême de l'Univers fût accumulée au Centre par sa Gravité, aucuns principes Méchaniques, aidés de cette Puissance, ne pourroient séparer de cette Masse énorme des parties, telles que le Soleil

leil & les Planetes, & après les avoir emportées à leurs différentes distances, les projetter dans toutes leurs Directions, conservant toujours l'égalité de l'action & de la réaction, ou le Centre de Gravité de tout le Systême du Monde dans la même situation. Une structure des choses si merveilleuse, ne peut venir que de la production d'un Agent intelligent, libre & d'un pouvoir souverain. Les mêmes Puissances donc qui gouvernent à présent l'Univers matériel, & qui conduisent ses moumens divers, sont très-differentes de celles qui étoient nécessaires pour le produire de rien, ou pour le disposer dans la forme admirable où nous le voyons actuellement.

14. Comme il est impossible de ne pas regarder l'Univers comme dépendant de la premiere cause & du premier Moteur, dont il seroit absurde, pour ne pas dire impie, d'exclure l'action sur lui, ainsi nous avons quelques idées de la maniere dont il opére dans la Nature, par les Loix que nous y trouvons établies. Quoiqu'il soit la source de toute efficacité, il laisse cependant agir les secondes causes qui lui sont subordonnées; & le Méchanisme contribue à la production des mouvemens du grand Systême de la Nature. * L'égalité de l'action & de la réaction qui a lieu même dans les Puissances, qui paroissent surpasser le Méchanisme & dériver du premier Etre plus immédiatement, nous fait voir que quoiqu'elles tirent de lui leur efficacité, elles sont cependant, en un certain degré, limitées & reglées dans leurs opérations par des principes Méchaniques ; & qu'elles ne doivent pas être considerées comme de pures volitions immédiates de Dieu (ainsi

* Ἀλλὰ τοῦτο ἦν τὸ θειότατον, τὸ μετὰ ῥᾳστώνης καὶ ἁπλῆς κινήσεως παντοδαπὰς ἀποτελεῖν ἰδέας, ὥσπερ ἀμέλει δρῶσιν οἱ μηχανοποιοὶ διὰ μιᾶς ὀργάνου σχαστηρίας, πολλὰς καὶ ποικίλας ἐνεργείας ἀποτελοῦντες.
S. Arist. *Ubi suprà.*

qu'on les a souvent représentées) mais plutôt comme des instrumens qu'il a formés pour exécuter les desseins ausquels il les destinoit. Si par exemple les Phenomenes les plus nobles de la Nature sont produits par un Milieu éthéré, rare, élastique, comme M. le Chevalier Newton l'a conjecturé, toute l'efficacité de ce milieu doit être résolue en sa Puissance & en sa volonté, qui est la cause suprême. Cela n'empêche pas cependant que ce Milieu ne puisse être sujet aux mêmes Loix que les autres fluides élastiques, dans ses actions & ses vibrations; & que si sa nature nous étoit mieux connue, ces Loix ne nous servissent à faire des découvertes curieuses & utiles sur ses effets. Il est aisé de voir que cette conjecture ne déroge en rien à l'action continuelle & aux influences de Dieu; tandis qu'elle nous laisse en liberté de suivre nos recherches sur la nature & les opérations de ce Milieu. Au lieu que ceux qui rapportent précipitamment ces Puissances aux volitions immédiates de la cause suprême, sans admettre aucuns instrumens intermédiaires, mettent fin tout-à-coup à nos recherches, & nous privent de ce qui est probablement la partie la plus sublime de la Philosophie, en le représentant comme vain & imaginaire : par-là, comme nous l'avons observé ci-dessus, * ils nuisent à la même cause qu'ils paroissent si ardens à défendre; car plus nous nous élevons en suivant l'échelle de la Nature, vers la cause suprême, plus nos connoissances en Philosophie s'embellissent & s'étendent. Il n'y a rien d'extraordinaire dans ce qu'on avance ici, sur la maniere dont le premier Etre agit dans l'Univers, en employant des instrumens subordonnés & des Agens qui ont leur force & leur efficacité particulieres; car nous sçavons qu'il en est ainsi dans le cours commun de la Nature, où nous trouvons la Gravité, l'Attraction & la Répulsion, &c. constamment combinées avec les principes de

* Liv. I. Chap. V. §. 5.

Méchanisme : & nous ne voyons aucune raison pourquoi cela n'auroit pas également lieu dans les Phénomenes & les mouvemens les plus subtils, & les plus difficiles à découvrir, du Systême du Monde.

15. On a démontré qu'il étoit arrivé de grandes révolutions, dans les tems qui nous ont précedés, sur la Surface de la Terre, particulierement par les Phénomenes des differentes couches de ce Globe, qu'on voit quelquefois situées d'une maniere très-réguliere, & quelquefois rompues & séparées l'une de l'autre à des distances très-considérables, où elles se retrouvent de nouveau dans le même ordre; par des impressions de Plantes laissées sur des Corps très-durs tirés des entrailles de la Terre, & dans des lieux où l'on n'a jamais vû croître de semblables Plantes; & par les os des animaux Terrestres ou Marins, découverts plusieurs centaines de coudées au-dessous de la Surface du Globe terrestre, & à de très-grandes distances de la Mer. Quelques Philosophes expliquent ces changemens par les Révolutions des Cométes, ou par d'autres moyens naturels : Mais Dieu ayant formé l'Univers, dépendant de lui-même, ensorte qu'il exige d'être comme renouvellé par ce Souverain Etre, quoiqu'à des périodes de tems très-éloignées; il ne paroît pas que ce soit une question fort importante, de rechercher si ces grands changemens sont produits par l'intervention de quelques instrumens, ou par les mêmes influences immédiates, qui dès le commencement donnerent la forme aux choses.

16. Nous ne pouvons nous empêcher de remarquer un dessein que l'Auteur de la Nature paroît avoir eu : il nous a mis dans l'impossibilité d'avoir aucune communication de cette Terre avec les autres grands Corps de l'Univers dans notre état présent ; & il est très-probable qu'il a pareillement privé de toute correspondence les autres Planetes & les differens Systêmes.

Nous sommes en état par les Télescopes de découvrir très-clairement des Montagnes, des Précipices & des Cavités dans la Lune : mais nous ne sçavons pas quels sont les Etres qui marchent dans ces Précipices, ou à quoi servent ces grandes Cavités, dont plusieurs ont une élévation au milieu ; & nous ne pouvons concevoir comment cette Planete, sans aucune Atmosphere, sans vapeurs & sans Mers, suivant l'opinion communement reçue parmi les Astronomes, peut servir aux mêmes usages que notre Terre. On observe des révolutions subites & surprenantes sur la Surface de la grande Planete de Jupiter, qui auroient été fatales aux Habitans de la Terre. Nous connoissons assez tous ces Corps pour exciter notre curiosité, mais non pas pour la satisfaire. Nous sommes portés par là, aussi-bien que par l'état du Monde moral & par plusieurs autres considérations, à croire que notre état présent seroit très-imparfait, s'il n'étoit suivi d'un autre, où nos connoissances de la Nature & de son grand Auteur, seront plus claires & plus satisfaisantes. Il ne paroît pas conforme à la sagesse qui se manifeste par toute la Nature de penser que nous ne porterions nos vûes si loin, & que notre curiosité ne seroit tant excitée sur les Ouvrages de Dieu, que pour ne jamais atteindre au but. Comme l'homme est indubitablement le Chef sur la Terre, & que ce Globe peut n'être pas moins considérable aux égards les plus importans qu'aucun autre du Systême Solaire, qui lui-même n'est pas inférieur, que nous sçachions, à aucun Systême de l'Univers ; ainsi si nous supposions que l'homme périt sans acquérir une connoissance plus complette de la Nature que celle qu'il a dans son état actuel, toute imparfaite qu'elle est ; nous pourrions conclure par analogie que les Habitans de toutes les autres Planetes & de tous les Systêmes seroient aussi privés de la satisfaction de voir accomplir ces mêmes desirs ; & que les merveilles de la Nature ne seroient ja-

mais développées à aucun d'eux que d'une maniere très-obſcures. Cela nous conduit, donc, naturellement à ne conſidérer notre état préſent que comme l'Aurore ou le commencement de notre éxiſtence, & comme une préparation ou une épreuve pour paſſer à un état plus parfait : ce qui paroît avoir été l'opinion des Philoſophes de l'Antiquité les plus judicieux. Et quiconque conſidére attentivement la conſtitution de la nature humaine, particulierement les deſirs & les paſſions des hommes, qui paroiſſent bien ſupérieurs à leurs objets préſens, ſe perſuadera aiſément que l'homme a été deſtiné à de plus hautes connoiſſances que celles qu'il a dans cette vie. L'Auteur de la Nature les tient peut-être en reſerve, pour nous les découvrir dans un tems convenable, & après une préparation ſuffiſante. Il eſt ſûrement en ſon pouvoir de perfectionner conſidérablement les facultés que nous poſſedons déja, ou de nous en accorder de nouvelles, dont nous n'avons actuellement aucune idée, afin que nous puiſſions pénétrer plus avant dans le Syſtême de la Nature, & nous approcher plus près de lui, la cauſe premiere & ſuprême. Nous ne ſçavons pas combien il étoit à propos que nos connoiſſances ne fuſſent pas acquiſes tout-à-coup, mais que nous avançaſſions par dégrés, afin qu'en comparant les nouveaux objets ou les nouvelles Découvertes avec ce qui nous étoit connu auparavant, nos progrès puſſent être plus complets & plus réguliers ; ni combien il peut être néceſſaire ou avantageux que des Etres intelligens paſſent comme par une eſpece d'enfance. Car une nouvelle connoiſſance ne conſiſte pas tant à approcher d'un nouvel objet qu'à le comparer avec les autres déja connus, à obſerver les rapports qu'il a avec eux, ou à diſtinguer ce qu'il a de commun avec ces objets & en quoi il en differe. Par où il eſt aiſé de voir que l'étendue de nos connoiſſances eſt beaucoup plus conſidérable que celle

qui résulteroit de la somme de tous leurs objets pris séparement, & que lorsque nous venons à découvrir un nouvel objet, l'augmentation qu'elles reçoivent est d'autant plus grande que le nombre de ceux qui faisoient déja leur matiere étoit plus étendu : de maniere que cette augmentation doit être évaluée suivant un rapport bien supérieur à celui de l'augmentation de ces mêmes objets. ****

FIN.

De l'Imprimerie de JACQUES CHARDON.

APPROBATION.

J'Ai lû, par l'ordre de Monſeigneur le Chancelier, un Manuſcrit qui a pour titre *Expoſition des Découvertes Philoſophiques de M. Newton*, traduite par *M. Lavirotte*, & je crois que l'impreſſion en ſera utile au Public. A Paris ce 15 Février 1749.

CLAIRAUT.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la Grace de Dieu, Roy de France & de Navarre: A nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien amé le ſieur ***, Nous a fait expoſer qu'il déſireroit faire imprimer & donner au Public un ouvrage qui a pour titre *Expoſition des Découvertes Philoſophiques de M. Newton, traduites de Maclaurin par M. Lavirotte, Medécin*. S'il nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége pour ce néceſſaires. A ces CAUSES, voulant favorablement traiter l'Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes, de faire imprimer ledit Ouvrage en un ou pluſieurs volumes, & autant de fois que bon lui ſemblera, & de le vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de *ſix* années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes: faiſons défenſes à toutes perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance, comme auſſi à tous Libraires & Imprimeurs d'imprimer, ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ni d'en faire aucuns Extraits ſous quelque prétexte que ce ſoit, d'augmentation, correction, changement ou autres, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit Expoſant ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel Dieu de Paris, l'autre tiers audit Expoſant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion dudit Ouvrage ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caractéres, conformément à la feüille imprimée & attachée pour modéle, ſous le contre-Scel deſdites Préſentes; que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725, qu'avant de l'expoſer en vente, le Manuſcrit qui aura ſervi de copie à l'Impreſſion dudit Ouvrage, ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur Daguеſſeau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en ſera enſuite

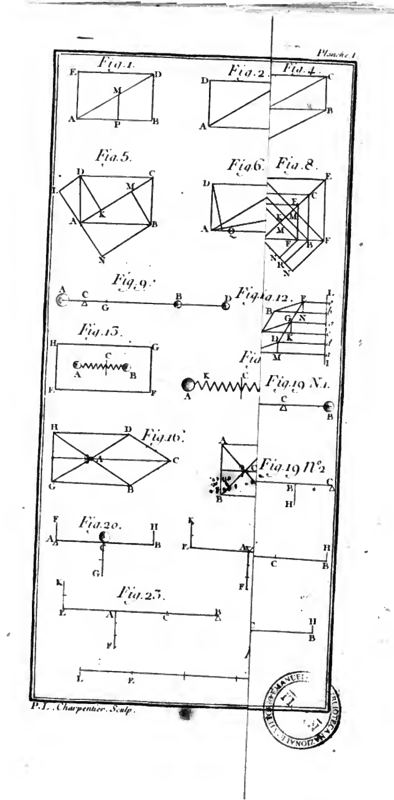
remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir l'Exposant ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires, foy soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles, tous Actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraire : CAR tel est notre plaisir. DONNE' à Versailles le premier jour du mois de Mars l'An de Grace mil sept cens quarante-neuf, & de notre Regne le trente-quatriéme. Par le Roy en son Conseil.

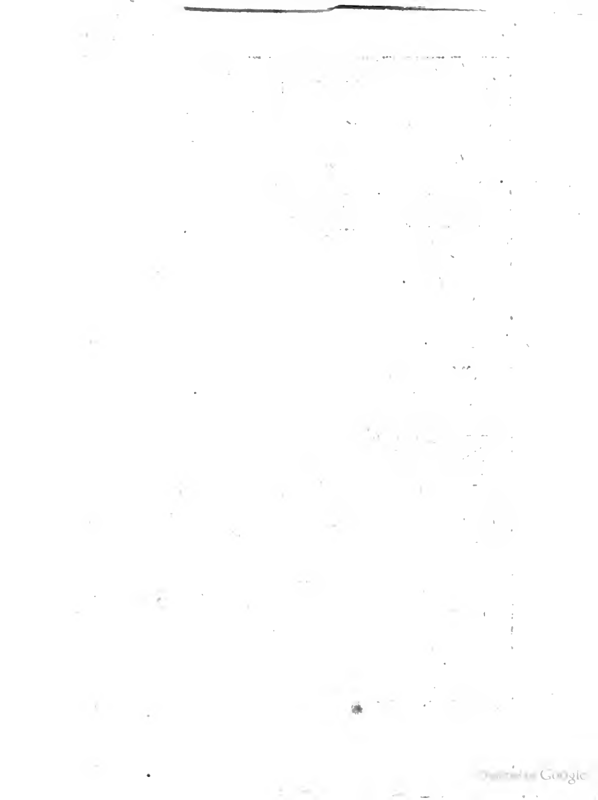
SAINSON.

Registré sur le Registre XII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 169. fol. 160. conformément au Réglement de 1723. qui fait défense Art. 4. à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient autres que les Libraires & Imprimeurs de vendre, debiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir à la susdite Chambre huit Exemplaires prescrits par l'Art. 108. du même Réglement. Registré nonobstant les trois mois passés à cause d'une opposition, dont la main-levée n'a été donnée que ce jourd'hui. A Paris ce trois Juin 1749.

Signé, G. CAVELIER, Syndic.




Planche I
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 19 N. 1.
Fig. 16.
Fig. 19 N°. 2
Fig. 20.
Fig. 23.
P. L. Charpentier. Sculp.



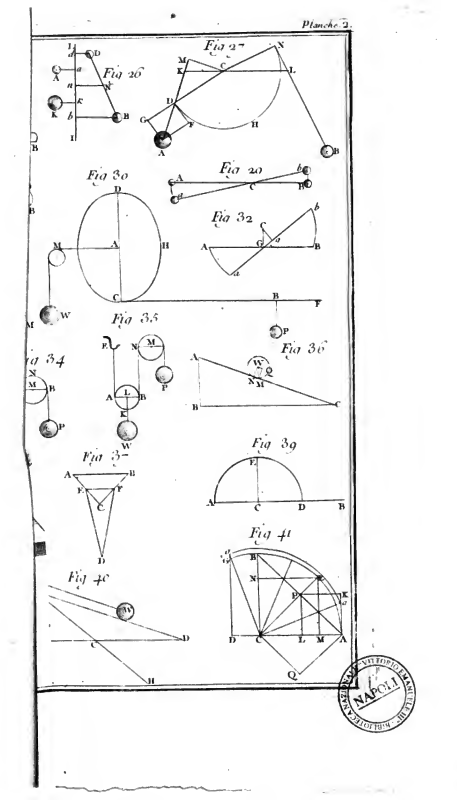
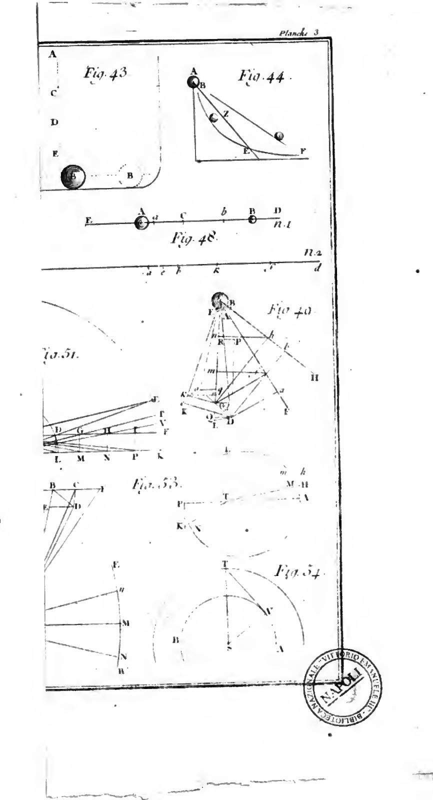


Fig 26
Fig 27
Fig 30
Fig 29
Fig 32
Fig 35
Fig 36
Fig 34
Fig 37
Fig 39
Fig 41
Fig 40


Fig. 43
Fig. 44
Fig. 48
n.1
n.2
Fig. 49
Fig. 51
Fig. 53
Fig. 54

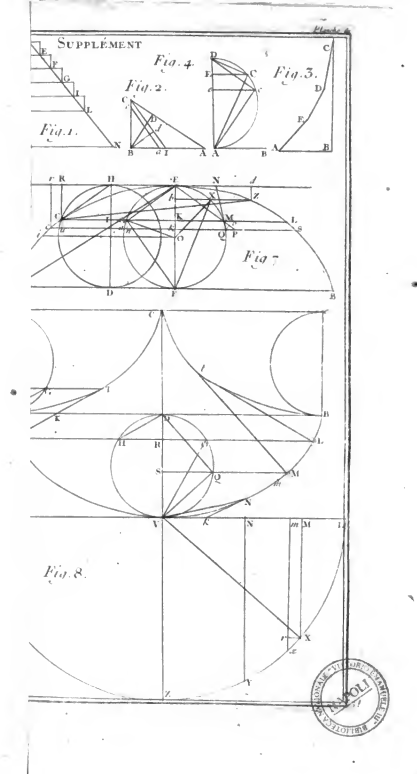
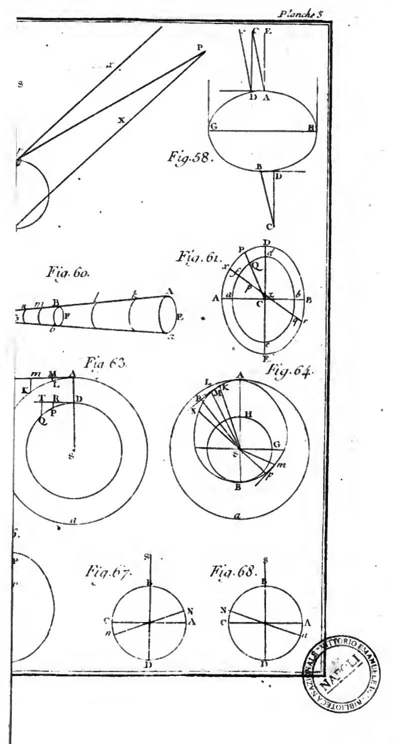
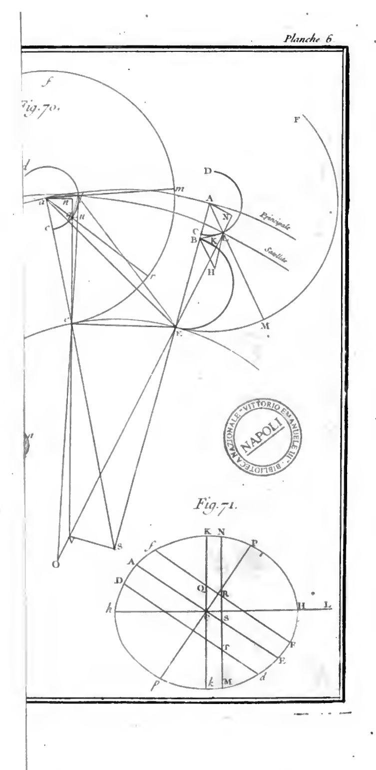


Planche 4.
SUPPLÉMENT
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig 7
Fig. 8.




Fig. 58.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 67.
Fig. 68.


Fig. 70.
f
d
m
a
n
u
c
r
e
E
M
F
D
A
N
C
B
K
L
H
Principale
Satellite
O
V
S
Fig. 71.
K
N
P
f
A
D
Q
R
h
H
L
S
F
E
d
p
k
M



